cat. fol. 560. n. 72.

ex dono authoris
1838.

Math
501

# Johann Baptist Lechner's
## vollständiges
# Rechenbuch,

enthaltend:

Das Numeriren und die vier Grundrechnungsarten mit ganzen unbenannten und benannten Zahlen, die Eintheilungen der bayerischen Maaße und Gewichte, und der vorzüglichsten Münzen, die gemeinen Brüche, die Auflösungen der verschiedenen Aufgaben der Regeldetri nach dem gewöhnlichen und dem reesischen Ansatze, das Ausziehen der Quadrat- und Kubik-Wurzeln, und mehrere andere im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfälle;

als:

die Zeit- und Durchschnitts-Rechnung, die einfache und zusammengesetzte Gesellschafts-Regel mit den Steuer- Brandassekuranz- und Vermischungs-Rechnungen, die Zins- und Liedlohns-Rechnung, die Inventions-, Progressions- und Ambulations-Regel, die Verbindungs-, Tausch- und Wechsel-Rechnung, die Regula Falsi mit Angabe einiger Rechnungsvortheile, die Futter- oder Heu-, dann Holz- und Torf-Berechnungen;

**nebst einem Anhange verschiedener Zahlverhältnisse zur Berechnung und Verfertigung der Uhren.**

---

Neu bearbeitet und vermehrt

vom

Lyzeal-Professor **Johann Bundschue,**

Doktor der Philosophie, und Professor der Mathematik am königl. bayer. Gymnasium in Kempten, wie auch korrespondirendem Mitgliede der allgemeinen kammeralistisch-ökonomischen Gesellschaft zu Erlangen.

---

Sieben und zwanzigste, einzig rechtmäßige Original-Auflage.

---

**Augsburg, 1838.**

Im Verlag der J. Wolffischen Buchhandlung.

STADTBIBLIOTHEK AUGSBURG

# FACILLIMA ARTIS ARITHMETICÆ METHODUS,

Das ist:

Sehr leichter

# Unterricht und Lehrart

der

höchst nothwendigen und nützlichen

# Rechenkunst.

Enthaltend:

Alle nothwendigen, und ausführlich erklärten Regeln und Exempel der Rechenkunst; etwas von der Kaufmännischen, oder Wälsch= und kurzen Praxis, sammt der Quadrat= oder Kubik=Wurzel; mit einem Anhange unterschiedlicher Uhr=Zahlen, und einem leichten Unterrichte, wie solche Zahlen auszurechnen sind.

Verfaßt von

**Johann Baptist Lechner.**

---

Neu herausgegeben, verbessert und vermehrt

von

**Dr. Johann Bundschue.**

---

Sieben und zwanzigste, einzig rechtmäßige Original=Auflage.

---

**Augsburg, 1838.**

Im Verlag der J. Wolffischen Buchhandlung.

Seiner

Hochwürden und Wohlgeboren

dem

Herrn Schloß-Benefiziaten in Wertingen

# Joseph Kirchhofer,

Doktor der Philosophie, und bischöflichem Bücher-Zensor in der Diözese Augsburg,

dem

würdigen und hochverdienten ehemaligen königlichen Studien-Rektor und Professor in Kempten, und nachherigen Dekan, Stadtpfarrer und Distrikts-Schul-Inspektor in Immenstadt,

Seinem

**unvergeßlichen Wohlthäter, Freunde und Gönner**

widmet wiederholt

dieses Denkmal unbegrenzter Verehrung, Dankbarkeit und Liebe

**der Verfasser.**

# Vorrede.

So sehr sich auch diese neue Auflage, was die Sprache und äußere Ausstattung, so wie die Anordnung der einzelnen Theile, und die Aufstellung und Erläuterung der Regeln betrifft, von den früheren Auflagen unterscheidet, so erscheint eigentlich doch wieder das vorige Lechner'sche Rechenbuch, in welchem alle Zweige, welche in den vorausgehenden Auflagen vorkommen, auf die alte, faßliche und populäre Weise vorgetragen sind, wie es in der ursprünglichen Verfassung, und in den nachher erfolgten Umarbeitungen dieses gemeinnützigen Volksrechenbu-

ches geschehen ist, und wodurch dasselbe die gute Aufnahme und große Verbreitung gefunden hat, daß es jetzt schon in der sieben und zwanzigsten Ausgabe die Presse verläßt.

Aus diesem Grunde war ich auch wieder bei der Abfassung dieser Auflage nicht auf eine wissenschaftliche, sondern nur auf eine klare und leicht verständliche Darstellung der im gemeinen oder bürgerlichen Leben vorkommenden Rechnungsfälle bedacht, und ich habe deßhalb, zumal bei den leichteren Aufgaben der Regeldetri, ohne genaue Anwendung der Verhältnißlehre, und der strengen Proportionsform die alte deutliche Ansatz-Methode, an welche die bürgerlichen und ungeübten Rechner nun einmal schon gewöhnt sind, mehrentheils beibehalten, und nur bei den schwereren und mehr verwickelten Aufgaben die reesische Rechnung, als die anerkannt kürzeste und sicherste Verfahrungsart benützt.

Wenn man über die berührten Zweige eine ausführlichere Behandlung, und eine wissenschaftliche Begründung wünscht, so verweise ich auf die vier Theile meines Lehrbuches der Arithmetik und Algebra, das am Ende dieses Rechenbuches

mit meinen übrigen mathematischen Schriften angezeigt ist, und was die Sammlungen zweckmäßig gewählter Aufgaben zur Uebung im Rechnen, und zur steten Anwendung der vorgetragenen Regeln anbelangt, so empfehlen sich besonders Engelbrechts und Steinles Beispiel-Sammlungen; erstere erschien in 730 Aufgaben in einer zweiten Auflage bei G. Joseph Manz in Regensburg, und letztere in der Tob. Dannheimer'schen Buchhandlung in Kempten.

Das vierte Hauptstück der gegenwärtigen neuen Auflage, welches die Anwendung der vier Grundrechnungsarten zur Auflösung verschiedener Rechnungsaufgaben enthält, habe ich um einen Abschnitt vermehrt, und in diesen die schätzbaren Beispiele, und die in einer veränderten Form ausgeführten Auflösungen aufgenommen, wie sie mir von meinem gelehrten Freunde, dem Herrn Stadtpfarrer Pius Langenmayer, Distrikts-Schul-Inspektor im k. Landgerichte Immenstadt, gefälligst mitgetheilt wurden.

Ich statte dafür diesem würdigen, unermüdlich thätigen Pfarr- und Schul-Vorstande, und zugleich auch allen meinen verehrlichen Freunden

und Gönnern, welche durch die gütigste Aufnahme und Verbreitung meiner Lehrschriften, denselben besondere Aufmerksamkeit schenken, meinen verbindlichsten Dank ab, und ich bin ganz vorzüglich der königlich=bayerischen Regierung in allertiefester Ehrfurcht sowohl wegen des wiederholt in allerhuldreichsten Ministerial=Reskripten geäußerten allergnädigsten Wohlgefallens über meine mathematischen Lehrbücher, als auch rücksichtlich der Huldvollsten öffentlichen Empfehlungen dankverpflichtet, derer dieselben in königlichen Kreis=Intelligenz=Blättern gewürdigt wurden.

Kempten, den 19. März 1838.

Lyzeums=Professor

**Dr. Joh. Bundschue.**

# Inhalt.

## I. Hauptstück.

### Vom Numeriren, und von den vier Rechnungsarten ganzer Zahlen von Dingen mit gleicher Benennung.

Seite

I. Abschnitt. Vom Numeriren, oder von dem Anschreiben und Aussprechen der Zahlen §. 1 bis §. 9. . . . . . . . . . 1 — 15

II. Abschnitt. Von der Addition oder Zusammenzählung gleichbenannter ganzer Zahlen. §. 10 bis §. 15. . . . . . . . . 17 — 28

III. Abschnitt. Von der Subtraktion oder Abziehung gleichbenannter ganzer Zahlen. §. 16 bis 22. 32 — 40

IV. Abschnitt. Von der Multiplikation oder Vermehrung gleichbenannter Zahlen. §. 23 bis §. 31. 42 — 58

V. Abschnitt. Von der Division oder Theilung gleichbenannter Zahlen. §. 32 bis §. 43. . 60 — 81

## II. Hauptstück.

### Von den vier Rechnungsarten mit ungleichbenannten Zahlen.

I. Abschnitt. Vom Reduziren niederer Einheiten auf höhere, und höherer Einheiten auf niedere. §. 44 bis §. 47. . . . . . . . 82 — 94

Seite

II. Abschnitt. Die vier Rechnungsarten ungleich benannter Zahlen. §. 48 bis 59. . . 96 — 131

III. Abschnitt. Aufgaben der Regeldetri ohne Brüche zur Uebung im Multipliziren und Dividiren mit benannten Zahlen, wie auch die Zeit- und Durchschnitts-Rechnung. §. 60 bis §. 70. . 133 — 168

## III. Hauptstück.

### Von den gemeinen Brüchen.

I. Abschnitt. Vorläufige Erklärungen und Aufgaben als Einleitung zu den vier Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen. §. 71 bis §. 84. . 170 — 195

II. Abschnitt. Die vier Spezies oder Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen:

a) Regeln der Addition der Brüche. §. 85. . 201

b) Regeln der Subtraktion der Brüche. §. 86. 205

c) Regeln der Multiplikation der Brüche. §. 87. 209

d) Regeln der Division der Brüche. §. 88. . 212

1.) Verwandlung der zusammengesetzten oder gebrochenen Brüche in einfache. §. 89. . 215

2.) Brüche reesisch mit einander zu multipliziren. §. 90. . . . . . . . . . 216

3.) Brüche reesisch mit einander zu dividiren. §. 91. . . . . . . . . . 220

## IV. Hauptstück.

### Von der Anwendung der vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen zur Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regeldetri, und auf verschiedene im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfälle.

I. Abschnitt. Die Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regeldetri:

Seite

a) Auflösung der Aufgaben der einfachen geraden Regeldetri. §. 92. . . . . . . 223
b) Auflösung der verkehrten einfachen Regeldetri. §. 93. . . . . . . . . . 231
c) Die zusammengesetzte gerade Regeldetri. §. 94. 239
d) Die zusammengesetzte verkehrte Regeldetri. §. 95. 243
e) Die zusammengesetzte gerade und verkehrte Regeldetri zugleich. §. 96. . . . . . 247

II. Abschnitt. Von verschiedenen, im gemeinen Leben vorkommenden, Rechnungsfällen:

1.) Aufgaben der Regeldetri mit vorkommenden Reduktionen. §. 97. . . . . . . 250
2.) Die einfache Gesellschaftsrechnung. §. 98. . 252
3.) Die doppelte Gesellschaftsrechnung. §. 99. . 258
4.) Die Alligations= oder Verbindungs=Regel. §. 100. . . . . . . . . . 263
5.) Die Tara zum und vom Zentner. §. 101. 275
6.) Die Gewinnst= und Verlust=Rechnung. §. 102. 281
7.) Die Stich= oder Tausch=Rechnung. §. 103. 286
8.) Wechselrechnungen. §. 104. . . . 289
9.) Zins= und Liedlohns=Rechnung. §. 105. . 292
10.) Die Inventions=Regel. §. 106. . . . 297
11.) Von der Progressions=Regel. §. 107. . 298
12.) Die Regula Falsi. §. 108. . . . 301
13.) Von der Ambulations=Regel. §. 109. . 304
14.) Zeitbestimmung beim gemeinschaftlichen Zusammenwirken mehrerer Ursachen. §. 110. . 308
15.) Die Reduktion des bayerischen Geldes auf das Oesterreichische, und umgekehrt. §. 111. . 311
16.) Die Rechnung mit Siebnern und Siebenzehnern. §. 112. . . . . . . . . 312
17.) Die Verwandlung der Bayerthaler in Gulden, und umgekehrt. §. 113. . . . . . 315
18.) Die Verwandlung der Kronenthaler in Gulden, und umgekehrt. §. 114. . . . 316

Seite

III. Abschnitt. Aufgaben mit veränderter Form in der Darstellung der Auflösung, und zwar:

I. Futter- oder Heu-Berechnungen. §. 115 bis §. 116. 318

II. Holz- und Torf-Berechnungen. §. 117 bis §. 118. 329

IV. Abschnitt. Vom Ausziehen der Quadrat- und Kubik-Wurzeln:

1.) Vorläufige Erklärungen. §. 119. . . . 338

2.) Tafeln zum Ausziehen der Quadrat- und Kubik-Wurzeln. §. 120. . . . . . 339

3.) Die Regeln für das Ausziehen der Quadratwurzeln. §. 121. . . . . . . 340

4.) Die Regeln für das Ausziehen der Kubikwurzeln. §. 122. . . . . . . . 347

5.) Ausziehung der Quadrat- und Kubik-Wurzeln durch Annäherung. §. 123. . . . 353

**Anhang,**

welcher Zahlverhältnisse zu verschiedenen Uhren enthält. §. 124 bis §. 140. . . . . . 356 — 373

**Der k. Lyzeums-Professor Dr. Bundschue hat auch folgende mathematische Werke verfaßt, und zum Drucke befördert:**

a) **Lehrbuch der Arithmetik zum Gebrauche in den Schulen und zum Selbstunterrichte. 8. Kempten, bei T. Dannheimer.**

I. Theil, welcher das Numeriren, und die 4 Rechnungsarten mit unbenannten, und benannten ganzen Zahlen, dann eine Anleitung zum Kopfrechnen, mehrere Tabellen über die bayerischen, würtembergischen und badischen Maaße und Gewichte, und die vorzüglichsten Münzen des In- und Auslandes, wie auch eine Sammlung unaufgelöster Beispiele zur Uebung in den vier Rechnungsarten mit ganzen Zahlen enthält. 3te verm. Auflage. 8. 1825. S. XVI und 304. Preis 54 kr. od. 12 ggr.

II. Theil, welcher die gemeinen Brüche, und die Auflösung der Aufgaben der Regeldetri, Dupler, Tripler ꝛc. nach dem Proportional-Ansatze, und nach der reesischen und der Kettenregel, wie auch eine Anleitung zur Auflösung dieser Aufgaben nach der wälschen Praktik und mittels des Kopfrechnens, und die in einigen Kantonen der Schweiz üblichen Maaße, Gewichte und Münzen, nebst einer Sammlung mehrerer unaufgelöster Beispiele enthält. 3te verm. Auflage. 8. 1823. S. XVI und 320. Preis 54 kr. od. 12 ggr.

III. Theil, welcher die Dezimal- und Sexagesimalbrüche, die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln in Zahlen, die Elemente der Buchstabenrechnung, und die einfachen Gleichungen mit einer unbekannten Größe, nebst einer Sammlung von Beispielen zur Uebung in der Auflösung dieser Gleichungen, und mehrere Tabellen in Betreff verschiedener alter und neuer Maaße, Gewichte ꝛc. enthält. 3te verm. Aufl. 8. 1824. S. XVI und 288. Preis 1 fl. od. 14 ggr.

IV. Theil, welcher die allgemeinen Quadrirungs- und Kubirungs-Gesetze mit den daraus für die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln abgeleiteten Regeln, dann die Auflösung einfacher Gleichungen mit mehreren unbekannten Größen, und die der quadratischen und unbestimmten, wie auch die arithmetischen und geometrischen Verhältnisse, Proportionen und Progressionen, die Lehre von den Logarithmen, das newtonianische Binomium, sammt den Permutationen und Kombinationen, die Begründung der Auflösungen der verschiedenen Aufgaben der Regeldetri nach dem Proportional-, und nach dem reesischen und dem Ketten-Ansatze in der Lehre der geometrischen Proportionen, und einige Formeln zur Bestimmung der Zinseszinse enthält. 2te, sehr verm. Aufl. 8. 1823. S. XVI und 384. Preis 1 fl. 36 kr. od. 22 ggr.

b) **Lehrbuch der Geometrie und Trigonometrie** zum Gebrauche in den Schulen und zum Selbstunterrichte. 8. Kempten, bei T. Dannheimer.

I. Theil, welcher die Longimetrie und Planimetrie enthält. 2te Auflage. Mit 9 Figuren-Tafeln. 8. 1826. S. XVI und 262. Pr. 1 fl. 30 kr. od. 20 ggr.

II. Theil, welcher die Stereometrie, und die ebene Trigonometrie, nebst der Anwendung der Geometrie und Trigonometrie auf die Feldmeßkunst enthält. 2te Auflage. Mit 7 Figuren-Tafeln. 1832. S. XVI und 360. Pr. 2 fl. od. 1 Thlr. 4 ggr.

III. Theil, welcher die Polygonometrie, oder vielmehr die Goniometrie enthält. Mit 2 Tabellen und 4 Figuren-Tafeln. 8. 1828. S. XVI u. 352. Pr. 2 fl. od. 1 Thlr. 4 ggr.

c) Anleitung zum schriftlichen Rechnen in Elementar- und Sonntags-Schulen. 8. 1832. Kempten bei J. Kösel. S. XVI und 256. Pr. 30 kr.

d) Anleitung zum Kopfrechnen. 8. 1834. Kempten bei J. Kösel S. XVI und 220. Pr. 30 kr.

---

In der **J. Wolffischen Verlags-Buchhandlung** ist auch erschienen und ganz vorzüglich zu empfehlen, als das zweckmäßigste und allerbeste Uebungsbuch im Rechnen:

Hundert und zwölf Vorlegeblätter zu Uebungen im Rechnen. Eine zweckmäßig geordnete Zusammenstellung von Aufgaben über die Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen, die Regeldetri, und ihre Anwendung in mancherlei Fällen, nebst den Auflösungen dieser Aufgaben und einer Tafel der gewöhnlichsten Maß-, Gewicht- und Münzarten von Dr. Dobel. 8. Pr. 36 kr.

# I. Hauptstück.

## Vom Numeriren, und von den vier Rechnungsarten ganzer Zahlen von Dingen mit gleicher Benennung.

---

## I. Abschnitt.

### Vom Numeriren.

#### §. 1.

#### Vom Zählen.

Wir zählen, wie es bekannt ist, von eins bis zehn, und können hierzu, wenn wir darin noch nicht geübt sind, die Finger unserer beiden Hände gebrauchen; die Größe der Zahl „zehn", so wie jede der vorhergehenden „neun, acht, sieben ꝛc.", wissen wir gleich, sobald wir sie nur aussprechen und nennen hören.

Nach der Zahl „zehn" zählen wir zehn und eins, zehn und zwei, zehn und drei, zehn und vier ꝛc., oder, wie man kürzer sagt, eilf, zwölf, dreizehn, vierzehn ꝛc., bis wir auf eine Zahl kommen, die zweimal so groß ist, als zehn, und diese heißen wir „zwanzig."

Dann fangen wir wieder bei eins an, und sagen „zwanzig und eins, zwanzig und zwei, zwanzig und drei ꝛc.", oder umgekehrt, „ein und zwanzig, zwei und zwanzig, drei und zwanzig ꝛc.", und setzen dieses immer fort, bis wir auf Zahlen kommen, die drei-, vier-, fünf-, sechs-, sieben-, acht-, neunmal so groß sind, als zehn, und nennen sie dann dreißig, vierzig, fünfzig, sechszig, siebenzig, achtzig, neunzig; zu neunzig zählen wir dann wieder eins, zwei, drei ꝛc., bis wir eine Zahl erhalten, die

zehnmal so groß ist, als zehn, und diese heißen wir dann Hundert.

Nun zählt man wieder mit eins angefangen, als „Hundert und eins, Hundert und zwei, Hundert und drei etc.", oder kürzer „Hundert eins, Hundert zwei, Hundert drei u. s. f.", und so erhält man dann zwei Hundert, drei Hundert, vier Hundert etc.; zehn Hundert heißt man Tausend, tausendmal Tausend eine Million, eine Million Millionen eine Billion, eine Million Billionen eine Trillion, ein Million Trillionen eine Quatrillion, und so fortgesetzt.

Auf diese Weise kann das Zählen und Vergrößern der Zahlen immer fortgesetzt werden.

## §. 2.

## Bezeichnungsart der Zahlen durch Ziffern.

Die Anzahl der Dinge, oder die Zahlen von eins bis neun drücken wir durch folgende Zeichen aus, die man arabische Ziffern nennt; nämlich eins durch 1, zwei durch 2, drei durch 3, vier durch 4, fünf durch 5, sechs durch 6, sieben durch 7, acht durch 8, und neun durch 9; diesen neun Zahlzeichen oder Ziffern wird noch die Null (0) beigefügt, die für sich allein nichts bedeutet, und nur zur Veränderung des Werthes der Ziffern beiträgt.

Um größere Zahlen auszudrücken, setzt man die Ziffern an gewisse Stellen oder Plätze, wie man später sehen wird.

Den Werth, den jedes Ziffer für sich allein hat, heißt dessen natürlicher Werth; so bedeutet 2 die Zahl zwei, oder eine Anzahl von zwei Dingen, 3 bedeutet die Zahl drei, 4 bedeutet nach seinem natürlichen Werthe die Zahl vier etc.

## §. 3.

## Ortswerth der Ziffern.

Um größere Zahlen als von eins bis neun schreiben zu können, hat man die nämlichen Ziffern,

man setzt sie aber nach einer gewissen Regel an gewisse Stellen neben einander hin, und heißt den Werth, den sie dadurch erhalten, Ortswerth oder Lokalwerth.

Dieser Werth besteht darin, daß jedes Ziffer von der rechten zur linken Seite an jedem nächstfolgenden Platze zehnmal mehr gilt, als an dem unmittelbar vorhergehenden Platze.

Um dieses zu begreifen, schreibe man neben einander zwei Zweier, etwa 22; jedes dieser Ziffern bedeutet für sich zwei, aber der erste Zweier rechts bedeutet schlechthin nur zwei, oder zwei Einer, und der andere Zweier, der rechts herein an der zweiten Stelle ist, bedeutet zweimal zehn oder zwei Zehner, also zwanzig, und die ganze Zahl 22 heißt, zwanzig und zwei, oder, wie wir es gewöhnt sind, zwei und zwanzig.

Eben so heißt 333 so viel, als drei Hundert dreißig und drei, oder drei Hundert drei und dreißig, da Hundert das zehnfache von zehn ist, mithin an der dritten Stelle rechts herein Hunderte sind.

Die Zahl 4444 heißt, vier Tausend vier Hundert vier und vierzig, indem zehnmal Hundert die Zahl Tausend gibt, und also rechts herein an der vierten Stelle die Tausende sind.

Auf eine ähnliche Weise hat man rechts herein an der fünften Stelle zehnmal Tausende oder Zehntausende, und an der sechsten Stelle hundertmal Tausende, oder Hunderttausende, und die Zahl 55555 heißt, fünf und fünfzig Tausend, fünf Hundert fünf und fünfzig, dann 666666 heißt, sechs Hundert sechs und sechszig Tausend, sechs Hundert sechs und sechszig.

Um sich das Aussprechen größerer Zahlen zu erleichtern, mache man nach den ersten drei Ziffern rechts herein unten an die Zahl einen Punkt, und lese diesen mit dem Worte Tausend, die Ziffern selbst lese man aber nach ihrem so eben angezeigten Ortswerthe, indem man die durch den Punkt in Klassen

abgesonderten Ziffern so ausspricht, als wenn jede Klasse nur für sich allein da wäre.

Daher 428 heißt, vier Hundert acht und zwanzig; 6.748 heißt, sechs Tausend sieben Hundert acht und vierzig; 28.439 heißt, acht und zwanzig Tausend, vier Hundert neun und dreißig;

456.518 heißt, vier Hundert sechs und fünfzig Tausend, fünf Hundert und achtzehn.

## §. 4.

## Veränderung des Werthes durch die Null.

Die Null (0), wie es schon gesagt wurde, bedeutet für sich allein nichts, und trägt auch zur Veränderung des Werthes der Ziffern nichts bei, wenn sie bei ganzen Zahlen links an der äußersten Stelle steht; wohl aber ändert sie den Werth der Ziffern, wenn sie ihnen rechts beigefügt wird, und zwar so, daß durch sie jedes Ziffer, wie es um eine Stelle gegen die linke Seite gerückt wird, einen zehnmal größeren Werth erhält. Wir wollen dieses durch einige Beispiele erläutern.

Steht bei einem Ziffer rechts nur eine Null, so bedeutet es Zehner, da es durch die Null an die zweite Stelle gerückt wird, als **10** zehn, **20** zwanzig, **30** dreißig, **40** vierzig ꝛc.

Stehen bei einem Ziffer rechts zwei, drei, vier, oder fünf Nullen, so bedeutet es Hunderte, Tausende, Zehntausende, oder Hunderttausende, da das Ziffer durch die Nullen gegen die linke Seite hin an die dritte, vierte, fünfte, oder sechste Stelle gerückt wird, als **300** drei Hundert, **4000** vier Tausend, **50.000** fünfzig Tausend, und **600.000** sechs Hundert Tausend.

Stehen die Nullen zwischen den Ziffern, so verändern sie, wie vorhin, von der rechten zur linken Seite den Werth der übrigen Ziffern, und zeigen zugleich an, daß für die Stellen, an denen sie stehen, die betreffenden Einheiten fehlen, als **204** zwei Hun=

dert und vier; 3006 drei Tausend und sechs; 4050 vier Tausend und fünfzig; 6400 sechs Tausend vier Hundert; 50.008 fünfzig Tausend und acht; 60.408 sechszig Tausend vier Hundert und acht; 78.409 acht und siebenzig Tausend vier Hundert und neun; 604.054 sechs Hundert vier Tausend vier und fünfzig; 800.023 acht Hundert Tausend drei und zwanzig; 905.004 neun Hundert fünf Tausend und vier; 400.006 vier Hundert Tausend und sechs.

## §. 5.

### Fortgesetzte Uebung im Aussprechen größerer Zahlen.

Wenn eine Zahl mehr als sechs Ziffern hat, so verfahre man, um sie auszusprechen, auf folgende Weise:

1) Man theile von der rechten zur linken Seite die gegebene Zahl in Klassen, gebe jeder Klasse drei Ziffern, mit Ausnahme der letzten Klasse links, die auch ein oder zwei Ziffern haben darf.

2) Nach der ersten Klasse mache man unten zwischen das dritte und vierte Ziffer einen Punkt, nach der zweiten Klasse mache man zwischen das sechste und siebente Ziffer oben einen Strich, nach der dritten Klasse mache man unten zwischen das neunte und zehnte Ziffer einen Punkt, dann nach der vierten Klasse oben zwischen das zwölfte und dreizehnte Ziffer zwei Striche, und setze auf diese Weise die Eintheilung fort, indem man unten allemal nur einen Punkt setzt, oben aber gegen die rechte Seite hin allemal um einen Strich mehr schreibt.

3) Man spreche jede Klasse so aus, als wenn sie ganz allein da wäre, und setze beim Punkte allemal das Wort „Tausend", bei einem Striche das Wort „Million oder Millionen", bei zwei Strichen das Wort „Billionen, bei drei Strichen das Wort „Trillionen", bei vier Strichen das Wort „Quatrillionen", und so fortgesetzt, bei.

4) Muß man mehr als drei oder vier Striche

machen, so ist es besser, wenn man anstatt der Striche, wovon man für jede Klasse nur noch einen Strich beibehält, die Anzahl derselben mit kleinen arabischen Ziffern, die man über jeden Strich setzt, bezeichnet, wo dann diese das Nämliche bedeuten, wie die sonst am Ende der Klassen beigesetzten Striche; z. B. anstatt

»''''''. '''''. ''''. '''. ''. '.«

würde man oben rechts an die Klassen hinsetzen:

$$»'^{6}.\ '^{5}.\ '^{4}.\ '^{3}.\ '^{2}.\ '^{1}.«,$$

welches dann anzeigt: Sextillionen, Quintillionen, Quatrillionen, Trillionen, Billionen und Millionen.

Wir wollen diese Regeln durch einige Beispiele begreiflich machen.

### I. Beispiel:

6734598

Theilt man auf die angezeigte Weise diese Zahl in Klassen, so macht man nach der ersten Klasse rechts herein unten zwischen das dritte Ziffer 5 und das vierte Ziffer 4 einen Punkt (.), und oben zwischen das sechste Ziffer 7 und das siebente Ziffer 6 nach der zweiten Klasse einen Strich (,), man bekommt

6'734.598

und diese Zahl ist, sechs Millionen, sieben Hundert vier und dreißig Tausend, fünf Hundert acht und neunzig.

### II. Beispiel:

609834509

In Klassen getheilt erhält man

609'834.509

das ist, sechs Hundert neun Millionen, acht Hundert vier und dreißig Tausend, fünf Hundert und neun.

### III. Beispiel:

58093456780

In Klassen getheilt erhält man

58.093'456.780

das ist, acht und fünfzig Tausend, drei und neun-

zig Millionen, vier Hundert sechs und fünfzig Tausend, sieben Hundert und achtzig.

IV. Beispiel:

508936789403949

In Klassen getheilt erhält man

508''936.789'403.949

das ist, fünf Hundert acht Billionen, neun Hundert sechs und dreißig Tausend, sieben Hundert neun und achtzig Millionen, vier Hundert drei Tausend, neun Hundert neun und vierzig.

V. Beispiel:

8583904006783494506

In Klassen getheilt erhält man

8'''583.904''006.783'494.506

das ist, acht Trillionen, fünf Hundert drei und achtzig Tausend, neun Hundert vier Billionen, sechs Tausend, sieben Hundert drei und achtzig Millionen, vier Hundert vier und neunzig Tausend, fünf Hundert und sechs.

VI. Beispiel:

18230456780034215678934934

In Klassen getheilt erhält man

4 3 2 1

18'230.456'780.034'215.678'934.934

das ist, achtzehn Quatrillionen, zwei Hundert dreißig Tausend, vier Hundert sechs und fünfzig Trillionen, sieben Hundert achtzig Tausend, vier und dreißig Billionen, zwei Hundert fünfzehn Tausend, sechs Hundert acht und siebenzig Millionen, neun Hundert vier und dreißig Tausend, neun Hundert vier und dreißig.

## §. 6.

### Vom Anschreiben ausgesprochener Zahlen.

Zahlen, die in Worten ausgedrückt, somit ausgesprochen werden, schreibt man auf folgende Weise gehörig an:

1) Ist die ausgesprochene Zahl von eins bis neun, so schreibt man sie nur mit einem Ziffer, als zwei mit 2, vier mit 4, acht mit 8, und so fortgesetzt.

2) Ist die ausgesprochene Zahl von zehn bis neun und neunzig, so muß man sie mit zwei Ziffern schreiben. Werden dabei nur Zehner, und keine Einer ausgesprochen, so schreibt man links das Ziffer, das die Anzahl der Zehner anzeigt, und rechts eine Null, als zwanzig mit 20, dreißig mit 30, sechszig mit 60 ꝛc. Kommen aber nebst den Zehnern auch Einer vor, so schreibt man links zuerst die Zehner, und rechts die Einer, als vier und zwanzig mit 24, sechs und dreißig mit 36, acht und vierzig mit 48 ꝛc.

3) Werden in der Aussprache gleich anfangs Hunderte genannt, und dann entweder Zehner und Einer, oder auch keine Zehner und Einer, so muß die Zahl drei Stellen erhalten.

Links an die erste Stelle schreibt man die Hunderte, dann die Zehner, und endlich an die dritte Stelle rechts die Einer; würden keine Zehner und Einer genannt werden, so müßten die leeren Stellen mit Nullen ausgefüllt werden.

Auf diese Weise schreibt man vier Hundert acht und fünfzig mit 458, dann acht Hundert vierzig mit 840, ferner neun Hundert und acht mit 908, und sechs Hundert mit 600.

4) Wenn höhere Einheiten als die Hunderte, nämlich Tausende, Millionen, Billionen ꝛc. genannt werden, so ist die Zahl mit mehr als drei Ziffern zu schreiben, und dabei ist Nachstehendes zu bemerken:

Wenn bei der Aussprache Trillionen, Billionen oder Millionen genannt werden, so macht man oben zwischen die Ziffern die Strichlein ‴. ″. ′; und wenn man Tausend sagt, so setzt man unten einen Punkt.

Mit Ausnahme der ersten links stehenden Klasse, die auch ein oder zwei Ziffern haben darf, muß jede Klasse drei Ziffern haben, wo man dann immer mit den Hunderten anfängt, und darauf die Zehner und Einer schreibt.

Sind in einer Klasse die Hunderte, Zehner und Einer ausgelassen, dann muß man die leeren Stellen mit Nullen ausfüllen, damit jede folgende Klasse drei Stellen erhält, und jedes Ziffer seinen gehörigen Platz bekömmt.

Durch Beispiele wollen wir diese Regeln deutlich darstellen.

I. Beispiel:

Die Zahl „vier Tausend, fünf Hundert sechs und neunzig" schreibt man so

4.596

II. Beispiel:

Sechs und achtzig Tausend, vier Hundert und sechs so 86.406

III. Beispiel:

Vier Hundert sechs Tausend, vier und achtzig so

406.084

IV. Beispiel:

Vier und achtzig Millionen, sieben Tausend vier Hundert zwanzig so

84,007.420

V. Beispiel:

Sieben Hundert vier und achtzig Billionen, drei Hundert sieben und zwanzig Millionen, sechs und achtzig Tausend vier und zwanzig so

784''000.327'086.024

VI. Beispiel:

Vier Hundert zwei und dreißig Quatrillionen, vier Tausend, zwei Hundert acht und fünfzig Trillionen, drei und neunzig Tausend, sieben Hundert sechs Billionen, vier Hundert fünfzig Tausend, neun Hundert sieben und achtzig Millionen, sechs Hundert vier und fünfzig Tausend, drei Hundert ein und zwanzig so

432''''004.258'''093.706''450.987'654.321 oder

$\overset{4}{432}'004.\overset{3}{258}'093.\overset{2}{706}'450.\overset{1}{987}'654.321$

Diese große Zahl hat neun Klassen, die man nämlich der Ordnung nach so schreibt:

432 Quatrillionen (9. Klasse — 432'''')
004 Tausend (8. Klasse — 004.)
258 Trillionen (7. Klasse — 258''')
093 Tausend (6. Klasse — 093.)
706 Billionen (5. Klasse — 706'')
450 Tausend (4. Klasse — 450.)
987 Millionen (3. Klasse — 987')
654 Tausend (2. Klasse — 654.)
321 (1. Klasse — 321.)

Schreibt man diese neun Klassen der Ordnung nach neben einander, so erhält man die vorstehende Zahl mit sieben und zwanzig Stellen.

Anmerkung: Die hier und in den vorausgehenden §§. angeführten Beispiele können wechselseitig benützt werden, um sich im Aussprechen und Anschreiben der Zahlen zu üben.

## §. 7.

## Erklärung des Numerirens nebst einer Tabelle hierzu.

Das Numeriren besteht im Aussprechen und Anschreiben gegebener Zahlen.

Wer jede geschriebene Zahl richtig lesen oder aussprechen, und jede ausgesprochene Zahl gehörig anschreiben kann, wie es bisher gezeigt wurde, der kann numeriren.

Dasselbe ist aber noch keine Rechnungsart oder Spezies, weil man dabei keine neue Zahl findet, sondern nur gegebene Zahlen ausspricht und anschreibt.

Um die angegebenen Regeln noch deutlicher darzustellen, und das Numeriren mehr zu erleichtern, will ich eine Tabelle beifügen, dazu das große sechste Beispiel des vorigen §. wählen, und bis auf 27 Stellen zeigen, welchen Ortswerth jedes Ziffer hat, damit man es gehörig aussprechen und anschreiben kann.

# Tabelle.

| Jedes Ziffer bedeutet an der ersten, zweiten 2c. Stelle | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Stelle | 27. | 26. | 25. | 24. | 23. | 22. | 21. | 20. | 19. | 18. | 17. | 16. | 15. | 14. | 13. | 12. | 11. | 10. | 9. | 8. | 7. | 6. | 5. | 4. | 3. | 2. | 1. |
| und so immer fortgesetzt. | Hunderte | Zehner | Einer | Hunderttausende | Zehntausende | Einer der Tausende | Hunderte | Zehner | Einer | Hunderttausende | Zehntausende | Einer der Tausende | Hunderte | Zehner | Einer | Hunderttausende | Zehntausende | Einer der Tausende | Hunderte | Zehner | Einer | Hunderttausende | Zehner der Tausende | Einer der Tausende | Hunderte | Zehner | Einer |
| | der Quatrillionen | | | der Trillionen | | | | | | der Billionen | | | | | | der Millionen | | | | | | bloße | | | | | |
| Beispiel. | 4 | 3 | 2'''' | 0 | 0 | 4. | 2 | 5 | 8''' | 0 | 9 | 3. | 7 | 0 | 6'' | 4 | 5 | 0. | 9 | 8 | 7' | 6 | 5 | 4. | 3 | 2 | 1 |
| Von der Rechten zur Linken. | Neunte Klasse. | | | Achte Klasse. | | | Siebente Klasse. | | | Sechste Klasse. | | | Fünfte Klasse. | | | Vierte Klasse. | | | Dritte Klasse. | | | Zweite Klasse. | | | Erste Klasse. | | |
| Von der Linken zur Rechten. | Erste Klasse. | | | Zweite Klasse. | | | Dritte Klasse. | | | Vierte Klasse. | | | Fünfte Klasse. | | | Sechste Klasse. | | | Siebente Klasse. | | | Achte Klasse. | | | Neunte Klasse. | | |

## §. 8.

## Mehrere Beispiele zur Uebung im Numeriren.

### I.

### Beispiele zum Lesen oder Aussprechen der Zahlen.

In nachstehenden Beispielen stehen links die Zahlen, wie sie mit Ziffern geschrieben werden, und rechts daneben, wie man sie aussprechen muß.

1 Das ist, eins.
6 Das ist, sechs.
10 Das ist, zehn.
34 Das ist, vier und dreißig.
100 Das ist, Hundert.
532 Das ist, fünf Hundert zwei und dreißig.
1000 Das ist, ein Tausend.
6207 Das ist, sechs Tausend zwei Hundert und sieben.
* Weil hier Null vor sieben steht, so ist nicht siebenzig, sondern nur sieben zu lesen.
10.000 Das ist, zehn Tausend.
12.034 Das ist, zwölf Tausend, vier und dreißig.
* Weil hier an der Stelle der Hunderte Null steht, so gibt es keine Hunderte.
100.000 Das ist, ein Hundert Tausend.
250.670 Das ist, zwei Hundert fünfzig Tausend, sechs Hundert siebenzig.
1'000.000 Das ist, ein tausendmal Tausend, oder kürzer, eine Million.
10'000.000 Das ist, zehn Millionen.
34'200.022 Das ist, vier und dreißig Millionen, zwei Hundert Tausend und zwei und zwanzig.
100'000.000 Das ist, ein Hundert Millionen.
987'654.321 Das ist, neun Hundert sieben und achtzig Millionen, sechs Hundert vier und fünfzig Tausend, drei Hundert ein und zwanzig.
1.000'000.000 Das ist, Tausend Millionen.

2.030′405.060 Das ist, zwei Tausend, dreißig Millionen, vier Hundert fünf Tausend und sechszig.

3″456.700′934.004 Das ist, drei Billionen, vier Hundert sechs und fünfzig Tausend, sieben Hundert Millionen, neun Hundert vier und dreißig Tausend und vier.

23.500″600.340′005.678 Das ist, drei und zwanzig Tausend, fünf Hundert Billionen, sechs Hundert Tausend, drei Hundert vierzig Millionen, fünf Tausend, sechs Hundert acht und siebenzig; — oder auch so:
23 Tausend, 500 Billionen, 600 Tausend, 340 Millionen, 5 Tausend und 678.

700.830‴040.006″723.456′781.234. Das ist, sieben Hundert Tausend, acht Hundert dreißig Trillionen, vierzig Tausend, sechs Billionen, sieben Hundert drei und zwanzig Tausend, vier Hundert sechs und fünfzig Millionen, sieben Hundert ein und achtzig Tausend, zwei Hundert vier und dreißig; — oder auch so:
700 Tausend, 830 Trillionen, 40 Tausend, 6 Billionen, 723 Tausend, 456 Millionen, 781 Tausend und 234.

123⁗456.000‴345.600″891.234′000.234 Das ist, Hundert drei und zwanzig Quatrillionen, vier Hundert sechs und fünfzig Tausend Trillionen, drei Hundert fünf und vierzig Tausend, sechs Hundert Billionen, acht Hundert ein und neunzig Tausend, zwei Hundert vier und dreißig Millionen, zwei Hundert vier und dreißig; oder auch so:
123 Quatrillionen, 456 Tausend Trillionen, 345 Tausend, sechs Hundert Billionen, 891 Tausend, 234 Millionen, und 234.

## II.

### Beispiele zum Anschreiben der Zahlen mittels der Ziffern.

Nachstehende Zahlen, welche wörtlich ausgedrückt

sind, schreibe man mittels der eingeführten Zahlzeichen an:

1) In Folge vorgenommener Berechnung beträgt der Umfang oder der größte Umkreis der Erde fünf Tausend vier Hundert deutsche oder geographische Meilen, dann ihr Durchmesser hat beinahe ein Tausend sieben Hundert zwanzig solche Meilen, ferner ihre Oberfläche neun Millionen zwei Hundert ein und achtzig Tausend neun Hundert zehn geographische Quadratmeilen, und ihr körperlicher Inhalt beträgt zwei Tausend sechs Hundert neun und fünfzig Millionen und zwei und siebenzig Tausend geographische Cubikmeilen.

2) Würde man alle Zahlen, von 1 angefangen, als 1, 2, 3, 4, 5, ꝛc. bis auf eine Million zusammenzählen, so würde ihre Summe fünf Hundert Tausend Millionen und fünf Hundert Tausend ausmachen.

3) Wenn man bei einem Pferde, das mittels 32 Hufnägel beschlagen wird, für den ersten Nagel einen Häller, für den zweiten zwei Häller, für den dritten vier Häller, und auf gleiche Weise immer für den nächstfolgenden doppelt so viel, als für den unmittelbar vorhergehenden zahlen würde, so würde bei 32 Nägeln die Summe von vier Tausend zwei Hundert vier und neunzig Millionen, neun Hundert sieben und sechszig Tausend zwei Hundert fünf und neunzig Hällern betragen, und das Pferd würde acht Millionen neun Hundert sieben und vierzig Tausend acht Hundert acht und vierzig Gulden, ein und dreißig Kreuzer und sieben Häller kosten.

4) Der Erfinder des Schachspieles, Sessa, verlangte zur Belohnung, man sollte ihm folgendes Quantum Waizen reichen: für das erste Feld 1 Körnchen, für das zweite 2, für das dritte 4, und so für das folgende immer doppelt so viel, als für das unmittelbar vorhergehende; die Anzahl aller geforderten Waizenkörner, da das Schachbrett 64 Vierecke oder Felder hat, belief sich auf achtzehn Trillionen, vier Hundert sechs und vierzig Tausend sieben Hun-

dert vier und vierzig Billionen, drei und siebenzig Tausend sieben Hundert neun Millionen, fünf Hundert ein und fünfzig Tausend sechs Hundert fünfzehn Körner.

Würde man im bayrischen Getraidmaaße täglich eine Million, mithin jährlich drei Hundert fünf und sechszig Millionen Schäffel entrichten, so würden doch mehr als sieben Tausend sieben Hundert neun Jahre zur gänzlichen Ablieferung dieses Getraides erfordert.

Anmerkung: 1) In den früheren Auflagen dieses Buches findet man beim Numeriren anstatt des Ausdruckes „ein Hundert Tausend" den Ausdruck „eine Tonne;" es ist aber nicht mehr üblich, daß man die Hunderttausende Tonnen nennt, und deßhalb bediente ich mich auch dieses Wortes nicht mehr.

2) Eine Billion, welche eine Million Millionen ausdrückt, nennt man auch manchmal eine Milliarde.

## §. 9.

## Römische Bezeichnungsart der Zahlen.

Weil man bei öffentlichen Aufschriften an Gebäuden, Denkmälern, Grabstätten ꝛc. die Jahreszahlen und andere Zahlen öfters mit römischen Ziffern geschrieben findet, so will ich noch in diesem Abschnitte zeigen, wie auch solche Zahlen zu lesen sind.

Die Römer bedienen sich anstatt unserer bequemen Ziffern sieben ihrer Buchstaben, als:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Das | I | gilt | 1 |
| „ | V | „ | 5 |
| „ | X | „ | 10 |
| „ | L | „ | 50 |
| „ | C | „ | 100 |
| „ | D | „ | 500 |
| „ | M | „ | 1000 |

Wenn eine römische Zahl eine kleinere neben sich zur rechten Hand zu stehen hat, so wird sie um so viel mehr, als die kleinere Zahl gilt, als:

| | | |
|---|---|---|
| VI | bedeutet | 6 |
| VII | „ | 7 |
| VIII | „ | 8 |
| XI | „ | 11 |
| XII | „ | 12 |
| XIII | „ | 13 |
| XV | „ | 15 |
| XVI | „ | 16 |
| XVII | „ | 17 |
| XVIII | „ | 18 |
| LI | „ | 51 |
| LV | „ | 55 |
| LX | „ | 60 |
| CI | „ | 101 |
| CV | „ | 105 |
| CX | „ | 110 |
| CL | „ | 150 |
| CCLXXVII | „ | 277 |
| DL | „ | 550 |
| DC | „ | 600 |
| DCCLV | „ | 755 |
| MI | „ | 1001 |
| MV | „ | 1005 |
| MXV | „ | 1015 |
| MCC | „ | 1200 |
| MDCL | „ | 1650 |
| MDCCCXX | „ | 1820 |
| MDCCCXXXVIII | „ | 1838 und so fortgesetzt. |

Wenn aber eine kleine Zahl der größeren zur linken Hand steht, so wird die größere um so viel geringer, als die kleinere beträgt, als:

| | | |
|---|---|---|
| IV | bedeutet | 4 |
| IIX | „ | 8 |
| IX | „ | 9 |
| XL | „ | 40 |
| XC | „ | 90 |
| CD | „ | 400 |
| CM | „ | 900 |
| MDCCCXIX | „ | 1819, u. s. f. |

Römisch wird 500 anstatt mit D auch mit IↃ, und 1000 anstatt mit M auch mit CIↃ geschrieben, daher schreibt man z. B. die Jahreszahl 1837 anstatt mit MDCCCXXXVII auch mit CIↃIↃCCCXXXVII.

Wenn man demnach z. B. auf einer Geldmünze liest: „LX oder CXX eine feine Mark," so muß man lesen: „60 oder 120 solche Geldstücke geben eine feine Mark oder 24 Gulden, und der Werth eines Stückes beträgt also 24 oder 12 Kreuzer, das ist, dieselben sind sogenannte Vierundzwanziger oder Zwölfer."

Findet man z. B. auf einem Grabstein, eine Person sey LXVI Jahre alt geworden, und im Jahre MDCCCXXIV gestorben, so sind beim Alter 66 Jahre, und bei der Jahreszahl ist 1824 zu lesen.

Auch werden manchmal die römischen Zahlzeichen, wie die Buchstaben a, b, c, rc. wenn bei ihnen rechts ein Punkt steht, gebraucht, um anzuzeigen, in welcher Ordnung gewisse Dinge aufeinander folgen. Daher bedeutet z. B. I. oder a., dann II. oder b., ferner III. oder c. rc. erstens, zweitens, drittens; rc. und eben so bedeutet z. B. I. Hauptstück, II. Hauptstück, III. Hauptstück, IV. Hauptstück, so viel, als erstes, zweites, drittes, viertes Hauptstück.

---

## II. Abschnitt.

### Von der Zusammenzählung oder Addition gleichbenannter ganzer Zahlen.

#### §. 10.

#### Erklärungen.

1) Zusammenzählen oder Addiren heißt eine Zahl finden, die mehreren anderen Zahlen zusammengenommen gleich ist.

Wenn ich daher zum Beispiele sage: 6 und 3 gibt 9, so habe ich zusammengezählt oder addirt,

weil ich auf diese Weise die Zahl 9 finde, die so groß ist, wie die Zahlen 6 und 3.

2) Die Zahl, welche beim Zusammenzählen herauskommt, heißt die Summe, das Kollekt, oder das Fazit, und die Zahlen, die man zusammenzählt, mithin in eine Summe bringt, heißt man Summanden oder Posten. Im vorigen Beispiele ist 9 die Summe oder das Fazit, und 6 und 3 sind die Summanden oder die Posten.

3) Die Zusammenzählung oder Addition wird durch dieses Zeichen (+) angezeigt; man liest es durch das Wörtchen plus oder und, und es drückt aus, daß man die Zahlen, zwischen denen es steht, addiren soll.

Wenn man daher z. B. schreibt 4 + 3, so heißt dieses, man soll zu 4 die Zahl 3 addiren, und man liest, 4 plus 3, oder auch 4 und 3.

4) Will man anzeigen, daß die Summe so groß ist, wie ihre Summanden, so schreibt man das Gleichheitszeichen (=); im vorigen Beispiele schreibt man 4 + 3 = 7, das ist 4 und 3 gibt 7, oder 4 plus 3 ist gleich 7.

Anmerkung: Das Gleichheitszeichen (=) kommt auch bei den übrigen Rechnungsarten vor, weil man auch da öfters anzeigt, daß gewisse Zahlen anderen Zahlen gleich sind.

## §. 11.

## Tabelle der Addition.

Damit man alle Zahlen addiren kann, sie mögen wie immer groß seyn, muß man allererst mit der Addition der ersten neun Zahlen, die man nur mit einem Ziffer schreibt, gut umgehen können.

Man lernt dieses durch nachstehende Tabelle, die dafür alle möglichen Fälle darstellt; deßwegen muß man sie nicht nur auswendig lernen, sondern sie sich durch gewisse Zeichen, etwa durch Striche an der Tafel, oder durch körperliche Gegenstände versinnlichen, damit man auch einsieht, daß z. B. die Zahl 3, zur Zahl 6 hingezählt, wirklich die Summe 9 gibt.

# Additions-Tabelle.

| I. | II. | III. | IV. |
|---|---|---|---|
| 0 und 0 gibt 0, | 1 und 0 gibt 1, | 2 und 0 gibt 2, | 3 und 0 gibt 3, |
| 0 und 1 gibt 1, | 1 und 1 gibt 2, | 2 und 1 gibt 3, | 3 und 1 gibt 4, |
| 0 und 2 gibt 2, | 1 und 2 gibt 3, | 2 und 2 gibt 4, | 3 und 2 gibt 5, |
| 0 und 3 gibt 3, | 1 und 3 gibt 4, | 2 und 3 gibt 5, | 3 und 3 gibt 6, |
| 0 und 4 gibt 4, | 1 und 4 gibt 5, | 2 und 4 gibt 6, | 3 und 4 gibt 7, |
| 0 und 5 gibt 5, | 1 und 5 gibt 6, | 2 und 5 gibt 7, | 3 und 5 gibt 8, |
| 0 und 6 gibt 6, | 1 und 6 gibt 7, | 2 und 6 gibt 8, | 3 und 6 gibt 9, |
| 0 und 7 gibt 7, | 1 und 7 gibt 8, | 2 und 7 gibt 9, | 3 und 7 gibt 10, |
| 0 und 8 gibt 8, | 1 und 8 gibt 9, | 2 und 8 gibt 10, | 3 und 8 gibt 11, |
| 0 und 9 gibt 9; | 1 und 9 gibt 10; | 2 und 9 gibt 11; | 3 und 9 gibt 12. |

| V. | VI. | VII. |
|---|---|---|
| 4 und 0 gibt 4, | 5 und 0 gibt 5, | 6 und 0 gibt 6, |
| 4 und 1 gibt 5, | 5 und 1 gibt 6, | 6 und 1 gibt 7, |
| 4 und 2 gibt 6, | 5 und 2 gibt 7, | 6 und 2 gibt 8, |
| 4 und 3 gibt 7, | 5 und 3 gibt 8, | 6 und 3 gibt 9, |
| 4 und 4 gibt 8, | 5 und 4 gibt 9, | 6 und 4 gibt 10, |
| 4 und 5 gibt 9, | 5 und 5 gibt 10, | 6 und 5 gibt 11, |
| 4 und 6 gibt 10, | 5 und 6 gibt 11, | 6 und 6 gibt 12, |
| 4 und 7 gibt 11, | 5 und 7 gibt 12, | 6 und 7 gibt 13, |
| 4 und 8 gibt 12, | 5 und 8 gibt 13, | 6 und 8 gibt 14, |
| 4 und 9 gibt 13; | 5 und 9 gibt 14; | 6 und 9 gibt 15. |

| VIII. | IX. | X. |
|---|---|---|
| 7 und 0 gibt 7, | 8 und 0 gibt 8, | 9 und 0 gibt 9, |
| 7 und 1 gibt 8, | 8 und 1 gibt 9, | 9 und 1 gibt 10, |
| 7 und 2 gibt 9, | 8 und 2 gibt 10, | 9 und 2 gibt 11, |
| 7 und 3 gibt 10, | 8 und 3 gibt 11, | 9 und 3 gibt 12, |
| 7 und 4 gibt 11, | 8 und 4 gibt 12, | 9 und 4 gibt 13, |
| 7 und 5 gibt 12, | 8 und 5 gibt 13, | 9 und 5 gibt 14, |
| 7 und 6 gibt 13, | 8 und 6 gibt 14, | 9 und 6 gibt 15, |
| 7 und 7 gibt 14, | 8 und 7 gibt 15, | 9 und 7 gibt 16, |
| 7 und 8 gibt 15, | 8 und 8 gibt 16, | 9 und 8 gibt 17, |
| 7 und 9 gibt 16; | 8 und 9 gibt 17; | 9 und 9 gibt 18. |

## §. 12.

## Regeln der Addition.

Hat man die vorstehende Tabelle ganz inne, so verfahre man auf folgende Weise, um gegebene Zahlen in eine Summe zu bringen:

1) Man schreibe die gegebenen Zahlen, die man Summanden oder Posten heißt, unter einander, und zwar so, daß von der rechten Seite herein Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte, und so immer Einheiten gleichen Ranges unter einander zu stehen kommen;

2) Rechts fange man die Addition an, und zähle zuerst die Einer, dann die Zehner, die Hunderte ꝛc. zusammen, und schreibe die Summen in eben dieser Ordnung unter die Linie, die man nach den Summanden zieht;

3) Geht die Summe über 9, so schreibe man von ihr nur das letzte Ziffer an, das im Anschreiben rechts zu stehen käme, und zähle die noch übrigen Ziffern zu den zur linken Seite hin noch stehenden nächsthöheren Einheiten.

### Beispiele hierüber.

### I.

Welche Summe geben die Zahlen 2, 3, 4, 5 und 8, oder wie groß ist 2 + 3 + 4 + 5 + 8?

### Auflösung:

Bei diesen kleinen Zahlen ist es nicht nothwendig, daß man die Ziffern unter einander schreibt, da man gleich sagen kann, 2 und 3 gibt 5, dann 5 und 4 gibt 9, ferner 9 und 5 gibt 14, endlich 14 und 8 gibt 22, das ist, 2 + 3 + 4 + 5 + 8 = 22.

### II.

Welche Summe geben die Zahlen 2354 + 5102 + 2032?

Auflösung:

1) Man schreibe diese Zahlen unter einander, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte, und Tausende unter Tausende kommen und ziehe unten eine Linie: als

| | |
|---|---|
| 2354 | Summanden |
| 5102 | oder Posten. |
| 2032 | |

2) Man fange rechts an, und sage, 2 und 2 ist 4, und 4 ist 8, und schreibe 8 unter den Strich an die Stelle der Einer.

| |
|---|
| 2354 |
| 5102 |
| 2032 |
| 8 |

3) Nun zähle man die Zehner zusammen, und sage, 3 und 5 gibt 8, und schreibe 8 unter den Strich an die Stelle der Zehner,

| |
|---|
| 2354 |
| 5102 |
| 2032 |
| 88 |

4) Ferner zähle man die Hunderte zusammen, und sage, 1 und 3 gibt 4, und schreibe 4 unter den Strich an die Stelle der Hunderte,

| |
|---|
| 2354 |
| 5102 |
| 2032 |
| 488 |

5) Endlich zähle man die Tausende zusammen, und sage, 2 und 5 gibt 7, und 2 gibt 9, und schreibe 9 an die Stelle der Tausende,

| | |
|---|---|
| 2354 | Summanden |
| 5102 | oder Posten. |
| 2032 | |
| 9488 | Summe. |

Diese drei Summanden oder Posten machen also zusammen 9488, oder 2354 + 5102 + 2032 = 9488.

### III.

Ein Kassier nimmt ein 5623 + 547 + 276 + 35 + 29 + 8 Gulden, es ist nun die Frage, was dieses zusammen ausmacht.

Auflösung:

1) Man schreibe diese Posten gehörig unter einander, und ziehe unten den Strich,

| | |
|---:|---|
| 5623 | |
| 547 | |
| 276 | Summanden |
| 35 | oder Posten. |
| 29 | |
| 8 | |

2) Man zähle zuerst die Einer rechts zusammen, und sage, 8 und 9 gibt 17, und 5 gibt 22, und 6 gibt 28, und 7 gibt 35, und 3 gibt 38;

3) Von der Summe 38 schreibe man das rechts stehende Ziffer 8 unter den Strich an die Stelle der Einer, und zähle das Ziffer 3 zu den Zehnern, indem man sagt, 3 und 2 gibt 5, und 3 gibt 8, und 7 gibt 15, und 4 gibt 19, und 2 gibt 21,

| |
|---:|
| 5623 |
| 547 |
| 276 |
| 35 |
| 29 |
| 8 |
| 8 |

4) Von der Summe 21 schreibe man das Ziffer 1 an die Stelle der Zehner, und 2 zähle man zu den Hunderten, indem man sagt, 2 und 2 gibt 4, und 5 gibt 9, und 6 gibt 15, man schreibe also 5 an die Stelle der Hunderte, und behalte 1 für die Tausende,

```
5623
 547
 276
  35
  29
   8
────
 518
```

5) Endlich sage man, 1 und 5 gibt 6, man schreibe 6 an die Stelle der Tausende,

```
5623 ⎫
 547 ⎪
 276 ⎬ Summanden
  35 ⎪ oder Posten.
  29 ⎪
   8 ⎭
────
6518 Summe.
```

Es beträgt demnach die ganze Einnahme des Kassiers 6518 Gulden.

## IV.

Wie viel beträgt die Summe oder das Ganze der Zahlen 98345 + 89732 + 56894 + 23458?

Auflösung:

1) Man schreibe die Zahlen gehörig unter einander, und ziehe unten einen Strich:

```
98345 ⎫
89732 ⎬ Summanden
56894 ⎬ oder Posten.
23458 ⎭
─────
```

2) Rechts zähle man die Einer zusammen, und sage, 8 und 4 ist 12, und 2 ist 14, und 5 ist 19, man schreibe 9 an, und behalte 1;

```
98345
89732
56894
23458
─────
    9
```

3) Man zähle die Zehner zusammen, und sage, 1 und 5 gibt 6, und 9 gibt 15, und 3 gibt 18, und 4 gibt 22, man schreibe 2, und behalte 2,

98345
89732
56894
23458
―――――
29

4) Man zähle die Hunderte zusammen, und sage, 2 und 4 gibt 6, und 8 gibt 14, und 7 gibt 21, und 3 gibt 24, man schreibe 4, und behalte 2,

98345
89732
56894
23458
―――――
429

5) Man zähle die Tausende zusammen, und sage, 2 und 3 gibt 5, und 6 gibt 11, und 9 gibt 20, und 8 gibt 28, man schreibe 8, und behalte 2,

98345
89732
56894
23458
―――――
8429

6) Endlich addire man die Zehntausende, und sage, 2 und 2 gibt 4, und 5 gibt 9, und 8 gibt 17, und 9 gibt 26, man schreibe, weil keine Ziffern mehr folgen, 26 ganz an

98345 }
89732 } Summanden
56894 } oder Posten.
23458 }
―――――
268429 Summe.

Es beträgt also das Ganze, oder die Summe dieser vier Posten 268.429.

## V.

Man addire die Zahlen 432 + 69 + 748 + 3647 + 748963 + 7489.

Auflösung:

1) Man schreibe die Zahlen gehörig an, und ziehe unten den Strich;

| | |
|---:|---|
| 432 | |
| 69 | |
| 748 | Summanden |
| 3647 | oder Posten. |
| 748963 | |
| 7489 | |

2) Man zähle rechts an der äußersten Stelle die Einer zusammen, man erhält 38 zur Summe, man schreibe 8, und behalte 3; dann addire man die Zehner, man erhält 34 zur Summe, man schreibe 4, und behalte 3; hierauf addire man die Hunderte, man erhält 33 zur Summe, man schreibe 3, und behalte 3,

| | |
|---:|---|
| 432 | |
| 69 | |
| 748 | Summanden |
| 3647 | oder Posten. |
| 748963 | |
| 7489 | |
| 348 | |

3) Eben so addire man die Tausende, man erhält 21 zur Summe, man schreibe 1, behalte 2, endlich addire man die Zehntausende, man erhält 6 zur Summe, und bei den Hunderttausenden bleibt 7 unverändert,

| | |
|---:|---|
| 432 | |
| 69 | |
| 748 | Summanden |
| 3647 | oder Posten. |
| 748963 | |
| 7489 | |
| 761348 | Summe. |

Es beträgt also das Ganze oder die Summe dieser sechs Posten 761.348.

### VI.

Man addire folgende Zahlen:

360.027
845.376
205.387
130.402
781.033
620.890

Auflösung:

| | |
|---|---|
| 360.027 | Summanden oder Posten. |
| 845.376 | |
| 205.387 | |
| 130.402 | |
| 781.033 | |
| 620.890 | |
| 2'943.115 | |

Das ist, das Ganze oder die Summe dieser sechs Posten beträgt 2'943.115.

### §. 13.

Regeln der Addition, wenn sehr viele Summanden vorkommen.

Wenn sehr viele Zahlen zusammen gezählt werden, so ist es möglich, daß die Summe einer Ordnung über 99 beträgt; in diesem Falle ist es am Besten, wenn man, indem man das letzte Ziffer anschreibt, die übrigen zwei Ziffern gleich zu der nächsten Ordnung zählt. Ist z. B. die Zahl 124 als die Summe einer Ordnung gefunden worden, so schreibt man 4, und zählt 12 zur nächsten Ordnung, wie man dieses in folgendem Beispiele ersieht.

Die Summe der ersten Ordnung oder der Einer ist 133, man schreibt also 3 unter den Strich, und zählt 13 zu den Zehnern; — die Summe der zweiten Ordnung oder der Zehner ist 138, man schreibt also 8, und zählt 13 zu den Hunderten; — die Summe der dritten Ordnung oder der Hunderte ist 100, man schreibt also 0 an die dritte Stelle rechts herein, und zählt 10 zu den Tausenden, und so fortgesetzt.

246
327
6742
396
74
94863
724
986
32
47
173
249
899
988
127
896
324
789
774
79
66
74
200
6008

Die Summanden oder Posten.

116083 die Summe.

Indeß verfährt man bei so großen Beispielen wohl am bequemsten, wenn man sie in mehrere kleinere zerlegt, die Summe von jedem sucht, und dann diese einzelnen Summen zusammen zählt.

Daher kann man das obige Beispiel auch so berechnen:

| | | |
|---|---|---|
| 246 | 32 | 324 |
| 327 | 47 | 789 |
| 6742 | 173 | 774 |
| 396 | 249 | 79 |
| 74 | 899 | 66 |
| 94863 | 988 | 74 |
| 724 | 127 | 200 |
| 986 | 896 | 6008 |
| a) 104358 | b) 3411 | c) 8314 |

Jetzt zählt man diese einzelnen Summen zusammen, die man Theilsummen nennen kann.

| | |
|---|---|
| a) Erste Theilsumme | 104358 |
| b) Zweite Theilsumme | 3411 |
| c) Dritte Theilsumme | 8314 |
| Hauptsumme = | 116083 |

Die Summe dieser 24 Posten beträgt also 116.083.

## §. 14.

### Die Probe der Addition betreffend.

Die Probe ist eine wiederholte Berechnung, die man vornimmt, um zu sehen, ob man bei der ersten Rechnung keinen Fehler gemacht hat.

Für die Addition kann die sogenannte Neunerprobe, und die Probe durch Subtraktion erst füglich nach dieser Rechnungsart gezeigt werden; deßwegen werde ich erst im nächsten Abschnitte bei der Abziehung diese zwei Proben zeigen.

Vor der Hand kann man sich merken, daß es ebenfalls eine Probe oder ein Zeichen für die Richtigkeit der Rechnung ist, wenn man das erste Mal die Ziffern von unten nach oben zusammen zählte, und man wieder die nämliche Summe erhält, wenn man dieselben auch von oben nach unten addirt.

## §. 15.

### Uebungsbeispiele der Addition.

I. Beispiele mit der beigefügten Auflösung.

| 1) | 2) | 3) | 4) | 5) |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 5 | 9 | 9 |
| 9 | 5 | 5 | 7 | 4 |
| 3 | 9 | 4 | 8 | 5 |
| 4 | 2 | 6 | 4 | 6 |
| 6 | 3 | 7 | 3 | 7 |
| 7 | 7 | 8 | 2 | 4 |
| 8 | 5 | 9 | 1 | 3 |
| 41 | 8 | 3 | 5 | 2 |
| | 43 | 4 | 6 | 4 |
| | | 51 | 45 | 44 |

| 6) | 7) | 8) | 9) |
| --- | --- | --- | --- |
| 24 | 32 | 36 | 87 |
| 31 | 22 | 52 | 70 |
| 42 | 41 | 14 | 52 |
| 13 | 13 | 22 | 33 |
| 24 | 21 | 69 | 9 |
| 41 | 32 | 193 | 251 |
| 175 | 161 | | |

| 10) | 11) | 12) |
| --- | --- | --- |
| 352 | 607 | 964 |
| 134 | 350 | 875 |
| 215 | 729 | 310 |
| 462 | 470 | 61 |
| 521 | 908 | 53 |
| 1684 | 3064 | 2263 |

| 13) | 14) | 15) |
| --- | --- | --- |
| 3125 | 2514 | 2513 |
| 2531 | 4352 | 4395 |
| 1452 | 1435 | 6241 |
| 4213 | 3124 | 3152 |
| 6344 | 5241 | 5474 |
| 17665 | 16666 | 21775 |

| 16) | 17) | 18) |
| --- | --- | --- |
| 21435 | 96173 | 54196 |
| 43142 | 87361 | 2341 |
| 82524 | 6584 | 5783 |
| 24313 | 757 | 241 |
| 15241 | 32 | 56 |
| 186655 | 190907 | 62617 |

| 19) | 20) |
| --- | --- |
| 4 | 9878570 |
| 46 | 765965 |
| 625 | 427582 |
| 4513 | 529626 |
| 45351 | 468904 |
| 516262 | 12070647 |
| 566801 | |

## II. Beispiele ohne die angegebene Summe.

| 1) | 2) | 3) | 4) | 5) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | | 3 | | 5 |
| | | 3 | | 5 |

| 6) | 7) | 8) | 9) | 10) |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 7 | 8 | 9 | 2 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 4 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 3 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 7 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 8 |
| 6 | | 8 | 9 | 9 |
| | | | | 2 |

| 11) | 12) | 13) | 14) |
|---|---|---|---|
| 24 | 964 | 3125 | 2514 |
| 31 | 875 | 2531 | 604 |
| 42 | 710 | 1452 | 74 |
| 13 | 61 | 4213 | 28 |
| 54 | 53 | 5344 | 3 |

| 15) | 16) | 17) |
|---|---|---|
| 21435 | 975815 | 782306 |
| 43142 | 855021 | 53450 |
| 32524 | 687102 | 8097 |
| 24313 | 563719 | 654 |
| 15241 | 279406 | 45 |
| | | 8 |

| 18) | 19) |
|---|---|
| 9877570 | 86572171 |
| 8765965 | 9436248 |
| 427582 | 758462 |
| 529626 | 625905 |
| 468904 | 52731 |
| 34596 | 6258 |
| 2341 | 524 |
| 589 | 76 |
| | 8 |

| 20) | 21) |
|---|---|
| 95461 | 55041 |
| 79894 | 41321 |
| 8679 | 64748 |
| 64908 | 512 |
| 47065 | 73465 |
| 26540 | 52673 |
| 35782 | 5145 |
| 91439 | 73247 |
| 287 | 94364 |
| 82506 | 41431 |
| 65790 | 57536 |
| 78647 | 32572 |
| 59872 | 86459 |
| 94231 | 45807 |
| 34 | 78949 |
| 528 | 5403 |
| 3429 | 219 |
| | 4914 |

Anmerkung: 1) Bei den bei Nr. I. angeführten 20 Beispielen stehen allemal ober der Linie die gegebenen Summanden oder Posten, und unter derselben steht ihre Summe, oder das Ganze, welches sie zusammen ausmachen; dagegen kommen aber bei den Beispielen bei Nr. II. nur die gegebenen Summanden ohne die zu ihnen gehörigen Summen vor.

2) Bei den hier vorkommenden größeren Zahlen habe ich zur Eintheilung in Klassen, wie es beim Numeriren gezeigt wurde (§. 5.), keinen Punkt oder Strich mehr beigefügt, weil man jetzt auch ohne dieses die Stellen gleich abzählen, und dadurch die Zahlen gehörig aussprechen kann.

# III. Abschnitt.

## Von der Subtraktion oder Abziehung gleichbenannter ganzer Zahlen.

### §. 16.

### Erklärungen.

1) Den Unterschied oder die Differenz zweier Zahlen heißt man jene Zahl, welche angibt um wie viel eine Zahl größer oder kleiner ist, als die andere. Auf diese Weise ist 3 der Unterschied zwischen 9 und 6, weil 9 um 3 größer ist als 6, oder umgekehrt weil 6 um 3 kleiner ist als 9.

2) Den Minuend oder das Ganze heißt man diejenige Zahl, von der man eine andere abzieht, und der Subtrahend oder Abzug ist jene Zahl, die man von einer anderen abzieht.

3) Der Rest wird der Unterschied genannt, den man erhält, wenn man eine Zahl von einer anderen abzieht.

Im vorigen Beispiele ist 9 der Minuend, dann 6 der Subtrahend, und 3 der Rest, weil 3 übrig bleibt, wenn man 6 von 9 wegnimmt oder wegzählt.

4) Die Abziehung oder Subtraktion ist demnach die Grundrechnungsart oder Spezies, bei der man untersucht, welche Zahl noch übrig bleibt, wenn man eine Zahl von einer anderen wegnimmt.

5) Das Zeichen der Subtraktion ist eine Linie oder ein Querstrich (—), und es wird durch weniger oder minus gelesen; daher bedeutet zum Beispiele $9 - 6$ so viel, als man soll 6 von 9 abziehen, und $9 - 6 = 3$, heißt: 9 weniger 6 ist gleich 3, oder 6 von 9 bleibt 3.

Anmerkung: Bei der Abziehung ist der Minuend das Ganze, und der Subtrahend ist einer seiner Theile, und man untersucht durch die Abziehung, welcher Theil noch übrig bleibt, wenn man den bekannten Theil von dem gegebenen Ganzen wegzählt. Im angeführten Bei-

spiele ist 9 das Ganze, dann 6 der eine, und 3 der andere Theil, den man erhält, wenn man den ersten Theil 6 vom Ganzen wegnimmt.

## §. 17.

## Die Subtraktionstabelle oder das Einsvoneins.

Nachstehende Tabelle heißt man das Einsvoneins oder die Subtraktionstabelle, indem sie die Fälle enthält, auf die sich das ganze Abziehen zurückführen läßt, und wobei der Subtrahend und der Rest nie größer ist als 9.

Diese Tabelle muß man genau inne haben, um abziehen oder subtrahiren zu können; deßwegen muß man dieselbe auswendig lernen, und sich zugleich durch gewisse Zeichen, etwa durch Striche an der Tafel oder auf dem Papier, oder durch körperliche Gegenstände in der Abziehung der Zahlen üben, damit man auch im Wegzählen gegebener Zahlen von anderen die gehörige Fertigkeit erlangt.

| I. | II. | III. | IV. |
|---|---|---|---|
| 0 von 0 bleibt 0, | 1 von 1 bleibt 0, | 2 von 2 bleibt 0, | 3 von 3 bleibt 0, |
| 0 von 1 bleibt 1, | 1 von 2 bleibt 1, | 2 von 3 bleibt 1, | 3 von 4 bleibt 1, |
| 0 von 2 bleibt 2, | 1 von 3 bleibt 2, | 2 von 4 bleibt 2, | 3 von 5 bleibt 2, |
| 0 von 3 bleibt 3, | 1 von 4 bleibt 3, | 2 von 5 bleibt 3, | 3 von 6 bleibt 3, |
| 0 von 4 bleibt 4, | 1 von 5 bleibt 4, | 2 von 6 bleibt 4, | 3 von 7 bleibt 4, |
| 0 von 5 bleibt 5 | 1 von 6 bleibt 5, | 2 von 7 bleibt 5, | 3 von 8 bleibt 5, |
| 0 von 6 bleibt 6, | 1 von 7 bleibt 6, | 2 von 8 bleibt 6, | 3 von 9 bleibt 6, |
| 0 von 7 bleibt 7, | 1 von 8 bleibt 7, | 2 von 9 bleibt 7, | 3 von 10 bleibt 7, |
| 0 von 8 bleibt 8, | 1 von 9 bleibt 8, | 2 von 10 bleibt 8, | 3 von 11 bleibt 8, |
| 0 von 9 bleibt 9, | 1 von 10 bleibt 9, | 2 von 11 bleibt 9, | 3 von 12 bleibt 9, |

| V. | VI. | VII. |
|---|---|---|
| 4 von 4 bleibt 0, | 5 von 5 bleibt 0, | 6 von 6 bleibt 0, |
| 4 von 5 bleibt 1, | 5 von 6 bleibt 1, | 6 von 7 bleibt 1, |
| 4 von 6 bleibt 2, | 5 von 7 bleibt 2, | 6 von 8 bleibt 2, |
| 4 von 7 bleibt 3, | 5 von 8 bleibt 3, | 6 von 9 bleibt 3, |

| | | |
|---|---|---|
| 4 von 8 bleibt 4, | 5 von 9 bleibt 4, | 6 von 10 bleibt 4, |
| 4 von 9 bleibt 5, | 5 von 10 bleibt 5, | 6 von 11 bleibt 5, |
| 4 von 10 bleibt 6, | 5 von 11 bleibt 6, | 6 von 12 bleibt 6, |
| 4 von 11 bleibt 7, | 5 von 12 bleibt 7, | 6 von 13 bleibt 7, |
| 4 von 12 bleibt 8, | 5 von 13 bleibt 8, | 6 von 14 bleibt 8, |
| 4 von 13 bleibt 9, | 5 von 14 bleibt 9, | 6 von 15 bleibt 9, |

| VIII. | IX. | X. |
|---|---|---|
| 7 von 7 bleibt 0, | 8 von 8 bleibt 0, | 9 von 9 bleibt 0, |
| 7 von 8 bleibt 1, | 8 von 9 bleibt 1, | 9 von 10 bleibt 1, |
| 7 von 9 bleibt 2, | 8 von 10 bleibt 2, | 9 von 11 bleibt 2, |
| 7 von 10 bleibt 3, | 8 von 11 bleibt 3, | 9 von 12 bleibt 3, |
| 7 von 11 bleibt 4, | 8 von 12 bleibt 4, | 9 von 13 bleibt 4, |
| 7 von 12 bleibt 5, | 8 von 13 bleibt 5, | 9 von 14 bleibt 5, |
| 7 von 13 bleibt 6, | 8 von 14 bleibt 6, | 9 von 15 bleibt 6, |
| 7 von 14 bleibt 7, | 8 von 15 bleibt 7, | 9 von 16 bleibt 7, |
| 7 von 15 bleibt 8, | 8 von 16 bleibt 8, | 9 von 17 bleibt 8, |
| 7 von 16 bleibt 9, | 8 von 17 bleibt 9, | 9 von 18 bleibt 9. |

## §. 18.

## Regeln der Abziehung.

1) Man schreibe den Subtrahend so unter den Minuend, daß die Einheiten gleicher Ordnung unter einander zu stehen kommen, mithin Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte, Tausende unter Tausende, und so fortgesetzt.

2) Man fange das Abziehen rechts bei den Einern an, setze es dann von der rechten zur linken Seite bei den Zehnern, Hunderten, Tausenden ꝛc. fort, und schreibe die Reste in eben dieser Ordnung unter die Linie, welche man unter dem Subtrahend zieht.

3) Kann man das untere Ziffer vom oberen, das zu klein ist, nicht abziehen, so entlehne man vom nächsten linksstehenden Ziffer eine Einheit, also 1, betrachte es wie 10, und mache ober dem Ziffer, von dem man entlehnt, einen Strich (, oder '), oder einen Punkt, zum Zeichen, daß man 1 entlehnt hat, sohin dieses Ziffer um 1 weniger ist.

Soll man z. B. im letzten Falle 8 von 5 abziehen, so entlehne man 1, dieses ist 10, und sage dann, 8 von 15 bleibt 7.

## §. 19.

### Anwendung dieser Regeln.

I. Beispiel:

Man soll 24 von 86 abziehen.

Auflösung:

1) Weil in diesem Beispiele die Zahl 86 der Minuend, und die Zahl 24 der Subtrahend ist, schreibe man 24 so unter 86, daß 4 unter 6, und 2 unter 8 zu stehen kommt, und ziehe einen Strich:

86 Minuend
24 Subtrahend.

2) Man sage jetzt, 4 von 6 bleibt 2, und schreibe 2 unter den Strich unter 4; ferner sage man, 2 von 8 bleibt 6, und schreibe 6 unter den Strich unter 2; man bekommt 62 als den verlangten Rest:

86 Minuend
24 Subtrahend.
62 Rest.

Man erhält also 62 als Rest, wenn man 24 von 86 abzieht, das ist, 86 weniger 24 gibt 62, oder 86 — 24 = 62.

II. Beispiel:

Man subtrahire 3458 von 6794.

Auflösung:

1) Man schreibe den Subtrahend 3458 unter den Minuend 6794, und ziehe unten einen Querstrich:

6794 Minuend
3458 Subtrahend.

2) Man fange das Abziehen rechts an, und sage 8 von 4, dies kann man nicht, also entlehne man 1 (einen Zehner) von 9, und sage, weil man nun 10

Einer und 4 Einer hat, 8 von 14 bleibt 6, man schreibt nun 6 unter den Strich unter 8, weil man auch rechts das Subtrahiren oder Abziehen anfängt:

6 7 9'4. Minuend
3 4 5 8 Subtrahend.
6

3) Oben bei 9, wo man ein Zeichen des Entlehnens, etwa einen Strich hinmacht, hat man nur mehr 8, daher sage man, 5 von 8 bleibt 3, und schreibe 3 unter den Strich unter 5 an die Stelle der Zehner:

6 7 9'4 Minuend
3 4 5 8 Subtrahend.
3 6

4) Nun sage man bei den Hunderten, 4 von 7 bleibt 3, und schreibe 3 unter den Strich unter 4 an die Stelle der Hunderte:

6 7 9'4 Minuend
3 4 5 8 Subtrahend.
3 3 6

5) Endlich sage man bei den Tausenden, 3 von 6 bleibt 3, und schreibe 3 unter den Strich unter 3 an die Stelle der Tausende:

6 7 9'4 Minuend
3 4 5'8 Subtrahend.
3 3 3 6 Rest.

Man erhält also 3336 Rest, wenn man 3458 von 6794 abzieht, das ist, 6794 weniger 3458 gibt 3336, oder 6794 — 3458 = 3336.

III. Beispiel:

Man subtrahire 2457 von 4235.

Auflösung:

1) Man schreibe den Subtrahend 2457 unter 4235, und ziehe einen Querstrich:

4235 Minuend
2457 Subtrahend.

2) Man sage, 7 von 5 kann man nicht, man entlehne also 1 (einen Zehner) von 3, mache da einen Strich, und sage, 7 von 15 bleibt 8, und schreibe 8 unter den Strich unter 7 an die Stelle der Einer:

4 2 3'5 Minuend
2 4 5 7 Subtrahend.
8

3) Man sage, weil man 1 von 3 entlehnte oder borgte, 5 von 2 kann man nicht, man entlehne also 1 vom nächsten Ziffer 2, mache den Strich und sage, 5 von 12 bleibt 7, und 7 schreibe man unter den Strich unter 5 an die Stelle der Zehner:

4 2'3'5 Minuend
2 4 5 7 Subtrahend.
7 8

4) Man sage ferner, weil man schon 1 von 2 entlehnte, 4 von 1 kann man nicht, man entlehne wieder 1 von 4, mache den Strich, und sage, 4 von 11 bleibt 7, und schreibe 7 unter den Strich unter 4 an die Stelle der Hunderte:

4'2'3'5 Minuend
2 4 5 7 Subtrahend.
7 7 8

5) Endlich sage man, 2 von 3 bleibt 1, und schreibe 1 unter den Strich unter 2 an die Stelle der Tausende:

4'2'3'5 Minuend
2 4 5 7 Subtrahend.
1 7 7 8 Rest.

Man erhält demnach 1778 als Rest, wenn man 2457 von 4235 abzieht, das heißt, 4235 weniger 2457 gibt 1778, oder 4235 — 2457 = 1778.

IV. Beispiel:

Man soll 56498 von 60001 abziehen.

Auflösung:

1) Man schreibe den Subtrahend 56498 unter den Minuend, und ziehe einen Querstrich:

60001 Minuend
56498 Subtrahend.

2) Man sage, weil man 8 von 1 nicht subtrahiren kann, 8 von 11 bleibt 3, und schreibe 3 unter den Strich unter 8 an die Stelle der Einer:

6000'1 Minuend
56498 Subtrahend.
3

3) Nun sage man, weil man immer 1, das 10 gilt, entlehnen muß, 9 von 9 bleibt 0, dann 4 von 9 bleibt 5, ferner 6 von 9 bleibt 3, und 5 von 5 bleibt nichts, und schreibe der Ordnung nach unter den Strich 0 an die Stelle der Zehner, dann 5 an die Stelle der Hunderte, und 3 an die Stelle der Tausende, während man an die Stelle der Zehntausende die letzte Null nicht mehr schreibt, weil diese links bei ganzen Zahlen keine Bedeutung mehr hat:

6'0'0'0'1 Minuend
56498 Subtrahend.
3503 Rest.

Man erhält also 3503 als Rest, wenn man 56498 von 60001 abzieht, das ist, 60001 — 56498 = 3503.

Anmerkung: 1.) Wenn der Minuend mehrere Ziffern hat, und unten im Subtrahend links keine Ziffer mehr vorkommen, so schreibt man die Ziffern des Minuends, wenn von ihnen nichts entlehnt wurde, unverändert herab; z. B.

3569'48'3 Minuend
5649 Subtrahend.
3563834 Rest.

2) Wenn man eine Ziffer von der Null (0) abziehen soll, und man hat von ihr noch nichts entlehnt, so bedeutet sie, wenn man zu ihr 1, (vielmehr 10) borgt, soviel als 10; hat man aber von ihr schon 1 entlehnt, so gilt sie nur mehr soviel als 9; z. B.

| | |
|---|---|
| 1'0'0'0'0'0 | Minuend |
| 54823 | Subtrahend. |
| 45177 | Rest. |

3) Bestehet der Minuend und der Subtrahend aus mehreren Zahlen, so bringt man vor der Subtraktion die Theile des Minuends, und die des Subtrahends in eine Summe, und zieht diese von jener ab; z. B.

| Minuend | Subtrahend |
|---|---|
| 5648 | 3429 |
| 9429 | 2504 |
| 3438 | 8536 |
| 5914 | 3429 |
| 2'4'4'29 erste Summe; | 17898 zweite Summe; |
| 17898 zweite Summe; | |
| 6531 Rest. | |

Man erhält also 6531 zum Reste, wenn man von der Summe der ersten vier Zahlen die Summe der letzten vier Zahlen abzieht.

## §. 20.

### Probe der Addition.

Durch die Subtraktion kann man die Probe der Addition machen, um sich zu versichern, daß man bei der Rechnung nicht gefehlt hat. (§. 14.)

Man zählt nämlich nochmal alle Zahlen, mit Ausnahme einer einzigen, zusammen, und subtrahirt die neue Summe von der vorigen Summe, es muß der Rest die weggelassene Zahl oder den ausgeschlossenen Summanden betragen.

Hat man z. B. die Zahlen 5648, dann 9429, ferner 3438 und 5914 addirt, und zur Summe 24429 erhalten, so zählt man die letzten drei Zahlen mit Ausnahme der Zahl 5648 zusammen, und zieht die zweite Summe 18781 von der ersten Summe 24429 ab, es gibt der Rest 5648 den weggelassenen Summanden wieder; das ist,

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5648 | | 5648 | |
| 9429 | | 9429 | |
| 3438 | | 3438 | |
| 5914 | | 5914 | |
| 24429 | erste Summe | 18781 | zweite Summe |
| 18781 | zweite Summe | | |
| 5648 | als Rest wieder der ausgelassene Posten. | | |

## §. 21.

### Probe der Subtraktion.

Ueber die Subtraktion macht man die Probe durch die Addition, wenn man den Rest zum Subtrahend addirt, um den Minuend wieder zu erhalten.

Hat man z. B. die Zahl 15314 von 38429 abgezogen, und man zählt den Rest 23115 zum Subtrahend 15314, so erhält man wieder, wenn die Rechnung richtig ist, den Minuend 38429;

| | |
|---|---|
| 38429 | Minuend |
| 15314 | Subtrahend. |
| 23115 | Rest |
| 38429 | Probe. |

## §. 22.

### Uebungsbeispiele der Subtraktion.

I. Beispiel mit der Auflösung:

| | | |
|---|---|---|
| 1) 68 | 2) 568 | 3) 4862 |
| 34 | 246 | 2622 |
| 34 | 322 | 2240 |
| 4) 5965 | 5) 23648 | 6) 98425 |
| 3542 | 12326 | 74213 |
| 2423 | 11322 | 24212 |
| 7) 429 | 8) 293 | 9) 2464 |
| 142 | 128 | 1025 |
| 287 | 165 | 1439 |

| | | |
|---|---|---|
| 10) 2486'0 | 11) 9'3'5'6'8 | 12) 9'2'3'7'5 |
| 12432 | 54789 | 9879 |
| 12428 | 38779 | 82496 |
| 13) 8'39126 | 14) 8'0654'2 | 15) 26348'69 |
| 397023 | 564203 | 2010378 |
| 442103 | 242339 | 624491 |
| 16) 29'3'0'4 | 17) 6'49'0'36 | 18) 58'0'0'0'0 |
| 12836 | 580041 | 432568 |
| 16468 | 68995 | 147432 |
| 19) 84'3'0'0'0'6 | 20) 3'4'0'6'0'08 | |
| 6257368 | 1578698 | |
| 2172638 | 1827310 | |

## II. Beispiele ohne die Auflösung.

| | | |
|---|---|---|
| 1) 98 | 2) 768 | 3) 6394 |
| 34 | 493 | 4263 |
| 4) 5786 | 5) 34806 | 6) 72504 |
| 3454 | 12585 | 24411 |
| 7) 354400 | 8) 74006 | 9) 1345023 |
| 168989 | 32180 | 567653 |
| 10) 3033955 | 11) 546800009 | 12) 3970087603 |
| 1145567 | 200098799 | 1645689783 |

Anmerkung: Bei der Auflösung dieser und der vorigen Beispiele mache man immerhin auch die Probe, um sich von der Richtigkeit der Rechnung zu überzeugen, und sich zugleich wieder in der Addition zu üben.

# IV. Abschnitt.

## Von der Multiplikation oder Vermehrung gleichbenannter Zahlen.

### §. 23.

### Erklärungen.

1) Multiplizīren oder vermehren heißt eine Zahl so oft setzen, als es eine andere anzeigt; auf diese Weise multiplizire ich z. B. wenn ich sage, 4 mal 6 gibt 24, oder 6, viermal genommen, gibt 24.

2) Die Zahl, welche man so oft setzt, als es eine andere anzeigt, heißt Multiplikand, und die Zahl, welche anzeigt, wie oft eine Zahl gesetzt werden soll, heißt Multiplikator.

3) Zahlen, die man miteinander multipliziren soll, heißt man Faktoren, und die Zahl, welche bei der Multiplikation herauskommt, wird Produkt genannt.

Im vorigen Beispiele sind die Zahlen 6 und 4 die Faktoren, und zwar 6 ist der Multiplikand, dann 4 ist der Multiplikator, und 24 ist das erhaltene Produkt, weil 4 mal 6 die Zahl 24 gibt.

4) Die Multiplikation oder die Vermehrung ist demnach die Rechnungsart, bei welcher man zu gegebenen Zahlen die Produkte als neue Zahlen findet.

5) Das Zeichen der Multiplikation ist ein Punkt (.), oder ein liegendes Kreutz (×); daher bedeutet z. B. der Ausdruck 6 . 4 oder 6 × 4, man soll 6 mit 4 multipliziren.

### §. 24.

### Die Multiplikationstabelle, oder das Einmaleins.

Damit man multipliziren kann, muß man nachstehende Tabelle genau auswendig wissen; man nennt

sie das Einmaleins, oder die pythagorische Tafel, sie lautet so:

| I. | II. | III. |
|---|---|---|
| 1 mal 0 ist 0 | 2 mal 0 ist 0 | 3 mal 0 ist 0 |
| 1 mal 1 ist 1 | 2 mal 1 ist 2 | 3 mal 1 ist 3 |
| 1 mal 2 ist 2 | 2 mal 2 ist 4 | 3 mal 2 ist 6 |
| 1 mal 3 ist 3 | 2 mal 3 ist 6 | 3 mal 3 ist 9 |
| 1 mal 4 ist 4 | 2 mal 4 ist 8 | 3 mal 4 ist 12 |
| 1 mal 5 ist 5 | 2 mal 5 ist 10 | 3 mal 5 ist 15 |
| 1 mal 6 ist 6 | 2 mal 6 ist 12 | 3 mal 6 ist 18 |
| 1 mal 7 ist 7 | 2 mal 7 ist 14 | 3 mal 7 ist 21 |
| 1 mal 8 ist 8 | 2 mal 8 ist 16 | 3 mal 8 ist 24 |
| 1 mal 9 ist 9 | 2 mal 9 ist 18 | 3 mal 9 ist 27 |

| IV. | V. |
|---|---|
| 4 mal 0 ist 0 | 5 mal 0 ist 0 |
| 4 mal 1 ist 4 | 5 mal 1 ist 5 |
| 4 mal 2 ist 8 | 5 mal 2 ist 10 |
| 4 mal 3 ist 12 | 5 mal 3 ist 15 |
| 4 mal 4 ist 16 | 5 mal 4 ist 20 |
| 4 mal 5 ist 20 | 5 mal 5 ist 25 |
| 4 mal 6 ist 24 | 5 mal 6 ist 30 |
| 4 mal 7 ist 28 | 5 mal 7 ist 35 |
| 4 mal 8 ist 32 | 5 mal 8 ist 40 |
| 4 mal 9 ist 36 | 5 mal 9 ist 45 |

| VI. | VII. |
|---|---|
| 6 mal 0 ist 0 | 7 mal 0 ist 0 |
| 6 mal 1 ist 6 | 7 mal 1 ist 7 |
| 6 mal 2 ist 12 | 7 mal 2 ist 14 |
| 6 mal 3 ist 18 | 7 mal 3 ist 21 |
| 6 mal 4 ist 24 | 7 mal 4 ist 28 |
| 6 mal 5 ist 30 | 7 mal 5 ist 35 |
| 6 mal 6 ist 36 | 7 mal 6 ist 42 |
| 6 mal 7 ist 42 | 7 mal 7 ist 49 |
| 6 mal 8 ist 48 | 7 mal 8 ist 56 |
| 6 mal 9 ist 54 | 7 mal 9 ist 63 |

| VIII. | | | | | IX. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | mal | 0 | ist | 0 | 9 | mal | 0 | ist | 0 |
| 8 | mal | 1 | ist | 8 | 9 | mal | 1 | ist | 9 |
| 8 | mal | 2 | ist | 16 | 9 | mal | 2 | ist | 18 |
| 8 | mal | 3 | ist | 24 | 9 | mal | 3 | ist | 27 |
| 8 | mal | 4 | ist | 32 | 9 | mal | 4 | ist | 36 |
| 8 | mal | 5 | ist | 40 | 9 | mal | 5 | ist | 45 |
| 8 | mal | 6 | ist | 48 | 9 | mal | 6 | ist | 54 |
| 8 | mal | 7 | ist | 56 | 9 | mal | 7 | ist | 63 |
| 8 | mal | 8 | ist | 64 | 9 | mal | 8 | ist | 72 |
| 8 | mal | 9 | ist | 72 | 9 | mal | 9 | ist | 81 |

Anmerkung: 1) Bei diesem Einmaleins darf man die Stellen der Faktoren nicht mehr verwechseln, weil sie schon in umgekehrter Ordnung vorkommen, und man auch immerhin das nämliche Produkt erhält. Auf diese Weise findet man bei Nr. III., daß 3 mal 5 die Zahl 15, und bei Nr. V., daß 5 mal 3 auch 15 gibt, da es immer gleich viel gibt, ob man sagt, 3 mal 5, oder 5 mal 3.

2) Ist einer der Faktoren, also eine der gegebenen Zahlen Null, so ist allemal auch das Produkt Null; indem z. B. 3 mal 0 wieder 0 gibt, und umgekehrt 0 mal 3 auch 0 ist.

3) Ist einer der Faktoren 1, so wird der andere Faktor das Produkt, da z. B. 4 mal 1 wieder 4 gibt, und 1 mal 4 ebenfalls 4 ist.

## §. 25.

### I. Regel der Multiplikation, wenn der Multiplikator nur aus einem Ziffer besteht.

1) Man schreibe den Multiplikator rechts unter die Einer des Multiplikands, und ziehe einen Querstrich.

2) Man fange rechts an, und multiplizire der Ordnung nach gegen die linke Seite hin alle Einheiten, das ist, alle Ziffer des Multiplikands mit dem Multiplikator, und schreibe die Produkte in eben dieser Ordnung unter den Strich.

3) Geht ein Produkt auf 10, oder darüber, so schreibe man davon, weil es mit zwei Ziffern zu bezeichnen ist, nur das rechtsstehende Ziffer unter dem Striche an, und zähle das andere Ziffer, wie bei der Addition, zu den nächstfolgenden Einheiten.

4) Erhält man bei der Multiplikation des letzten linksstehenden Ziffers ein Produkt, das 10 oder darüber beträgt, so schreibe man es ganz, wie es ist, zur linken Seite unter den Strich.

I. Beispiel:

Man multiplizire 4321 mit der Zahl 2.

Auflösung:

1) Weil hier 4321 der Multiplikand ist, und 2 der Multiplikator, so schreibe man 2 unter 1, und ziehe eine Linie:

4321 Multiplikand
2 Multiplikator

2) Man sage nach dem Einmaleins, 2 mal 1 ist 2, dann 2 mal 2 ist 4, ferner 2 mal 3 ist 6, und 2 mal 4 ist 8, und schreibe der Ordnung nach von der rechten zur linken Seite die Produkte 2, dann 4, ferner 6, und 8 unter den Strich;

4321 Multiplikand
2 Multiplikator

8642 Produkt.

2 mal 4321 ist demnach 8642, oder 4321 gibt, 2 mal genommen, 8642, das ist, $4321 \times 2 = 8642$; indem 1 Einer 2 mal genommen 2 Einer, dann 2 Zehner 2 mal genommen 4 Zehner, ferner 3 Hundert 2 mal genommen 6 Hundert, und 4 Tausend 2 mal genommen 8 Tausend geben, oder

$$\begin{array}{r} 4000 + 300 + 20 + 1 \\ \times 2 \\ \hline 8000 + 600 + 40 + 2 = 8642. \end{array}$$

II. Beispiel:

Man soll 24698 mit 3 multipliziren.

## Auflösung:

1) Man schreibe auf die vorige Weise den Multiplikator 3 unter den Multiplikand 24698, und ziehe einen Querstrich;

| | |
|---|---|
| 24698 | Multiplikand |
| 3 | Multiplikator |

2) Man fange rechts an, und sage, 3 mal 8 gibt 24, man schreibe 4 unter dem Striche an die Stelle der Einer, und behalte 2 für die nächste Stelle:

| | |
|---|---|
| 24698 | Multiplikand |
| 3 | Multiplikator |
| 4 | |

3) Man sage, 3 mal 9 gibt 27, und die vorigen 2 geben 29, man schreibe also 9 an die Stelle der Zehner, und behalte 2 für die nächste Stelle:

24698
3
94

4) Man sage, 3 mal 6 gibt 18, und die vorigen 2 dazu geben 20, man schreibe 0, und behalte 2 für die nächste Stelle:

24698
3
094

5) Man sage 3 mal 4 gibt 12, und die vorigen 2 geben 14, man schreibe 4, und behalte 1 für die nächste Stelle:

24698
3
4094

6) Endlich sage man, 3 mal 2 gibt 6, und 1 dazu gibt 7, man schreibe 7 an die letzte Stelle:

| | |
|---|---|
| 24698 | Multiplikand |
| 3 | Multiplikator |
| 74094 | Produkt. |

Die Summe 24698 mit 3 multiplizirt gibt also zum Produkte 74094, oder $24698 \times 3 = 74094$.

III. Beispiel:

Man soll 358 mit 6 multipliziren.

Auflösung:

1) Man schreibe 6 unter 358, und ziehe die Querlinie:

| | |
|---|---|
| 358 | Multiplikand |
| 6 | Multiplikator |

2) Man sage, 6 mal 8 gibt 48, schreibe 8 unter den Strich, und behalte 4; dann sage man, 6 mal 5 gibt 30 und 4 gibt 34, man schreibe 4 unter den Strich, und behalte 3; endlich sage man, 6 mal 3 gibt 18 und 3 gibt 21, man schreibe 21 ganz an, wie hier:

| | |
|---|---|
| 358 | Multiplikand |
| 6 | Multiplikator |
| 2148 | Produkt. |

Es gibt also 358 mit 6 multiplizirt, zum Produkte 2148, oder $358 \times 6 = 2148$.

## §. 26.

### II. Regel der Multiplikation, wenn der Multiplikand und der Multiplikator mehrere Ziffern hat.

1) Haben beide Faktoren eine ungleiche Anzahl von Ziffern, so nehme man, weil man die Stellen verwechseln darf, die größere Zahl als Multiplikand und die kleinere als Multiplikator an, und schreibe diese unter jene. Wenn aber beide Faktoren gleichviel Zifferstellen haben, dann steht es frei, welcher Faktor als Multiplikand, und welcher als Multiplikator gesetzt wird.

2) Nun multiplizire man nach Vorschrift des vorigen §. von der rechten zur linken Seite mit dem

ersten rechts stehenden Ziffer des Multiplikators den ganzen Multiplikand.

3) Dieses thue man mit allen folgenden Ziffern des Multiplikators, das heißt, mit einem jeden multiplizire man den ganzen Multiplikand.

4) Das zweite Produkt, das man durch die Multiplikation mit dem zweiten Ziffer erhält, rücke man um eine Stelle zur linken Seite, so daß unter die Einer des ersten Produktes kein Ziffer zu stehen kommt.

5) Eben so rücke man, indem man die Produkte unter einander schreibt, jedes folgende Ziffer um eine Stelle zur linken Seite.

6) Hat man mit allen Ziffern des Multiplikators die Multiplikation ausgeführt, so addire man nach den aufgestellten Regeln die einzelnen Produkte gerade so, wie sie da stehen, es gibt ihre Summe das verlangte Totalprodukt.

### I. Beispiel:

Man soll 76 mit 42 multipliziren.

### Auflösung:

1) Weil beide Faktoren gleichviel Ziffern haben, so schreibe man 76 als Multiplikand, und 42 als Multiplikator an, und ziehe einen Querstrich:

76 Multiplikand
42 Multiplikator

2) Man sage, um mit dem ersten Ziffer des Multiplikators zu multipliziren, 2 mal 6 gibt 12, man schreibe 2 unter den Strich, und behalte 1, ferner sage man, 2 mal 7 gibt 14 und 1 gibt 15, man schreibe 15 ganz an, wie hier:

76 Multiplikand
42 Multiplikator
152

3) Nun sage man, damit man auch mit dem zweiten Ziffer des Multiplikators multiplizirt, 4 mal 6 gibt 24; man schreibe 4 um eine Stelle weiter

links, also unter 5, und behalte 2; endlich sage man, 4 mal 7 gibt 28, und 2 gibt 30, man schreibe 30 ganz zur linken Seite an:

```
  76
  42
 ---
 152
304
```

4) Man ziehe wieder einen Querstrich, und zähle diese zwei Produkte, nämlich die Zahlen 152 und 304, wie sie da stehen, zusammen, und man erhält das verlangte ganze Produkt 3192 wie hier:

```
  76 Multiplikand
  42 Multiplikator
 ----
 152
304
 ----
3192 Produkt.
```

Es gibt also 42 mal 76 die Zahl 3192, das ist, 76 mit 42 multiplizirt gibt 3192 als Produkt, oder $76 \times 42 = 3192$.

II. Beispiel:

Man soll 5498 mit 346 multipliziren.

Auflösung:

1) Man schreibe die größere Zahl 5498 als Multiplikand, und darunter als Multiplikator die kleinere Zahl 346, und ziehe einen Querstrich:

```
5498 Multiplikand
 346 Multiplikator
----
```

2) Man multiplizire mit 6 als dem ersten Ziffer des Multiplikators den ganzen Multiplikand 5498; indem man sagt, 6 mal 8 gibt 48, schreibe 8, behalte 4, dann 6 mal 9 gibt 54 und 4 gibt 58, schreibe 8, behalte 5, ferner 6 mal 4 gibt 24 und 5 gibt 29, schreibe 9, behalte 2, endlich sage man, 6 mal 5 gibt 30 und 2 gibt 32, man schreibe 32 ganz an. Auf diese Weise erhält man das erste einzelne Produkt

32988, welches unter dem Striche angeschrieben wird, wie hier:

```
 5498
  346
-----
32988
```

3) Man multiplizire jetzt mit 4 als dem zweiten Ziffer des Multiplikators; indem man sagt, 4 mal 8 gibt 32, man schreibe 2 links unter das zweite Ziffer 8, und behalte 3, dann sage man, 4 mal 9 gibt 36 und 3 gibt 39, man schreibe 9, und behalte 3, ferner sage man, 4 mal 4 gibt 16 und 3 gibt 19, man schreibe 9, und behalte 1, endlich sage man, 4 mal 5 gibt 20 und 1 gibt 21, man schreibe 21 ganz an; das auf diese Weise erhaltene einzelne Produkt kömmt um eine Stelle mehr links unter das vorige Produkt zu stehen, wie hier:

```
  5498
   346
 -----
 32988
21992
```

4) Auf eine ähnliche Weise multiplizire man mit 3 als dem letzten Ziffer des Multiplikators den Multiplikand 5498, schreibe das erhaltene Produkt 16494 wieder um eine Stelle mehr links, unter die vorigen Produkte, und addire alle Produkte, wie hier:

```
   5498 Multiplikand
    346 Multiplikator
  -----
  32988
 21992
16494
-------
1902308 das ganze Produkt.
```

Es gibt also 5498 mit 346 multiplizirt das Produkt 1'902.308, oder 5498 × 346 = 1'902.308.

### III. Beispiel:

Man multiplizire 36 mit der Zahl 4006.

Auflösung:

1) Man verwechsle die Stellen, und multiplizire 4006 mit 36, und schreibe deßhalb die größere Zahl 4006 als Multiplikand, und die kleinere 36 als Multiplikator:

4006 Multiplikand
36 Multiplikator

2) Man sage nun, 6 mal 6 gibt 36, schreibe 6 behalte 3, dann 6 mal 0 ist 0, schreibe 3 an die Stelle der Null, ferner 6 mal 0 ist 0, schreibe 0, endlich sage man, 6 mal 4 gibt 24, und man schreibe 24 ganz an:

4006
36
24036

3) Nun multiplizire man mit 3, und sage, 3 mal 6 gibt 18, schreibe 8, behalte 1, dann 3 mal 0 ist 0, und 1 gibt 1, man schreibe 1, ferner 3 mal 0 ist 0, schreibe 0, und endlich 3 mal 4 ist 12, man schreibe 12 ganz aus, und bringe dann beide Produkte in eine Summe:

4006 Multiplikand
36 Multiplikator
24036
12018
144216 Totalprodukt.

Es gibt also 36 mit 4006, oder 4006 mit 36 multiplizirt, zum Produkte 144.216, oder 36 × 4006 = 4006 × 36 = 144.216.

Anmerkung: Will man sich begreiflich machen, daß man bei der Multiplikation die Stellen der Faktoren verwechseln kann, so schreibe man z. B. in einer Reihe 5 mal a, und setze diese Reihe 4 mal; man wird offenbar sehen, daß 5 mal a, 4 mal gesetzt, 20 mal a, und daß 4 mal a, 5 mal gesetzt, auch 20 mal a geben, wie hier:

a a a a a
a a a a a
a a a a a
a a a a a

5 a, 4 mal gesetzt, geben 20 a, und auch 4 a, 5 mal gesetzt, geben 20 a.

## §. 27.

### III. Regel der Multiplikation, wenn der Multiplikator in der Mitte Nullen hat.

1) Hat der Multiplikator in der Mitte Nullen, und man multiplizirt mit diesen, so werden die Produkte allemal Null.

2) Deßwegen läßt man die Multiplikation mit den Nullen ganz aus, und multiplizirt nur mit den bedeutlichen Zahlziffern, indeß aber so, daß so oft das Produkt um eine Stelle mehr links gesetzt wird, so oft man mit einer Null multipliziren sollte.

I. Beispiel:

Man multiplizire 3428 mit 406.

Auflösung:

1) Man setze 3428 als Multiplikand, und 406 als Multiplikator:

3428 Multiplikand
406 Multiplikator

2) Man multiplizire auf die angezeigte Weise mit dem ersten Ziffer 6, man erhält 20568 als das erste Theilprodukt:

3428
406
―――
20568

3) Würde man mit 0 multipliziren, so erhielte man 0000, diese Nullen schreibt man aber nicht, weil sie allein keine Bedeutung haben, und man multiplizire dagegen mit dem nächsten Ziffer 4, schreibe das erhaltene Produkt um eine Stelle mehr links, also von der dritten Stelle an gegen die linke Seite hin, und zähle dann die einzelnen Produkte zusammen:

```
3428   anstatt   3428
 406              406
-----            -----
20568            20568
13712             0000
-------          13712
1391768         -------
                1391768
```

Man bekommt also 1'391.768 zum Produkte, wenn man 3428 mit 406 multiplizirt; das ist, 3428 × 406 = 1'391.768.

II. Beispiel:

Man multiplizire 4008 mit 9005.

Auflösung:

1) Man setze 4008 als Multiplikand, und 9005 als Multiplikator:

```
4008 Multiplikand
9005 Multiplikator
-----
```

2) Man multiplizire 4008 mit 5, und mit 9, schreibe die Produkte auf die angezeigte Weise an, und addire sie:

```
    4008 Multiplikand
    9005 Multiplikator
   -------
   20040
 36072
 ----------
 36'092.040 Totalprodukt
```

anstatt

```
    4008
    9005
   ------
   20040
   0000
  0000
 36072
 --------
 36092040
```

Es gibt also 4008 mit 9005 multiplizirt 36'092.040, oder 4008 × 9005 = 36'092.040.

Anmerkung: Wenn die Faktoren am Ende Nullen haben, so multiplizirt man nur die bedeutlichen Ziffer, und hängt dem Produkte so viele Nullen an, als alle Faktoren zusammen am Ende Nullen haben. Daher ist z. B. 4000 multiplizirt mit 60 gleich 240000; weil 4 mal 6 zum Produkte 24 gibt, und diesem noch die vier Nullen beizufügen sind.

## §. 28.

### IV. Regel der Multiplikation, wenn mehr als zwei Faktoren gegeben sind.

1) Man multiplire zwei beliebige Faktoren, etwa die beiden ersten, mit einander.

2) Das erhaltene Produkt multiplizire man mit dem nächsten Faktor, dann das neue Produkt wieder mit dem nächsten Faktor, und setze dieses Verfahren so lange fort, bis man mit allen Faktoren multiplizirt hat.

### I. Beispiel:

Man multiplizire die Zahlen 24 dann 36 und 48 mit einander.

### Auflösung:

1) Man multiplizire nach den angegebenen Regeln zwei Faktoren, etwa die beiden ersten Zahlen mit einander:

```
  24 erster Faktor
  36 zweiter Faktor
 ---
 144
 72
 ---
 864
```

2) Das erhaltene Produkt 864 multiplizire man mit dem letzten Faktor 48:

```
  864
   48 dritter Faktor
 -----
  6912
 3456
 -----
 41472 Produkt.
```

Es ist also 24 × 36 × 48 = 864 × 48 = 41472, oder 24 × 36 × 48 = 41472.

II. Beispiel:

Man multiplizire die Zahlen 405, dann 4008 und 60 mit einander.

Auflösung:

1) Man multiplizire zuerst 405 mit 4008, oder wenn man die Stellen verwechselt, 4008 mit 405:

```
 4008 erster Faktor
  405 zweiter Faktor
-----
20040
16032
-------
1623240
```

2) Das Produkt 1'623.240 multiplizire man mit dem letzten Faktor 60:

```
1623240
      60 letzter Faktor
--------
97394400 Totalprodukt.
```

Daher ist 405 × 4008 × 60 = 97'394.400.

## §. 29.

### Die Probe der Multiplikation durch Subtraktion.

1) Man vermindere den Multiplikator um 1, und multiplizire wieder den vorigen Multiplikand.

2) Das erhaltene neue Produkt subtrahire man vom vorigen Produkte, es muß als Rest der Multiplikand herauskommen.

I. Beispiel:

Im §. 26 hat man im ersten Beispiele 76 mit 42 multiplizirt, und zum Produkte die Zahl 3192 erhalten.

Wenn man nun den Multiplikator 42 um 1 vermindert, und 76 mit 41 multiplizirt, so erhält man zum Produkte die Zahl 3116.

Subtrahirt man nun diese Zahl vom ersten Produkte 3192, so erhält man den Multiplikand 76 als Rest, woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Rechnung erkennt.

### II. Beispiel:

Im §. 26 hat man im zweiten Beispiele 5498 mit 346 multiplizirt, und zum Produkte die Zahl 1'902.308 erhalten.

Wenn man nun den Multiplikator 346 um 1 vermindert, und 5498 mit 345 multiplizirt, so erhält man zum zweiten Produkte die Zahl 1'896.810.

Wird nun diese Zahl 1'896.810 vom vorigen Produkte 1'902.308 abgezogen, so erhält man den Multiplikand 5498 als Rest, und daraus erkennt man die Richtigkeit der Rechnung.

## §. 30.

## Die sogenannte Neunerprobe.

### I. Beispiel:

1) Man multiplizire 76 mit 42:

```
     76 Multiplikand
     42 Multiplikator
   ----
    152
   304
   ----
   3192 Produkt.
```

2) Man mache zwei Linien, die sich in der Gestalt eines Kreuzes durchschneiden, zähle die Ziffer des Multiplikators 42 zusammen, und setze die Summe 6 links in das Kreuz;

6╳

3) Man addire die Ziffer des Multiplikands 76, und sage, 7 und 6 gibt 13, davon 9 bleibt 4, und schreibe 4 rechts in das Kreuz:

6╳4

4) Man multiplizire die beiden im Kreuze ste-

henden Ziffer 6 und 4, addire die Ziffer des Produktes 24, und setze die Summe 6 oben in das Kreuz:

6
6×4

Endlich addire man die Ziffer des Produktes 3192, ihre Summe ist 15, davon 9 bleibt 6, und schreibe 6 unten in das Kreuz:

6
6×4
6

Weil nun hier im Kreuze unten und oben das nämliche Ziffer 6 steht, so ist die Rechnung richtig.

II. Beispiel:

1) Man multiplizire 5498 mit 346:

```
  5498 Multiplikand
   346 Multiplikator
 -----
 32988
21992
16494
-------
1902308 Produkt.
```

2) Man addire die Ziffer des Multiplikators 346, ihre Summe ist 13, davon 9 bleibt 4, man schreibe 4 links in das Kreuz:

4×

3) Man addire die Ziffer des Multiplikands, und thue so oft 9 davon, als man kann, man erhält zum letzten Reste das Ziffer 8, welches man rechts in das Kreuz schreibt:

4×8

4) Man multiplizire die beiden erhaltenen Ziffer 4 und 8 mit einander, zähle die Ziffer des Produktes 32 zusammen, und schreibe die Summe 5 oben in das Kreuz:

5
4×8

5) Endlich addire man die Ziffer des Produktes

1'902.308, thue 9 so oft davon, als man kann, und schreibe den letzten Rest 5 unten in das Kreuz:

5<br>
4╳8<br>
5

Weil man oben und unten das nämliche Ziffer 5 erhält, so ist die Rechnung wieder richtig.

Anmerkung: 1) Wenn man beide Proben mit einander vergleicht, so wird man finden, daß die im vorigen §. angeführte, mittels der Subtraktion, bequemer ist, als die Neunerprobe.

2) Im nächsten Abschnitte wird gezeigt werden, wie man durch die Division die Probe der Multiplikation machen kann.

## §. 31.

## Uebungsbeispiele der Multiplikation.

### I. Beispiele mit der Auflösung:

1)
```
 1253
    2
 ----
 2506
```

2)
```
 23412
     4
 -----
 93648
```

3)
```
 56000
     3
 ------
 168000
```

4)
```
   4589
     34
 ------
  18356
 13767
 ------
 156026
```

5)
```
   35482
      98
 -------
  283856
 319338
 -------
 3477236
```

6)
```
     345678
        234
   --------
    1382712
   1037034
   691356
   --------
   80888652
```

7)
```
      50408
        687
   --------
     352856
    403264
   302448
   --------
   34630296
```

8)
```
      45632
       1234
   --------
     182528
    136896
    91264
   45632
   --------
   56309888
```

9) 678000
34
2712
2034
23052000

10) 568000
2300
1704
1136
1306400000

11) 564008
304
2256032
1692024
171458432

12) 345978000
341000
345978
1383912
1037934
117978498000000

13) 4 × 5 × 36 × 48 = 34560.
14) 36 × 9 × 54 × 114 = 1994544.

II. Beispiele ohne die Auflösung:

1) 6432 × 4
2) 748960 × 3
3) 5634 × 50
4) 678934 × 800
5) 23456 × 24
6) 978345 × 36
7) 893456 × 234
8) 4593218 × 567
9) 6683459 × 3456
10) 4582714 × 13549
11) 45678000 × 3400
12) 57000345 × 60029

13) 46 × 39 × 8 × 34.
14) 314 × 28 × 539 × 8.

Anmerkung: Auch hier mache man auf die angezeigte Weise die Probe, um sich von der Richtigkeit der Rechnung zu überzeugen, und nebenbei in der Addition und Subtraktion sich mehrfach zu üben.

# V. Abschnitt.

## Von der Division oder Theilung gleichbenannter Zahlen.

### §. 32.

### Erklärungen.

1) Quotient heißt diejenige Zahl, welche anzeigt, wie oft eine Zahl in der anderen enthalten ist, oder wie oft man eine Zahl von der anderen wegnehmen kann.

Es ist z. B. die Zahl 4 in 8 zweimal enthalten, oder man kann sie 2 mal von 8 wegnehmen; daher ist 2 der Quotient.

2) Dividend oder die zuvertheilende Zahl heißt diejenige Zahl, in welcher eine andere Zahl enthalten ist, und Divisor oder Theiler heißt diejenige Zahl, welche so oft im Dividend enthalten ist, als es der Quotient anzeigt.

Im vorigen Beispiele ist 4 der Divisor oder Theiler, und 8 ist der Dividend oder die zuvertheilende Zahl.

3) Dividiren oder Theilen heißt diejenige Zahl finden, welche angibt, wie oft eine Zahl in der anderen enthalten ist, und die Division oder Theilung wird die Rechnungsart genannt, bei der man den Quotienten findet, oder angibt, wie oft eine Zahl in der anderen enthalten ist.

4) Das Zeichen der Division ist ein Doppelpunkt (:), bei dem der Dividend links und der Divisor rechts geschrieben wird.

Dasselbe ist auch ein Querstrich (—), bei welchem man den Dividend oben, und den Divisor unten schreibt.

Auf diese Weise z. B. bedeutet 8 : 4 oder $\frac{8}{4}$, man soll 8 durch 4 dividiren oder theilen.

Anmerkung: 1) Das Wort „Theilung" kommt daher, weil der Quotient angibt, in wie viel gleiche Theile

der Dividend zu theilen ist, um zu erkennen, wie oft man den Divisor vom Dividend wegnehmen kann.

Theilt man im angeführten Beispiele die Zahl 8 in zwei gleiche Theile, so bekommt man 2 mal 4, und daraus erkennt man, daß 4 in 8 zweimal enthalten ist.

2) Anstatt daß man z. B. sagt, 4 in 8 ist 2 mal enthalten, sagt man kürzer, 4 in 8 geht 2 mal, was dann eben so viel bedeutet, als wenn man sagt, 4 kann man von 8 zweimal wegnehmen.

3) Wenn man eine Zahl mit sich selbst dividirt, so erhält man allemal 1 zum Quotienten, weil jede Zahl in sich selbst einmal enthalten ist; daher ist z. B. 8 : 8 oder $\frac{8}{8}$ gleich 1.

4) Wenn man eine Zahl mit 1 dividirt, kommt der unveränderte Dividend als Quotient zum Vorscheine; deßwegen ist z. B. die Zahl 8 getheilt durch 1 gleich 8, oder 8 : 1 = 8.

5) Wenn man die Null (0) mit einer Zahl dividirt, so ist der Quotient wieder eine Null, das heißt z. B., es ist 0 : 8 = 0.

## §. 33.

### Das Einsineins, oder die Divisions-Tabelle.

Um das Theilen oder Dividiren zu lernen, muß man vorhin nachstehende Tabelle genau inne haben, sie lautet so:

| I. | II. |
|---|---|
| 1 in 1 geht 1 mal | 2 in 2 geht 1 mal |
| 1 in 2 geht 2 mal | 2 in 4 geht 2 mal |
| 1 in 3 geht 3 mal | 2 in 6 geht 3 mal |
| 1 in 4 geht 4 mal | 2 in 8 geht 4 mal |
| 1 in 5 geht 5 mal | 2 in 10 geht 5 mal |
| 1 in 6 geht 6 mal | 2 in 12 geht 6 mal |
| 1 in 7 geht 7 mal | 2 in 14 geht 7 mal |
| 1 in 8 geht 8 mal | 2 in 16 geht 8 mal |
| 1 in 9 geht 9 mal | 2 in 18 geht 9 mal |

| III. | IV. |
|---|---|
| 3 in 3 geht 1 mal | 4 in 4 geht 1 mal |
| 3 in 6 geht 2 mal | 4 in 8 geht 2 mal |
| 3 in 9 geht 3 mal | 4 in 12 geht 3 mal |
| 3 in 12 geht 4 mal | 4 in 16 geht 4 mal |
| 3 in 15 geht 5 mal | 4 in 20 geht 5 mal |
| 3 in 18 geht 6 mal | 4 in 24 geht 6 mal |
| 3 in 21 geht 7 mal | 4 in 28 geht 7 mal |
| 3 in 24 geht 8 mal | 4 in 32 geht 8 mal |
| 3 in 27 geht 9 mal | 4 in 36 geht 9 mal |

| V. | VI. |
|---|---|
| 5 in 5 geht 1 mal | 6 in 6 geht 1 mal |
| 5 in 10 geht 2 mal | 6 in 12 geht 2 mal |
| 5 in 15 geht 3 mal | 6 in 18 geht 3 mal |
| 5 in 20 geht 4 mal | 6 in 24 geht 4 mal |
| 5 in 25 geht 5 mal | 6 in 30 geht 5 mal |
| 5 in 30 geht 6 mal | 6 in 36 geht 6 mal |
| 5 in 35 geht 7 mal | 6 in 42 geht 7 mal |
| 5 in 40 geht 8 mal | 6 in 48 geht 8 mal |
| 5 in 45 geht 9 mal | 6 in 54 geht 9 mal |

| VII. | VIII. |
|---|---|
| 7 in 7 geht 1 mal | 8 in 8 geht 1 mal |
| 7 in 14 geht 2 mal | 8 in 16 geht 2 mal |
| 7 in 21 geht 3 mal | 8 in 24 geht 3 mal |
| 7 in 28 geht 4 mal | 8 in 32 geht 4 mal |
| 7 in 35 geht 5 mal | 8 in 40 geht 5 mal |
| 7 in 42 geht 6 mal | 8 in 48 geht 6 mal |
| 7 in 49 geht 7 mal | 8 in 56 geht 7 mal |
| 7 in 56 geht 8 mal | 8 in 64 geht 8 mal |
| 7 in 63 geht 9 mal | 8 in 72 geht 9 mal |

IX.

| | |
|---|---|
| 9 in 9 geht 1 mal | 9 in 54 geht 6 mal |
| 9 in 18 geht 2 mal | 9 in 63 geht 7 mal |
| 9 in 27 geht 3 mal | 9 in 72 geht 8 mal |
| 9 in 36 geht 4 mal | 9 in 81 geht 9 mal |
| 9 in 45 geht 5 mal | 9 in 90 geht 10 mal |

Anmerkung: 1) Will man z. B. wissen, wie oft 6 in 30 enthalten ist, so sucht man in dieser Tabelle bei Nr. VI., da findet man, 6 in 30 geht 5 mal, das heißt, 6 ist in 30 fünfmal enthalten.

2) Wenn Zahlen kleiner sind als 100, und in der Tabelle nicht vorkommen, so nimmt man den Quotienten der nächst kleineren Zahl der Tabelle; daher sagt man z. B. bei Nr. V., die Zahl 5 in 32 geht 6 mal, indem 5 mal 6 die Zahl 30 gibt, indeß aber 2 als Rest bleibt.

## §. 34.

### I. Regel der Division, wenn der Divisor nur eine Ziffer hat.

1) Man schreibe den Divisor unter den Dividend, so daß links der Divisor unter das erste Ziffer des Dividends zu stehen kömmt, wenn er nicht größer ist, als dieses Ziffer; ist er aber größer, so schreibe man ihn unter das zweite Ziffer des Dividends.

2) Nach der Divisionstabelle suche man, wie oft der Divisor im ersten links stehenden Ziffer des Dividends, oder, wenn dieses zu klein ist, in den beiden ersten Ziffern desselben enthalten ist.

3) Den erhaltenen Quotienten schreibe man rechts nach einem am Dividend gezogenen Vertikalstriche; man multiplizire diesen Quotienten mit dem Divisor, schreibe das Produkt unter den Divisor, und subtrahire es von den zur Division genommenen Ziffern.

4) Zum Reste setze man das nächste Ziffer des Dividends, schreibe darunter den Divisor, und man verfahre, wie vorhin, um das zweite Ziffer des Quotienten zu erhalten, man multiplizire wieder den Divisor, und ziehe das Produkt ab.

5) Dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man bei allen Ziffern des Dividends die Division vorgenommen hat.

6) Bleibt zuletzt ein Rest, der allemal kleiner seyn muß, als der Divisor, so füge man diesen dem Quotienten bruchartig bei, indem man einen Quer-

strich macht, dann oben den Rest, und unten den Divisor hinschreibt.

### I. Beispiel:

Man dividire 468 mit 2:

### Auflösung:

1) Man schreibe den Dividend 468, dann 2 als Divisor darunter, und ziehe rechts als Trennungszeichen einen Vertikalstrich:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 468 | |
| Divisor | 2 | |

2) Weil 2 in 4 zweimal geht, so schreibe man 2 rechts als Quotienten, multiplizire 2 mit 2, setze das Produkt 4 links unter 2, und subtrahire 4 von 4

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 468 | 2 |
| Divisor | 2 | |
| | 4 | |
| | — | |

3) Zum Reste, der hier Null ist, setze man das nächste Ziffer 6 herab; bezeichne es mit einem Strichlein unten, und sage dann, der Divisor 2, welcher unter das herabgesetzte Ziffer 6 geschrieben wird, geht in 6 dreimal, man schreibe 3 rechts zum vorhin gefundenen Ziffer 2, multiplizire 2 mit 3, und ziehe das Produkt 6 von 6 ab:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 468 | 23 |
| Divisor | 2' | |
| | 4 | |
| | -6 | |
| Divisor | 2 | |
| | 6 | |
| | — | |

4) Endlich setze man 8 herab, und verfahre auf die vorige Weise, um den letzten Theil des Quotienten zu erhalten, welcher 4 ist:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 468 | 234 Quotient |
| Divisor | 2'' | |
| | 4 | |
| | -6 | |
| Divisor | 2 | |
| | 6 | |
| | -8 | |
| Divisor | 2 | |
| | 8 | |
| | — | |

Daher ist die Zahl 2 in 468 so oft enthalten, als es 234 anzeigt, somit 234 mal, oder 468 getheilt durch 2 gibt 234 zum Quotienten, das ist, 468 : 2 = 234.

II. Beispiel:

Man dividire 46895 mit 5.

Auflösung:

1) Man schreibe links unter den Dividend 46895 den Divisor 5 so, daß 5 unter 6 zu stehen kommt, und ziehe rechts den Vertikalstrich:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 46895 | |
| Divisor | 5 | |

2) Man sage nach der Divisionstabelle, 5 in 46 geht 9 mal, schreibe 9 rechts, multiplizire 5 mit 9, schreibe das Produkt 45 links unter den Dividend, und ziehe es von den zur Division genommenen zwei Ziffern 46 ab:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 46895 | 9 |
| Divisor | 5 | |
| | 45 | |
| | 1 | |

3) Zum Reste 1 schreibe man das nächste Ziffer 8, schreibe unter 18 wieder den Divisor 5, und verfahre auf die vorige Weise, um das zweite Ziffer des Quotienten zu erhalten:

```
Dividend 46895 | 93
Divisor      5'|
            45 |
          ----
            18
Divisor      5
            15
          ----
             3
```

4) Zum Reste 3 setze man das nächste Ziffer 9, und verfahre so bei allen noch übrigen Ziffern des Dividends, um nach und nach alle Theile des Quotienten zu erhalten:

```
Dividend 46895 | 9379 Quotient
Divisor   5''' |
          45   |
         ----
          18
Divisor    5
          15
         ----
           39
Divisor    5
           35
         ----
           45
Divisor    5
           45
         ----
           —
```

Wenn man also 46895 mit 5 dividirt, so erhält man 9379 zum Quotienten, das ist, 46895 : 5 = 9379.

### III. Beispiel:

Man dividire 45679 mit 4.

### Auflösung:

1) Man schreibe den Divisor 4 unter den Dividend 45679, und verfahre auf die angezeigte Weise, um alle Theile des Quotienten zu finden:

```
Dividend  45679 | 11419 Quotient
Divisor   4'''' |
          4     |
          -5
           4
           4
           16
            4
           16
           -7
            4
            4
            39
             4
            36
             3
```

2) Weil hier am Ende als Rest 3 bleibt, so schreibe man ihn, wie er mit 4 dividirt werden soll, über den Divisor, das ist, $\frac{3}{4}$, oder drei Viertel, und setze diesen rechts zum Quotienten hin, es bedeutet, daß man auch noch 3 in 4 gleiche Theile theilen, und einen solchen Theil nehmen soll.

Auf diese Weise findet man, daß 45679 mit 4 dividirt $11419\frac{3}{4}$ gibt, oder daß $45679 : 4 = 11419\frac{3}{4}$.

Anmerkung: Späterhin wird beim Vortrage der Brüche ausführlich gezeigt werden, was z. B. der Bruch $\frac{3}{4}$ bedeutet; für jetzt ist es genug, wenn man bei der Division solche Brüche im Quotienten anschreiben und lesen kann, und man einigermassen ihren Werth erkennt.

1) Hat man im vorstehenden letzten Beispiele eine Summe von Gulden mit 4 dividirt, so bedeutet der Bruch $\frac{3}{4}$, man soll die zuletzt gebliebenen 3 Gulden auch in 4 gleiche Theile theilen; 3 Gulden geben 3 mal 60 oder 180 Kreuzer, und der 4te Theil davon beträgt 45 Kreuzer, deßwegen bedeutet der Bruch $\frac{3}{4}$ fl. so viel als 45 kr., und eine Person bekommt 11419 fl. 45 kr., wenn 45679 fl. zu gleichen Theilen unter 4 Personen vertheilt werden.

2) Will man die Probe machen, so darf man nur den Divisor mit dem Quotienten multipliziren, und den zuletzt gebliebenen Rest dazu zählen, und man muß wieder den Dividend erhalten. Hat man z. B. 468 mit 2 dividirt, und 234 erhalten, so multiplizirt man 234 mit 2, und man bekommt wieder 468; ist nämlich 234 die Hälfte von 468, so gibt 2 mal 234 wieder 468, oder wenn 468 : 2 = 234, so ist wieder 234 × 2 = 468.

## §. 35.

## Die Division mittels des Ausstreichens der Ziffern.

Weil man in den ältern Auflagen dieses Rechenbuches die Division durch das Ausstreichen der Ziffern findet, so will ich dieselbe ebenfalls im folgenden Beispiele zeigen, in welchem die Zahl 6725 mit 5 zu dividiren ist, indem man da den fünften Theil von 6725 sucht.

1) Man schreibe, wie vorhin, den Divisor 5 links unter den Dividend 6725, sage, 5 in 6 geht 1 mal, man schreibe 1 rechts nach dem Striche an die Stelle des Quotienten hin, multiplizire 5 mit 1, ziehe das Produkt 5 von 6 ab, streiche 6 aus, und schreibe den Rest 1 über 6

| | |
|---|---|
| 1 | |
| ~~6~~725 | 1 |
| 5 | |

2) Man streiche 5 aus, schreibe dieses Ziffer unter 7, und verfahre, wie vorhin, um das zweite Ziffer des Quotienten zu finden:

| | |
|---|---|
| ~~1~~2 | |
| ~~67~~25 | 13 |
| ~~5~~5 | |

3) Nun streiche man wieder 5 aus, schreibe dieses Ziffer unter 2, und wiederhole das angezeigte Verfahren so lange, bis man den ganzen Quotienten gefunden hat:

| | |
|---|---|
| 122 | |
| 6725 | 1345 |
| 5555 | |

Es gibt also 6725 mit 5 getheilt 1345 zum Quotienten, oder 6725: 5 = 1345.

Zur Probe multiplizire man den Quotienten 1345 mit dem Divisor 5, man muß wieder den Dividend 6725 erhalten, indem 1345 × 5 = 6725, oder

$$\begin{array}{r} 1345 \\ \times 5 \\ \hline 6725 \end{array}$$

Das ist, 5 mal 1345 gibt wieder 6725, weßhalb 1345 der 5te Theil von 6725 ist.

Anmerkung: Das Dividiren mittels des Ausstreichens ist, besonders bei größeren Zahlen, nicht so bequem und sicher, wie das vorhin gezeigte Theilen, bei welchem die Ziffern des Dividends und der Divisor immerhin herabgesetzt werden; aus diesem Grunde werde ich in der Folge mehrentheils auf die erstere Weise dividiren, wie man dieses durchgehends in den neueren besseren Rechenbüchern findet.

## §. 36.

### II. Regel der Division, wenn auch der Divisor mehrere Ziffern hat.

1) Man schreibe den Divisor links unter den Dividend, und nehme auf dieser Seite so viele Ziffern des Dividends, als man braucht, daß der ganze Divisor darin wenigstens einmal enthalten ist.

2) Mit dem ersten Ziffer des Divisors dividire man das erste links stehende Ziffer des Dividends, oder, wenn dieses zu klein ist, die beiden ersten Ziffern des Dividends, und schreibe den Quotienten rechts nach dem Vertikalstriche.

3) Mit diesem ersten Ziffer des Quotienten multiplizire man den ganzen Divisor, ziehe das Produkt von den zur Division genommenen Ziffern des Divi=

dends ab, und setze zum Reste das nächste Ziffer des Dividends, das man mit einem Strichlein bezeichnet.

4) Man dividire nun mit dem Divisor auf die nämliche Weise, und setze das Verfahren fort, bis man alle Ziffern des Dividends herabgesetzt, und also den ganzen Dividend, dividirt hat.

5) Sollte man einmal einen Rest, dem man das nächste Ziffer des Dividends beigesetzt hat, nicht dividiren können, indem nämlich der Divisor größer ist, als die zur Division vorhandenen Ziffern, so schreibe man Null (0) als Quotienten, und setze das folgende Ziffer des Dividends herab.

6) Bleibt zuletzt ein Rest, und es ist im Dividend keine Ziffer mehr übrig, so ist dann die Division beendet, und man setzt den Rest bruchartig, wie er noch durch den Divisor dividirt werden soll, dem Quotienten bei. Die zur Division herunter gesetzten Ziffer des Dividends bezeichne man jederzeit unten mit einem Striche, oder mit einem anderen Zeichen.

7) Zur Probe multiplizire man den Divisor mit dem Quotienten, oder diesen mit jenem, und zähle den zuletzt gebliebenen Rest dazu, es muß der Dividend als Produkt zum Vorscheine kommen.

Anmerkung: 1) Bei der Division muß der Rest allemal kleiner seyn, als der Divisor, weil sonst der Quotient zu klein wäre. Ist aber einmal ein Produkt zu groß, als daß man es vom Dividend abziehen kann, so ist der Quotient zu groß, und muß kleiner genommen werden.

2) Um aber schon vor der Abziehung gleich bei der Theilung selbst zu erkennen, daß der Quotient nicht zu groß genommen ist, verfahre man ohne die Zahlen anzuschreiben, gleich im Kopfe auf diese Weise:

a) Man multiplizire mit dem ersten Ziffer des Divisors den ersten Theilquotienten, und ziehe das Produkt von den zur Division genommenen Ziffern des Dividends ab.

b) Den Rest nehme man zehnfach, zähle ihn zum folgenden Ziffer des Dividends, und dividire nun diese Summe mit dem zweiten Ziffer des Divisors, man muß wieder den vorigen Theilquotienten erhalten.

c) Den jetzigen Rest, den man nach der vorgenommenen Subtraktion erhält, nehme man wieder zehnfach, und verfahre auf die vorige Weise.

d) Erhält man einmal einen Rest, der größer ist als 9, dann darf man die Untersuchung nicht mehr fortsetzen, weil dann der angenommene erste Theilquotient nicht mehr zu groß seyn kann.

## §. 37.

## Beispiele zur Anwendung der im vorigen §. vorkommenden Regeln.

### I. Beispiel:

Man soll 17928 mit 36 dividiren.

### Auflösung:

1) Man schreibe links unter den Dividend 17928 den Divisor 36, nehme zur Division die ersten drei Ziffern 179, weil 36 in 17 nicht enthalten ist, und ziehe rechts einen Vertikalstrich:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 17928 | |
| Divisor | 36 | |

2) Man sage, 3 in 17 geht 5, und 3 mal 5 ist 15, diese 15 von 17 abgezogen geben 2 als Rest, dazu 9 gesetzt, gibt 29, und 6 in 29 geht nicht 5 mal, deßwegen ist der Theilquotient 5 zu groß, und man nimmt dagegen 4, und schreibt 4 rechts nach dem Vertikalstriche als den ersten Theil des Quotienten; dann multiplizire man 36 mit 4, und ziehe das Produkt 144 von 179 ab:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 17928 | 4 |
| Divisor | 36 | |
| Produkt | 144 | |
| Rest | 35 | |

3) Zum Reste 35 setze man das nächste Ziffer 2, schreibe den Divisor 36 darunter, und dividire 352 mit 36, indem man sagt, 3 in 35 geht 9 mal, 3 mal 9 ist 27, dieses von 35 abgezogen gibt 8, und

6 in 82 ist auch 9 mal enthalten, daher schreibe man rechts 9 als Quotienten, multiplizire damit den Divisor 36, und subtrahire das Produkt 324 von 352:

| | | |
|---|---|---|
| | 17928 | 49 |
| | 36' | |
| | 144 | |
| | 352 | |
| Divisor | 36 | |
| Produkt | 324 | |
| Rest | 28 | |

4) Endlich setze man zum Reste 28 das letzte Ziffer 8 vom Dividend herab, schreibe darunter den Divisor 36, und sage, 3 in 28 geht 9 mal, 3 mal 9 gibt 27, dieses von 28 abgezogen gibt 1 als Rest, setzt man 8 dazu, so gibt es 18, und 6 in 18 geht nicht 9 mal; deßwegen sage man 3 in 28 geht 8 mal, 3 mal 8 ist 24, dieses von 28 abgezogen gibt 4, und 6 in 48 geht genau 8 mal, deßwegen ist 8 der wahre Quotient.

Mit 8 multiplizire man den Divisor 36, und subtrahire das Produkt, es bleibt nichts mehr übrig, und die Division ist jetzt beendet.

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 17928 | 498 Quotient |
| Divisor | 36'' | |
| | 144 | |
| | 352 | |
| | 36 | |
| | 324 | |
| Rest | 288 | |
| Divisor | 36 | |
| Produkt | 288 | |
| | — | |

Es gibt also 17928 mit 36 getheilt 498 zum Quotienten, oder 17928 : 36 = 498.

Zur Probe multiplizire man den Divisor 36 mit dem Quotienten 498, oder 498 mit 36, und

man muß wieder als Produkt den Dividend 17928 erhalten:

| | | |
|---|---|---|
| Quotient | 498 | jetzt Multiplikand |
| Divisor | ×36 | jetzt Multiplikator |
| | 2988 | |
| | 1494 | |
| Dividend | 17928 | jetzt Produkt. |

II. Beispiel:

Man dividire 221924 mit 436.

Auflösung:

1) Man schreibe den Divisor links unter den Dividend, und ziehe rechts den Vertikalstrich:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 221924 | |
| Divisor | 436 | |

2) Man verfahre, wie vorhin, um das erste Ziffer des Quotienten zu erhalten:

| | | |
|---|---|---|
| | 221924 | 5 |
| | 436 | |
| | 2180 | |
| Rest | 39 | |

3) Wenn man zum Reste 39 vom Dividend das nächste Ziffer 2 setzt, so erhält man die Zahl 392, welche kleiner ist, als der Divisor 436, deßwegen schreibt man eine Null (0) in Quotienten, und setzt das nächste Ziffer 4 herab, um das letzte Ziffer des Quotienten zu erhalten:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 221924 | 509 Quotient |
| Divisor | 436'' | |
| | 2180 | |
| | 3924 | |
| | 436 | |
| | 3924 | |
| | — | |

Es gibt also 221924 mit 436 dividirt 509 als Quotienten, oder 221924: 436 = 509.

Zur Probe multiplizire man den Divisor 436 mit dem Quotienten 509, und man muß wieder den Dividend 221924 als Produkt erhalten:

$$
\begin{array}{r}
436 \\
\times 509 \\
\hline
3924 \\
2180\phantom{00} \\
\hline
221924
\end{array}
$$

Es ist wieder 436 × 509 = 221924.

### III. Beispiel:

Man dividire 489316 mit 6734.

#### Auflösung:

1) Man schreibe links den Divisor 6734 unter den Dividend 489316, und ziehe rechts den Vertikalstrich:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 489316 | |
| Divisor | 6734 | |

2) Man verfahre auf die angezeigte Weise, um die Theile des Quotienten zu finden:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 489316 | 72 Quotient |
| Divisor | 6734' | |
| | 47138 | |
| | 17936 | |
| | 6734 | |
| | 13468 | |
| Rest | 4468 | |

3) Um den ganzen Quotienten zu erhalten, setze man den Rest 4468, wie er durch den Divisor 6734 dividirt werden soll, dem in ganzen Zahlen gefundenen Quotienten 72 bei, man erhält $72\frac{4468}{6734}$ als den ganzen Quotienten; weßhalb 489316 : 6734 = $72\frac{4468}{6734}$.

Zur Probe multiplizire man den Divisor 6734 mit 72, und zähle den Rest 4468 zum Produkte, und man muß den Dividend 489316 wieder erhalten, das ist:

| |
|---:|
| 6734 |
| ×72 |
| 13468 |
| 47138 |
| 484848 |
| +4468 |
| 489316 |

Es ist demnach wieder 6734 × 72 + 4468 = 489316.

## §. 38.

### III. Regel der Division, wenn nur der Dividend am Ende Nullen hat.

1) Man dividire ganz auf die angezeigte Weise, ohne daß man die Nullen wegschneidet.

2) Erhält man einmal nach vorgenommener Subtraktion keinen Rest, so ist die Division beendet, und man setze dann dem Quotienten so viele Nullen bei, als noch im Dividend übrig sind.

**Beispiel:**

Man soll 8304000 mit 346 dividiren.

**Auflösung:**

1) Man dividire, wie gewöhnlich, ohne Weglassung der Nullen:

| | | |
|---|---:|---|
| Dividend | 8304000 | 24 |
| Divisor | 346' | |
| | 692 | |
| | 1384 | |
| | 346 | |
| | 1384 | |
| | — | |

2) Weil kein Rest mehr da ist, dem man die Nullen beisetzen könnte, so setze man die übriggebliebenen drei Nullen der gefundenen Zahl 24 bei, man

erhält 24000 als den verlangten Quotienten, das ist, 8304000 : 346 = 24000.

Zur Probe multiplizire man den Quotienten 24000 mit dem Divisor 346, oder was eines ist, man multiplizire 346 mit 24, und setze dem Produkte die drei Nullen bei, um den vorigen Dividend wieder zu erhalten:

$$\begin{array}{r} 346 \\ \times 24 \\ \hline 1384 \\ 692\phantom{0} \\ \hline 8304000 \end{array}$$

Es ist demnach 24000 × 346 = 8304000, woraus man die Richtigkeit der vorgenommenen Rechnung erkennt.

§. 39.

IV. Regel der Division, wenn nur der Divisor am Ende Nullen hat.

1) Man schneide im Divisor die Nullen weg, und auch im Dividend von der rechten zur linken Seite so viele Ziffern, als der Divisor Nullen hat.

2) Die noch übrigen Ziffern dividire man auf die angezeigte Weise.

3) Dem Quotienten füge man den letzten Rest, wenn sich einer ergibt, bei, nachdem man ihm vorhin die im Dividend weggeschnittenen Ziffern beigesetzt hat; ist kein Rest zuletzt geblieben, so setze man bloß diese weggeschnittenen Ziffern bei, und setze darunter bruchartig den ganzen Divisor, nachdem man vorhin den Querstrich gezogen hat, zum Zeichen, daß der Rest mit dem ganzen Divisor noch dividirt werden soll.

Beispiel:

Man soll 584937 mit 6400 dividiren.

Auflösung:

1) Man schneide im Dividend die letzten zwei

Ziffer 37, und im Divisor die zwei Nullen weg, und dividire, wie gewöhnlich, 5849 mit 64:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 5849(37 | 91 |
| Divisor | 64(00 | |
| | 576 | |
| | 89 | |
| | 64 | |
| | 64 | |
| | 25 | |

2) Zum letzten Reste 25 setze man rechts die weggeschnittenen Ziffern 37, und schreibe unter 2537 den ganzen Divisor 6400, man erhält $\frac{2537}{6400}$, deßhalb ist $91\frac{2537}{6400}$ der ganze Quotient, das ist, $584937 : 6400 = 91\frac{2537}{6400}$.

Anmerkung: Ist der Divisor nur 1 mit beigefügten Nullen, so schneide man im Dividend zur rechten Seite so viele Ziffern ab, als der Divisor Nullen hat, es geben dann die links stehenden Ziffern eine ganze Zahl, und die rechts stehenden schreibe man bruchartig mittels Beisetzung des ganzen Divisors.

Deßwegen gibt z. B. die Zahl 345783 dividirt durch 100 die Zahl $3457\frac{83}{100}$ zum Quotienten, oder $345783 : 100 = 3457\frac{83}{100}$.

## §. 40.

### V. Regel der Division, wenn der Dividend und der Divisor am Ende Nullen hat.

1) Man schneide vor der Division im Dividend und im Divisor gleich viel Nullen weg;

2) Man verrichte nun die Division auf die angezeigte Weise, und setze dem Reste, wenn einer bleibt, die weggeschnittenen Nullen nicht mehr bei.

Beispiel:

Man dividire 45670000 mit 94000.

Auflösung:

1) Man schneide im Dividend 45670000 und im

Divisor 94000 drei Nullen weg, und dividire dann die Zahl 45670 mit 94:

$$\begin{array}{r|}45670(000\\94(000\end{array}$$

oder

$$\begin{array}{r|l}45670 & 485\\94'' & \\376 & \\\hline 807 & \\94 & \\752 & \\\hline 550 & \\94 & \\470 & \\\hline 80 & \end{array}$$

2) Den Rest 80, wie er mit dem Divisor 94 getheilt werden soll, setzt man der gefundenen Zahl 485 bei, man erhält $485\frac{80}{94}$ als den ganzen Quotienten, das ist, 45670000: 94000, oder 45670: 94 ist $= 485\frac{80}{94}$.

3) Zur Probe multiplizire man 485 mit 94, und addire zum Produkte den Rest 80:

$$\begin{array}{r}485\\\times 94\\\hline 1940\\4365\\\hline 45590\\+80\\\hline 45670\end{array}$$

Setzt man zu diesem Produkte die drei weggeschnittenen Nullen, so hat man wieder den anfangs gegebenen Dividend 45670000.

Anmerkung: Der Grund dieses Verfahrens liegt darinn, daß man vor der Division im Dividend und im Divisor gleich viel Nullen wegschneiden oder hinsetzen kann, und man immer den nämlichen Quotienten erhält, indem

z. B. 1000 in 4000 so oft enthalten ist, wie 1 in 4, und umgekehrt 1 in 4 so oft geht, als 1000 in 4000.

## §. 41.

## Die Probe der Division durch die Division.

Wie man die Probe bei der Division durch die Multiplikation machen kann, ist bereits gezeigt worden; man multiplizirt nämlich den Divisor mit dem Quotienten, und addirt den Rest zum Produkte, und man muß wieder den Dividend erhalten.

Durch die Division wird die Probe auf diese Weise gemacht;

1) Wenn am Ende bei der Division kein Rest geblieben ist, so dividire man den Dividend mit dem Quotienten, und man muß den vorigen Divisor als Quotienten erhalten.

2) Ist bei der Division am Ende ein Rest geblieben, so subtrahire man diesen vom Dividend, und dividire dann den verkleinerten Dividend mit dem Quotienten, es muß wieder der anfangs gegebene Divisor zum Vorscheine kommen.

### I. Beispiel:

Beim ersten Beispiele des §. 37 hat man 17928 mit 36 dividirt, und 498 als Quotienten erhalten; man dividire zur Probe den nämlichen Dividend 17928 mit dem Quotienten 498:

```
 17928 | 36
: 498’ |
  1494 |
 -----
  2988
: 498
  2988
 -----
```

Man erhält den vorigen Divisor 36 als Quotienten, und daraus erkennt man die Richtigkeit der Rechnung.

II. Beispiel:

Beim Beispiele des §. 39 hat man 584937 mit 6400 dividirt, und beim gefundenen Quotienten 91 am Ende den Rest 2537 erhalten.

Man subtrahire diesen Rest vom Dividend 584937, und dividire die gefundene Zahl 582400 mit 91, man wird den Divisor 6400 bekommen:

```
 584937
   2537
 ------
 582400 | 6400
 : 91'  |
 546    |
 ----
   364
  : 91
   364
  ----
    —
```

Auf diese Weise findet man wirklich zum Zeichen der Richtigkeit der vorgenommenen Berechnung den vorigen Divisor 6400 wieder als Quotienten.

## §. 42.

### Die Probe der Multiplikation durch die Division.

Wenn man das bei der Multiplikation erschienene Produkt mit dem Multiplikand dividirt, so erhält man den Multiplikator als Quotienten, und wenn man mit dem Multiplikator das Produkt dividirt, so erhält man wieder den Multiplikand.

Daher gilt überhaupt die Regel, wenn man das Produkt mit einem Faktor dividirt, so erhält man den anderen Faktor als Quotienten.

Im ersten Beispiele des §. 27. hat man die Zahl 3428 mit 406 multiplizirt, und 1391768 zum Produkte erhalten.

Wenn man nun das Produkt 1391768 mit dem Multiplikator 406 dividirt, so erhält man den Mul-

tiplikant 3428 zum Quotienten, und wenn man das Produkt 1391768 mit dem Multiplikand 3428 dividirt, so erhält man den Multiplikator 406 zum Quotienten.

## §. 43.

## Uebungsbeispiele der Division.

### I. Beispiele mit der Auflösung:

1) 2506: 2 = 1253.
2) 93648: 4 = 23412.
3) 156026: 34 = 4589.
4) 23052000: 34 = 678000.
5) 859344: 24 = 35806.
6) 222440: 536 = 415.
7) 527513: 421 = 1253.
8) 148456: 482 = 308.
9) 1492668: 4607 = 324.
10) 2067696: 5976 = 346.
11) 2880000: 48000 = 60.
12) 70251807402: 79863 = 879654.

### II. Beispiele ohne die Auflösung:

1) 4738: 2.
2) 54096: 24.
3) 92520: 24.
4) 8023: 198.
5) 36824: 205.
6) 147475: 362.
7) 10517052: 273.
8) 675469: 5400.
9) 126056: 9004.
10) 356789: 45892.
11) 8943214: 734516.
12) 45600000: 490000.

# II. Hauptstück.

## Von den vier Rechnungsarten mit ungleichbenannten Zahlen.

---

### I. Abschnitt.

#### Vom Reduziren niederer Einheiten auf höhere, und höherer Einheiten auf niedere.

§. 44.

Erklärungen.

1) Eine Zahl heißt eine benannte oder unbenannte Zahl, je nachdem eine gewisse Anzahl von Dingen ausdrücklich angegeben, oder nicht angegeben wird. Auf diese Weise sind z. B. 6 Gulden, 4 Kreuzer ꝛc. benannte Zahlen, dagegen aber 24, dann 38 ꝛc. unbenannte Zahlen.

2) Wenn Dinge von gleicher Art unter gleichen Benennungen ausgedrückt werden, so heißt man sie gleichbenannte Zahlen, werden sie aber unter verschiedenen Benennungen ausgedrückt, so heißt man sie ungleichbenannte Zahlen; daher sind z. B. 6 Gulden und 4 Gulden gleichbenannte Zahlen, hingegen sind 6 Gulden 6 Kreuzer 4 Häller ꝛc. ungleichbenannte Zahlen.

3) Zahlen niederer Art sind solche, derer mehrere zusammen eine andere Zahl ausmachen, die dann eine höhere Zahl, oder eine Zahl höhe-

rer Art genannt wird. So sind die Kreuzer in Absicht auf den Gulden Zahlen niederer Art, weil 60 davon einen Gulden geben, und der Gulden ist in Rücksicht auf die Kreuzer eine Zahl, oder eine Einheit höherer Art.

4) Eine Zahl, welche anzeigt, wie viel Zahlen niederer Art zu nehmen sind, um eine höhere Zahl zu erhalten, heißt man Reduktionszahl; so ist z. B. 60 bei Kreuzern und Gulden die Reduktionszahl, weil 60 Kreuzer einen Gulden geben.

5) Werden durch Berechnung Zahlen niederer Art auf Zahlen höherer Art, oder umgekehrt höhere auf niedere gebracht, so nennt man es das Reduziren; ich reduzire demnach z. B., wenn ich berechne, wie viel Kreuzer eine gewisse Anzahl von Gulden gibt.

## §. 45.

## Verzeichniß der in Bayern üblichen Maaße, Gewichte und Münzen sammt ihren Eintheilungen.

### 1.

### Das Längenmaaß.

a) Duodezimalmaaß.

| | | |
|---|---|---|
| 1 Ruthe . : . . . | hält | 12 Schuh, |
| 1 Schuh, das ist der Werkschuh | — | 12 Zoll, |
| 1 Zoll . . . . . | — | 12 Linien, |
| 1 Linie . . . . . | — | 12 Skrupel oder Punkte. |

b) Dezimalmaaß.

| | | |
|---|---|---|
| 1 Ruthe | hält | 10 Schuh, |
| 1 Schuh | — | 10 Zoll, |
| 1 Zoll | — | 10 Linien, |
| 1 Linie | — | 10 Skrupel. |

Die Klafter oder Toise als Längenmaaß hält 6 Fuß oder Schuh; die bayerische Elle, welche beinahe 3 bayerische Fuß hält, wird abgetheilt in halbe, Viertels-, Achtels- und Sechszehntels-Ellen. Die

bayerische Chausseemeile hält 25406 Schuh, und ihre Hälfte, die Stunde, hat 12703 bayerische Fuß. Ein Schritt wird zu 5 Schuh gerechnet.

2.

## Das Flächenmaaß.

a) Duodezimalmaaß.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 Quadratschuh | hält | 144 | Quadratzoll, |
| 1 Quadratzoll | — | 144 | Quadratlinien, |
| 1 Quadratlinie | — | 144 | Quadratskrupel. |

b) Dezimalmaaß.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 Quadratschuh | hält | 100 | Quadratzoll, |
| 1 Quadratzoll | — | 100 | Quadratlinien, |
| 1 Quadratlinie | — | 100 | Quadratskrupel. |

Die bayerische Quadratruthe hält im Dezimalmaaße 100, und im Duodezimalmaaße 144 bayerische Quadratfuß; das bayerische Tagwerk, Morgen oder Juchert (Jauchart), hält 40000 bayerische Quadratschuh, und im Dezimalmaaße auch 400 bayerische Quadratruthen; die Quadratmeile, als das größte Flächenmaaß, hat in Bayern 645'464.836 bayer. Quadratfuß. Die Quadratmeile ist ein regelmäßiges Viereck, das eine Meile in der Länge, und eine in der Breite hat.

3.

## Das Körpermaaß.

a) Duodezimalmaaß.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 Kubikfuß | hält | 1728 | Kubikzoll, |
| 1 Kubikzoll | — | 1728 | Kubiklinien, |
| 1 Kubiklinie | — | 1728 | Kubikskrupel. |

b) Dezimalmaaß.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 Kubikfuß | hält | 1000 | Kubikzoll, |
| 1 Kubikzoll | — | 1000 | Kubiklinien, |
| 1 Kubiklinie | — | 1000 | Kubikskrupel. |

Unter Kubikmeile muß man sich einen Würfel vorstellen, der eine Meile in der Länge, eine in

der Breite und eine in der Höhe hat. Das bayerische Klafter als Holzmaaß ist sechs Fuß breit, sechs Fuß hoch, und drei einen halben Fuß tief, so lange sollen nämlich die Scheiter seyn; desselben Kubikinhalt berechnet sich auf 126 Kubikfuß.

4.

Getränkmaaß.

1 Eimer hält 60 Maaß,
1 Maaß — 2 Seidel,
1 Seidel — 2 Quartel oder Schoppen,
1 Quartel — 2 Achtel (halbe Schoppen).

Der Visireimer hält 64 Maaß. An einigen Orten wird das Fuder in 6 Ohm, das Ohm in zwei Eimer, ein Eimer in 60 Maaß, diese in 2 halbe (Seidel) oder in 4 Quartel, und ein Quartel oder Schoppen in zwei Pfiff oder Achtel abgetheilt.

5.

Getraidmaaß.

1 Schäffel hält 6 Metzen,
1 Metzen — 2 Viertel (halbe Metzen),
1 Viertel — 8 Mäßlein,
1 Mäßlein — 2 Dreißiger.

Das Mehl wird mit dem Getraidmaaße gemessen. Den Kalk mißt man mit dem bayerischen Metzen; da machen auch 6 Metzen 1 Schäffel, und 24 Metzen ein Muth. Bei Messung des Kalkes ist die Methode des Haufens üblich. Das Viertel wird beim Getraidemaaß auch unmittelbar in 16 Dreißiger, und ein Metzen in 32 Dreißiger abgetheilt.

6.

Papiermaaß.

1 Balle hält 10 Riß,
1 Riß — 20 Buch,
1 Buch — 24 Bogen.

Beim Schreibpapier rechnet man auf das Buch 24, und beim Druckpapier 25 Bogen. Ein Alphabet in der Buchdruckerei hält 23 Bogen.

7.

Das Handels- oder Krämer-Gewicht.

1 Zentner hält 100 Pfund,
1 Pfund — 32 Loth,
1 Loth — 4 Quintl,
1 Quintl — 4 Pfenninggewicht, oder Sechszehntel.

Eine Tonne ist gleich (=) 20 Zentner; eine Last = 30 Zentner; ein Saum = 4 Zentner, und ein Stein ist gleich 20 Pfund. Das Pfund wird auch in 4 Vierling abgetheilt.

8.

Das Apotheker-Gewicht.

1 Pfund hält 12 Unzen,
1 Unze — 2 Loth,
1 Loth — 4 Drachma,
1 Drachma — 3 Skrupel,
1 Skrupel — 20 Gran.

9.

Das Silber-Gewicht.

1 Mark hält 16 Loth,
1 Loth — 4 Quintl,
1 Quintl — 4 Pfenning.

10.

Das Gold-Gewicht.

1 Pfund hält 2 Mark,
1 Mark — 24 Karath,
1 Karath — 4 Gran,
1 Gran — 3 Grän.

Das Silbergewicht kommt mit dem Handels- oder Krämergewicht überein, doch wird das Pfund in 2 Mark getheilt, und 1 Mark hat 16 Loth. Eine Tonne Goldes beträgt 100,000 fl.

11.

Eintheilung des Zirkels.

1 Kreis oder Zirkel hält 360 Grad,

1 Grad hält 60 Minuten,
1 Minute — 60 Sekunden,

### 12.

### Zeitmaaß.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 Jahr | hält gewöhnlich | 365 | Tag, |
| 1 Jahr | hält auch . . | 12 | Monat, |
| 1 Monat | — . . . . . | 30 | Tag, |
| 1 Tag | — . . . . . | 24 | Stund, |
| 1 Stunde | — . . . . . | 60 | Minuten, |
| 1 Minute | — . . . . . | 60 | Sekunden, |
| 1 Sekunde | — . . . . . | 60 | Terzen. |

Ein Schaltjahr hält 366 Tag. Das Jahr wird auch abgetheilt in 52 Wochen, und die Woche in 7 Tage. Vier Quartal geben auch ein Jahr, und ein Quartal oder Quatember beträgt 13 Wochen. Gewöhnlich rechnet man im Durchschnitt ein Monat zu 30 Tagen. Ein Jahrhundert oder Säkulum ist eine Zeit von 100 Jahren; wir leben jetzt im 19ten Jahrhundert.

### 13.

### Eintheilung des Guldens.

1 Gulden hat 60 Kreuzer,
1 Kreuzer — 4 Pfenning,
1 Pfenning — 2 Häller.

Der Kreuzer hat auch 8 Häller, und der Gulden wird auch abgetheilt in 4 Fünfzehner, in 5 Zwölfer, in 10 Sechser, in 15 Batzen, in 20 Groschen, in 240 Pfenning, und in 480 Häller.

### 14.

### Bayerische Münzen.

a) Silbermünzen.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Kronenthaler | gilt | 2 fl. | 42 kr. |
| 1 | bayer. oder Konventionsthaler | — | 2 fl. | 24 kr. |
| 1 | halber bayer. Thaler | — | 1 fl. | 12 kr. |
| 1 | viertels Konventionsthaler | — | — fl. | 36 kr. |
| 1 | Guldenstück | — | — fl. | 60 kr. |
| 1 | halbes Guldenstück | — | — fl. | 30 kr. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 Fünfzehner | gilt | — fl. | 15 kr. |
| 1 Vierundzwanziger | — | — fl. | 24 kr. |
| 1 Zwölfer | — | — fl. | 12 kr. |
| 1 Sechser | — | — fl. | 6 kr. |
| 1 Groschen | — | — fl. | 3 kr. |
| 1 Kreuzer | — | — fl. | 1 kr. |

b) Kupfermünzen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 Kreuzerstück | gilt | 8 | Häller, |
| 1 halber Kreuzer | — | 4 | — |
| 1 Pfenning | — | 2 | — |
| 1 Hällerstück | — | 1 | — |

c) Goldmünzen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 bayer. Dukate | hält | 5 fl. | 20 kr. |
| 1 bayer. Karolin | — | 11 fl. | — kr. |
| 1 halbe Karolin | — | 5 fl. | 30 kr. |
| 1 bayer. Marx'dor | — | 7 fl. | 20 kr. |
| 1 halbe Marx'dor | — | 3 fl. | 40 kr. |
| 1 Souveraind'or | — | 16 fl. | — kr. |
| 1 halbe Souveraind'or | — | 8 fl. | — kr. |

## 15.

## Die Würfe oder Schüsse bei Zahlungen.

Ein Wurf Kreuzer hält 5 Stück; 12 solche Würfe geben 1 Gulden.

Ein Wurf Groschen hält 5 Stück, also 15 Kreuzer; 4 Würfe geben 1 Gulden.

Ein Wurf Sechser hält 5 Stück, also 30 Kreuzer; 2 Würfe machen einen Gulden.

Ein Wurf Zwölfer hält 5 Stück, mithin 1 Gulden.

Ein Wurf Vierundzwanziger hält 5 Stück, und macht 2 Gulden.

Ein Wurf bayer. Thaler hält 5 Stück, und macht 12 Gulden.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | Kronenthaler | betragen | 10 fl. | 48 kr. |
| 5 | — | — | 13 fl. | 30 kr. |
| 10 | — | — | 27 fl. | — kr. |
| 20 | — | — | 54 fl. | — kr. |
| 40 | — | — | 108 fl. | — kr. |

16.

## Die zwischen einigen deutschen Staaten abgeschlossene Münz-Convention betreffend.

Im Jahre 1837 wurden in mehreren deutschen Staaten die halben Kronenthaler, und die Viertels-kronenthaler oder sogenannten Käsperl in ihrem bisherigen Werthe herabgesetzt, oder ganz außer Kurs gesetzt. Im Königreiche Bayern, und in einigen anderen deutschen Staaten werden dermal noch die halben Kronenthaler zu 1 fl. 20 kr., und die Viertelskronenthaler zu 39 kr. angenommen.

Um nun die herabgewürdigten, oder außer Kurs gesetzten halben und viertels Kronenthaler zu ersetzen, wurde in einer den 25. August 1837 zwischen den Königreichen Bayern und Würtemberg, den Großherzogthümern Baden und Hessen, dem Herzogthume Nassau, und der freien Stadt Frankfurt abgeschlossenen, und im königl. bayer. Regierungsblatte (1837 Nr. 54. S. 745—760.) bekannt gemachten Münz-Convention unter anderen festgesetzt:

a) Der im Süden des Zollvereins bereits bestehende Kronenthalerfuß, jedoch unter genauer Einhaltung des 24½ Guldenfußes, soll von allen kontrahirenden Staaten angenommen, und bei den Ausmünzungen jener Sorten, welche Gegenstand dieser Convention sind, in den süddeutschen Zollvereinsstaaten zum Grunde gelegt werden.

b) In diesen Staaten bleibt die Rechnung nach Gulden zu 60 kr. nicht nur fortbestehend, sondern es sollen auch die Münzen in diesen Staaten der Gulden- und Kreuzer-Rechnung gemäß ausgeprägt werden.

c) Als Hauptmünzen für die süddeutschen Vereinsstaaten werden, vorbehaltlich der Bestimmungen über die Ausprägung weiterer Theilstücke des Guldens, angenommen

1 Guldenstück zu 60 kr.

1 halbes Guldenstück zu 30 kr.

d) Der Silbergehalt der Hauptmünzen wird zu 9 Zehntel, der Kupfergehalt zu 1 Zehntel bestimmt.

e) Um die Lücken zu ersetzen, welche im Geldverkehr durch die Herabsetzung, und Außerkurssetzung der halben und viertels Kronenthaler entstanden sind, sollen so schleunig als möglich ganze und halbe Guldenstücke von allen Staaten des Vereines, und zwar bis 1. Jäner 1839 wenigstens 4 Millionen in Guldenstücken, und 2 Millionen in halben Guldenstücken, sohin im Ganzen eine Masse von 6 Millionen nach dem Maaßstabe der Zollrevenüen geprägt werden.

f) Die nach dem bisherigen System ausgeprägten ganzen Kronenthaler werden in ihrem bisherigen Kurs zu 2 fl. 42 kr. erhalten.

g) Die gemeinschaftlichen Scheidemünzen in den kontrahirenden Staaten bestehen in Sechskreuzerstücken, und in Dreikreuzerstücken von Silber. Die Ausprägung von Einkreuzerstücken von Silber oder Kupfer, und der Theilstücke derselben bleibt dem Ermessen der einzelnen Staaten überlassen.

Der Silbergehalt der Sechs- und Dreikreuzerstücke ist auf ein Drittel, oder auf fünf und ein drittel Loth bei einem Mark, das ist, bei einer Masse von 16 Loth festgesetzt.

Anmerkung: 1.) Vorstehende Maaß-, Gewichts- und Münz-Notizen muß man schon genau wissen, wenn man das Rechnen mit ungleichbenannten Dingen lernen will, weil man da immer Maaße, Gewichte und Münzen auf einander reduziren muß. Deßwegen stehen auch ihre Eintheilungen schon jetzt da, und nicht erst am Ende des Buches, wie es in den früheren Auflagen der Fall ist.

2) Das Guldenzeichen ist: fl., das Kreuzerzeichen kr., das Pfenningzeichen ist: pf., das Hällerzeichen ist: hl., das Zentnerzeichen ist: Ct., das Pfundzeichen ist: ℔ 2c.

3) Ein Fünffrankenstück oder sogenannter Napoleonsthaler, (eine französische Münze,) wird für 2 fl. 20 kr. angenommen.

4) Kaiserliche Kremnitzer-, Holländer-, Salzburger- und alle vollgewichtigen Reichsdukaten sind den bayer-

rischen am Werthe gleich, und werden gerne, wie diese, für 5 fl. 30 kr. angenommen; die päpstlichen Dukaten gelten aber nur 5 fl. 8 kr., und die Florentiner 5 fl. 14 kr.

Die neuen bayerischen Dukaten haben auf einer Seite das Bildniß Sr. Majestät, mit der Aufschrift: „Ludwig I. König von Bayern," und auf der anderen Seite, wie die bayerischen neuen Kronenthaler, nebst dem Wappen und der Jahreszahl die Aufschrift: „Gerecht und beharrlich." Außer den bereits genannten Münzen werden im Königreiche Bayern auch Conventionsthaler im Werthe zu 2 fl. 24 kr. geprägt.

5) Die Goldmünzen müssen das bestimmte Gewicht nach dem zu 60 Gran oder Aß abgetheilten Dukaten auf den ächten Goldwaagen genau halten. Bei Dukaten, welche ihr bestimmtes Gewicht nicht haben, werden für jeden abgängigen Gran, oder für jedes fehlende Aß 5 kr. abgezogen; bei den zu geringen Carolins, und anderen Goldsorten werden 4 kr. für jeden fehlenden Gran in Abzug gebracht.

6) Ist bei Silbermünzen, welche nach dem Vierundzwanzig Guldenfuß geprägt sind, angegeben, wie viele Stücke auf eine feine Mark, oder auf 24 Gulden gehen, so erkennt man daraus ihren Werth.

Ein solches Geldstück gilt, wenn von ihm auf eine feine Mark gehen:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| a) | 10 Stück | 2 fl. | 24 kr. |
| b) | 20 — | 1 fl. | 12 kr. |
| c) | 40 — | — fl. | 36 kr. |
| d) | 60 — | — fl. | 24 kr. |
| e) | 120 — | — fl. | 12 kr. |
| f) | 240 — | — fl. | 6 kr. |
| g) | 480 — | — fl. | 3 kr. |

Auf eine ähnliche Weise kann man auch manchmal auf Münzen lesen, daß z. B. 48 Stück einen Conventionsthaler geben, und es gilt ein solches Stück 3 Kreuzer, da 48 Groschen einen Conventionsthaler, oder 2 fl. 24 kr. geben.

Die preußischen Thaler, bei welchen die Aufschrift

vorkommt, daß 14 Stück auf eine Mark gehen, werden zu 1 fl. 45 kr. angenommen.

7) Die Vierundzwanziger=, Zwölfer=, Sechser= oder Groschenstücke gelten 24, 12, 6 oder 3 Kreuzer, wenn sie gleich die Aufschrift haben, als wenn sie nur 20, 10, 5 oder $2\frac{1}{2}$ Kreuzer betragen würden.

8) Ein Pfund Sterling beträgt 11 fl. 17 kr., wird aber auch nur zu 11 fl. gerechnet. Eine Guinee beträgt 11 fl. 33 kr. Ein Piaster gilt 2 fl. 24 kr., und ein Rubel oder 100 Copecken betragen 2 fl. 12 kr. Ein Reichsthaler wird zu 1 fl. 30 kr. gerechnet.

9) Ein Schock oder Schober beträgt 60 Stücke, ein Schilling 30 Stücke, ein Mandel 15 Stücke, und ein Dutzend 12 Stücke.

## §. 46.

### Vom Reduziren vorkommender Zahlen höherer Art auf niedere.

Will man höhere Einheiten auf niedere reduziren, so multiplizire man immerhin mit der Reduktionszahl, welche angibt, wie viel niedere Einheiten jedesmal zur höheren erfordert werden.

I. Beispiel:

Wie viel Kreuzer geben 524 Gulden?

Auflösung:

Weil ein Gulden 60 Kreuzer hat, so multiplizire man 524 fl. mit 60, man hat nämlich so oft 60 kr., als oft man einen Gulden hat:

$$\begin{array}{r} 524 \\ \times 60 \\ \hline 31440 \end{array}$$

524 Gulden geben also 31440 Kreuzer, oder 524 fl. = 31440 kr.

II. Beispiel:

Wie viel Häller geben 48 Gulden?

Auflösung:

1) Weil ein Gulden 60 Kreuzer hat, so multiplizire man 48 mit 60, um die Gulden zuerst auf Kreuzer zu bringen.

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 60 \\ \hline 2880 \text{ kr.} \end{array}$$

2) Die 2880 kr. multiplizire man mit 8, um sie zu Hällern zu machen:

$$\begin{array}{r} 2880 \\ \times 8 \\ \hline 23040 \text{ hl.} \end{array}$$

48 Gulden geben also 23040 Häller, oder 48 fl. = 23040 Häller.

III. Beispiel:

Wie viel Sekunden geben 24 Jahr?

Auflösung:

1) Ein gewöhnliches Jahr hat 365 Tag, man multiplizire also 24 mit 365, oder 365 mit 24, um die Jahre auf Tage zu reduziren:

$$\begin{array}{r} 365 \\ \times 24 \\ \hline 1460 \\ 730\phantom{0} \\ \hline 8760 \end{array}$$

2) Die 8760 Tag reduzire man auf Stunden, indem 1 Tag 24 Stunden hat, und man also mit 24 multiplizirt:

$$\begin{array}{r} 8760 \\ \times 24 \\ \hline 35040 \\ 17520\phantom{0} \\ \hline 210240 \end{array}$$

3) Die 210240 Stunden multiplizire man mit 60, da eine Stunde 60 Minuten hat, um so die Tage auf Minuten zu bringen:

$$\begin{array}{r} 210240 \\ \times 60 \\ \hline 12614400 \end{array}$$

4) Endlich mache man 12614400 Minuten zu Sekunden, indem man wieder mit 60 multiplizirt:

$$\begin{array}{r} 12614400 \\ \times 60 \\ \hline 756864000 \end{array}$$

24 Jahre geben also 756'864.000 Sekunden, oder 24 Jahr = 756'864.000 Sekunden.

## §. 47.

### Das Reduziren vorkommender Zahlen niederer Art auf höhere.

Will man niedere Einheiten auf höhere reduziren, so dividire man immerhin mit der Reduktionszahl, welche angibt, wie viel niedere Einheiten allemal zur nächst höheren Einheit, oder zu mehreren höheren Einheiten erfordert werden.

I. Beispiel:

Wie viel Gulden geben 31440 Kreuzer?

Auflösung:

Weil 60 Kreuzer einen Gulden geben, so dividire die 31440 kr. mit 60:

```
 12
3144(0 | 524
:666(0 |
```

31440 Kreuzer geben also 524 Gulden, oder 31440 kr. = 524 fl.

II. Beispiel:

Wie viel Gulden geben 23040 Häller?

Auflösung:

1) Man dividire zuerst mit der Reduktionszahl 8, um die Häller zu Kreuzern zu machen:

| | |
|---|---|
| 76<br>23040<br>:8888 | 2880 |

2) Die gefundene Zahl 2880 dividire man mit 60, um die Kreuzer zu Gulden zu machen:

| | |
|---|---|
| 4<br>288(0<br>:66(0 | 48 |

23040 Häller geben also 48 Gulden, oder 23040 Häller = 48 fl.

III. Beispiel:

Wie viel Jahre geben 756'864.000 Sekunden?

Auflösung:

1) Man dividire mit 60, um diese Sekunden zu Minuten zu machen:

| | |
|---|---|
| 13 22<br>75686400(0<br>:66666666(0 | 12614400 |

2) Man dividire 12614400 mit 60, um die Minuten auf Stunden zu reduziren:

| | |
|---|---|
| 2<br>1261440(0<br>:666666(0 | 210240. |

3) Man dividire 210240 mit 24, um die Stunden auf Tage zu reduziren:

| | |
|---|---|
| 210240<br>:24''<br>192<br>———<br>182<br>:24<br>168<br>———<br>144<br>:24<br>144<br>———<br>—0 | 8760 |

4) Man dividire endlich 8760 mit 365, um die 8760 Tage auf Jahre zu reduziren:

```
  8760 | 24
 :365  |
  730  |
 ------
  1460
 :365
  1460
 ------
   —
```

Es geben also 756'864.000 Sekunden wieder 24 Jahr, oder 756'864,000 Sekunden = 24 Jahr.

Anmerkung: 1) Aus dem Inhalte der beiden vorstehenden §§. sieht man wohl, daß sich diese beiden Reduktionen wechselweise zur Probe dienen; wie dieses auch aus den jedesmal angeführten nämlichen drei Beispielen erhellet.

2) Weil bei der Division mit 60 eigentlich nur mit 6 zu dividiren ist, so habe ich zum Ersparnisse des Plazes bei den vorstehenden Reduktionen die Division mit 6 mittels des Ausstreichens der Ziffer ausgeführt.

---

# II. Abschnitt.

## Die vier Rechnungsarten ungleichbenannter Zahlen.

### §. 48.

### Das Zusammenzählen solcher Zahlen.

Um solche Zahlen in eine Summe zu bringen, verfahre man nach diesen Regeln:

1) Man schreibe die Zahlen, welche gleiche Namen haben, somit Dinge gleicher Art anzeigen, unter einander, und ziehe unten eine Linie.

2) Rechts bei der niedrigsten Ordnung fange man das Zusammenzählen an, und bringe da alle Zahlen

in eine Summe. Ist diese so groß, daß sie eine oder mehrere Einheiten der nächst höheren Ordnung gibt, so dividire man mit der Reduktionszahl, schreibe den Rest, wenn einer bleibt, zu seiner Ordnung unter den Strich, und den Quotienten zähle man zur nächsten Ordnung, zu welcher seine Einheiten gehören.

3) So verfahre man bei jeder Ordnung, um nach und nach die ganze Summe der ungleichbenannten Zahlen zu erhalten.

I. Beispiel:

Petrus gibt auf viermal folgende Summen aus: Das erste mal 48 fl. 24 kr. 6 hl., das zweite mal 38 fl. 54 kr. 4 hl., das dritte mal 94 fl. 48 kr. 2 hl., das vierte mal 16 fl. 36 kr. 4 hl.

Wie groß ist diese ganze Ausgabe?

Auflösung:

1) Man schreibe die gleichen Ordnungen unter einander, also Gulden unter Gulden, Kreuzer unter Kreuzer und Häller unter Häller, und ziehe einen Strich:

| Summanden oder Posten. | Gulden | Kreuzer | Häller |
|---|---|---|---|
| | 48 | 24 | 6 |
| | 38 | 54 | 4 |
| | 94 | 48 | 2 |
| | 16 | 36 | 4 |

2) Man fange rechts an, und sage, 4 und 2 ist 6, und 4 ist 10 und 6 ist 16; diese 16 Häller, weil 8 in 16 zweimal geht, geben 2 Kreuzer; an die Stelle der Häller kommt nichts als Rest, und die erhaltenen 2 Kreuzer zähle man zu den Kreuzern.

3) Bei den Kreuzern sage man jetzt, 2 und 6 ist 8, und 8 ist 16, und 4 ist 20, und 4 ist 24, schreibe 4, behalte 2, ferner 2 und 3 ist 5, und 4 ist 9, und 5 ist 14, und 2 ist 16, schreibe 16, man erhält 164 Kreuzer, diese mit 60 dividirt, geben fl. 2 und als Rest 44 kr., wie hier:

| | |
|---|---|
| 164 | 2 fl., 44 kr. |
| : 60 | |
| 120 | |
| Rest, 44 kr. | |

Diese 44 kr. schreibe man als Rest unter dem Striche an, und zähle die erhaltenen 2 fl. zu den Gulden, indem man sagt, 2 und 6 ist 8, und 4 ist 12, und 8 ist 20 und 8 ist 28, schreibe 8, behalte 2, ferner 2 und 1 ist 3, und 9 ist 12, und 3 ist 15 und 4 ist 19, man schreibe 19 ganz, dadurch erhält man 198 Gulden, die man unter dem Striche an die Stelle der Gulden schreibt:

| Summanden oder Posten. | Gulden | Kreuzer | Häller |
|---|---|---|---|
| | 48 | 24 | 6 |
| | 38 | 54 | 4 |
| | 94 | 48 | 2 |
| | 16 | 36 | 4 |
| Summe | 198 fl. | 44 kr. | — |

Die ganze Ausgabe beträgt demnach 198 Gulden, 44 Kreuzer, oder 198 fl. 44 kr.

## II. Beispiel:

Jemand kauft von einer gewissen Waare im Bayerischen Handelsgewichte 12 Zentner 48 Pfund 26 Loth 3 Quintl, dann 8 Zentner 14 Pfund 20 Loth 2 Quintl., und 43 Pfund 14 Loth 1 Quintl.

Wie viel beträgt die gesammte angekaufte Waare?

## Auflösung:

1) Man schreibe die Zahlen von gleicher Ordnung und gleicher Benennung unter einander, also Zentner unter Zentner, Pfund unter Pfund, Loth unter Loth, und Quintl unter Quintl, wie hier:

| Summanden oder Posten. | Zentner | Pfund | Loth | Quintl. |
|---|---|---|---|---|
| | 12 | 48 | 26 | 3 |
| | 8 | 14 | 20 | 2 |
| | — | 43 | 14 | 1 |

2) Man fange rechts bei den Quintlen an, und sage, 1 und 2 ist 3, und 3 ist 6; 4 Quintl geben ein Loth, und 2 Quintl bleiben über, wie hier:

| | |
|---|---|
| 6 | 1 Loth, 2 Quintl. |
| : 4 | |
| 4 | |
| Rest 2 Quintl. | |

3) Das so eben erhaltene Loth zähle man zu den Lothen, schreibe die gebliebenen 2 Quintl unter dem Striche an die Stelle der Quintl, und man bringe 1 Loth, dann 14, ferner 20 und 26 Loth in eine Summe, man erhält 61 Loth, diese dividire man mit 32, weil 32 Loth ein Pfund geben, man erhält 1 Pfund und 29 Loth, wie hier:

| | |
|---|---|
| 61 | 1 Pfund, 29 Loth. |
| : 32 | |
| 32 | |
| Rest 29 Loth | |

4) Die übriggebliebenen 29 Loth schreibe man unter dem Striche an die Stelle der Lothe, zähle das erhaltene Pfund zu den Pfunden, und bringe so ein Pfund, dann 43, ferner 14 und 48 Pfund in eine Summe, man erhält 106 Pfund, diese geben 1 Zentner und 6 Pfund, weil 1 Zentner 100 Pfund hat, wie hier:

| | |
|---|---|
| 106 | 1 Zentner, 6 Pfund. |
| : 100 | |
| 100 | |
| Rest 6 Pfund | |

5) Die 6 Pfund schreibe man unter dem Striche an die Stelle der Pfunde, und zähle 1 Zentner zu den 8 und 12 Zentnern, man erhält 21 Zentner, die man an die Stelle der Zentner schreibt, wie hier:

| Zentner | Pfund | Loth | Quintl |
|---|---|---|---|
| 12 | 48 | 26 | 3 |
| 8 | 14 | 20 | 2 |
| — | 43 | 14 | 1 |
| 21 Ct. | 6 Pf. | 29 Lth. | 2 Q. |

Man hat also zusammen im bayerischen Gewichte 21 Zentner 6 Pfund 29 Loth und 2 Quintl gekauft.

Anmerkung: 1) Was man beim Reduziren als Quotienten erhält, könnte man auch allemal unten oder oben zur nächsthöheren Ordnung hinschreiben, und dann wieder die vorkommenden Einheiten zusammenzählen, wie hier:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 1 | | 1 | | | |
| 12 | Zentner | 48 | Pfund | 26 | Loth | 3 | Quintl |
| 8 | | 14 | | 20 | | 2 | |
| — | | 43 | | 14 | | 1 | |
| 21 | Ztr. | 6 | Pf. | 29 | L. | 2 | Q. |

oder

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | Zentner | 48 | Pfund | 26 | Loth | 3 | Quintl |
| 8 | | 14 | | 20 | | 2 | |
| — | | 43 | | 14 | | 1 | |
| 1 | | 1 | | 1 | | | |
| 21 | Ztr. | 6 | Pf. | 29 | L. | 2 | Q. |

2) Die Probe bei solchen Beispielen geschieht füglich durch die Subtraktion, daher kommt sie erst später im §. 52 vor; für jetzt kann man das früher Gesagte beobachten, nämlich das Zusammenzählen in verkehrter Ordnung vornehmen, etwa von oben nach unten, wenn man das erstemal von unten nach oben addirt hat, oder von unten nach oben, wenn es das erstemal von oben nach unten geschehen ist.

3) Wenn man Gulden, Kreuzer und Häller addirt, wie es gewöhnlich bei Geldsummen der Fall ist, so merke man sich den Vortheil, daß man bei der Hällersumme gleich im Kopfe mit 8 dividirt, bevor man jene anschreibt; man schreibt dann nur mehr den Rest der Häller an, und zählt die erhaltenen Kreuzer zu den Kreuzern.

Bei der Kreuzersumme schreibt man allemal das äusserste Ziffer rechts unter dem Striche an, und die nächste Summe dividirt man im Kopfe mit 6, und schreibt den Rest links an das vorige Ziffer hin, den Quotienten zählt man aber als eine Guldenzahl zu den Gulden.

Auf diese Weise findet man beim angeführten I. Beispiele dieses §., daß man zusammen 4 + 2 + 4 + 6,

also 16 Häller hat; man sagt also gleich im Kopfe, indem man mit 8 dividirt, in 16 geht genau 2 mal, es bleibt nichts übrig, und man bekommt 2 Kreuzer.

Bei den Kreuzern sage man, 2 und 6 ist 8, und 8 ist 16, und 2 mal 4 ist 24, man schreibe 4, behalte 2, ferner 2 und 3 ist 5, und 4 ist 9, und 5 ist 14, und 2 ist 16, jetzt sage man, 6 in 16 geht 2 mal, 2 mal 6 ist 12, und 12 von 16 bleibt 4; diese 4 schreibe man links an 4 hin, und zähle die erhaltenen 2 Gulden auf die angezeigte Weise zu den Gulden; es bleiben dadurch unter dem Strich an der Stelle der Kreuzer noch 44 Kreuzer, und die bei den Kreuzern erhaltenen 2 Gulden zählt man zu den Gulden.

## §. 49.

## Beispiele der Addition ungleichbenannter Zahlen mit der beigefügten Auflösung.

Zur Uebung füge ich hier über verschiedene Maaß- und Gewichts-Eintheilungen, und über Geldsorten mehrere Beispiele bei, die man selbst auflösen soll, und ich gebe ohne weitere Ausführung allemal nur die Summen an.

### 1.

### Vom Längenmaaße, und zwar nach der Eintheilung im Duodezimalmaaße.

(§. 45. Nr. 1.)

| | Schuh | Zoll | Linien |
|---|---|---|---|
| Summanden oder Posten. | 36 | 10 | 6 |
| | 14 | 8 | 4 |
| | 2 | 5 | 3 |
| | 6 | — | 2 |
| | 24 | 1 | 2 |
| Summe = | 84 Schuh | 1 Zoll | 5 Linien. |

Man hat nämlich die 17 Linien durch die Division mit 12 auf Zoll gebracht, und die 25 Zoll durch die Division mit 12 auf Schuhe reduzirt, wie hier:

| | |
|---|---|
| 17 | 1 Zoll, 5 Linien. |
| : 12 | |
| 12 | |

Rest 5 Linien.

| | |
|---|---|
| 25 | 2 Schuh, 1 Zoll. |
| : 12 | |
| 24 | |
| Rest 1 Zoll. | |

2.

Vom Flächenmaaße, und zwar im Dezimalmaaße (§. 45. Nr. 2. b.)

| Summanden oder Posten. | Jauchert | Quadratruthen | Quadratschuh |
|---|---|---|---|
| | 26 | 360 | 48 |
| | 20 | 148 | 56 |
| | 30 | 24 | 50 |
| | 148 | 36 | 98 |
| Summe | 225 Jauchert | 170 Qdrth. | 52 QSch. |

Man macht nämlich durch die Division mit 100 die Quadratschuh zu Quadratruthen, und diese durch die Division mit 400 zu Jauchert, weil 100 Quadratfuß eine Quadratruthe, und 400 Quadratruthen eine Jauchert geben, wie hier:

| | |
|---|---|
| 252 | 2 Quadratruthen. |
| : 100 | |
| 200 | |
| Rest 52 Quadratschuh. | |

| | |
|---|---|
| 570 | 1 Jauchert. |
| : 400 | |
| 400 | |
| Rest 170 Quadratruthen. | |

3.

Vom Getränkmaaße (§. 45. Nr. 4.)

| Summanden oder Posten. | Eimer | Maaß | Quartel |
|---|---|---|---|
| | 36 | 18 | 3 |
| | 14 | 24 | 2 |
| | 30 | 8 | — |
| | 50 | 34 | 1 |
| | 6 | 9 | — |
| Summe | 137 Eimer | 34 Maaß | 2 Quartl. |

Man macht nämlich durch die Division mit 4 die Quartel zu Maaß, und diese durch die Division mit 60 zu Eimern, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 94 | 1 Eimer, | 6 | 1 Maaß, |
| : 60 | | : 4 | |
| 60 | | 4 | |
| Rest 34 Maaß. | | Rest 2 Quartl. | |

4.

Vom Getraidmaaße (§. 45. Nro. 5.)

| Summanden oder Posten. | Schäffel | Metzen | Viertel |
|---|---|---|---|
| | 18 | 5 | 1 |
| | 40 | 4 | — |
| | 39 | 2 | — |
| | 12 | — | 1 |
| | 14 | 3 | 1 |
| Summe = | 125 Sch. | 3 M. | 1 Viertel. |

Man macht nämlich die 3 Viertel durch die Division mit 2 zu Metzen, und diese durch die Division mit 6 zu Schäffel, weil 2 Viertel einen Metzen, und 6 Metzen ein Schäffel geben, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 15 | 2 Schäffel, | 3 | 1 Metzen, |
| : 6 | | : 2 | |
| 12 | | 3 | |
| Rest 3 Metzen. | | Rest 1 Viertel. | |

5.

Vom Handelsgewichte (§. 45. Nro. 7.)

| Summanden oder Posten. | Zentner | Pfund | Loth | Quintl. |
|---|---|---|---|---|
| | 36 | 40 | 18 | 2 |
| | 18 | 24 | 29 | 3 |
| | 6 | — | 4 | — |
| | 108 | 59 | 30 | 1 |
| | 40 | 19 | 5 | — |
| | 64 | 18 | 12 | 1 |
| Summe | 273 Ztr. | 63 Pf. | 3 Loth | 3 Qtl. |

Man macht nämlich durch die Division mit 4 die Quintl zu Loth, diese durch die Division mit 32 zu Pfund, und diese durch die Division mit 100 zu Zentner, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 163 | 1 Zentner, | 99 | 3 Pfund, |
| : 100 | | : 32 | |
| 100 | | 96 | |
| Rest 63 Pfund. | | Rest 3 Loth. | |

| | |
|---|---|
| 7 | 1 Loth, |
| : 4 | |
| 4 | |
| Rest 3 Quintl. | |

6.

Vom Gelde (§. 45. Nr. 13.)

| | Gulden | Kreuzer | Häller. |
|---|---|---|---|
| Summanden oder Posten. | 1044 | 58 | 4 |
| | 328 | 6 | — |
| | 799 | 14 | 5 |
| | 46 | 8 | — |
| | 198 | 24 | 6 |
| | 36 | 18 | 2 |
| Summe = | 2453 fl. | 10 kr. | 1 hl. |

Man macht nämlich die 17 Häller durch die Division mit 8 zu Kreuzer, und die 130 Kreuzer durch die Division mit 60 zu Gulden, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 130 | 2 fl. | 17 | 2 kr. |
| : 60 | | : 8 | |
| 120 | | 16 | |
| Rest 10 kr. | | Rest 1 hl. | |

## §. 50.

### Beispiele der Addition ungleichbenannter Zahlen ohne die beigefügte Auflösung:

#### 1.

Vom Längenmaaße, und zwar im Dezimal-Maaße (§. 45. Nr. 1. b.).

| | Ruthen | Fuß | Zoll | Linien |
|---|---|---|---|---|
| Summanden oder Posten. | 144 | 8 | 7 | 6 |
| | 108 | 9 | 6 | 4 |
| | 94 | 3 | 2 | — |
| | 44 | 7 | 3 | 2 |
| | 18 | 8 | 9 | 3 |
| | 14 | — | 5 | 1 |
| Summe = | | | | |

#### 2.

Vom Flächenmaaße im Dezimal-Maaße (§. 45. Nr. 2.)

| | Jchrt. oder Tgw., | Quadratruthen, | Quadratschuh |
|---|---|---|---|
| Summanden oder Posten. | 46 | 18 | 24 |
| | 40 | 36 | 59 |
| | 8 | — | 18 |
| | 98 | 24 | 12 |
| | 13 | 15 | 9 |
| | 34 | — | 8 |
| | 24 | 38 | — |
| Summe = | | | |

#### 3.

Vom Getränkmaaße (§. 45. Nr. 4.)

| | Eimer | Maaß | Quartel oder Schoppen |
|---|---|---|---|
| Summanden oder Posten. | 4 | 36 | 3 |
| | 6 | 18 | 2 |
| | 24 | 38 | 1 |
| | 30 | 14 | — |
| Summe = | | | |

### 4.

### Vom Getraidmaaße (§. 45. Nr. 5.)

Summanden oder Posten.

| Schäffel | Metzen | Viertel | Dreißiger |
|---|---|---|---|
| 18 | 4 | 1 | 8 |
| 4 | 5 | — | 12 |
| 36 | — | 1 | 14 |
| 104 | 3 | — | 6 |
| 96 | 2 | 1 | 5 |
| 248 | 3 | — | 2 |
| 359 | 1 | 1 | 4 |

Summe =

Anmerkung: Weil nach §. 45. Nr. 5. ein Viertel 8 Mäßlein, und ein Mäßlein 2 Dreißiger hat, so wird man leicht erkennen, daß ein Viertel 16 Dreißiger hat, also die Dreißiger durch die Division mit 16 zu Viertel gemacht werden.

### 5.

### Vom Papiermaaße (§. 45. Nr. 6.)

Summanden oder Posten.

| Ballen | Riß | Buch Schreibpapier |
|---|---|---|
| 18 | 8 | 18 |
| 24 | 9 | — |
| 36 | 5 | 16 |
| 104 | 4 | 9 |
| 258 | 1 | 5 |
| 400 | — | 2 |

Summe =

### 6.

### Vom Silbergewichte (§. 45. Nr. 9.)

Summanden oder Posten.

| Mark | Loth | Quintl | Pfenning |
|---|---|---|---|
| 18 | 12 | 3 | 2 |
| 14 | 10 | 2 | 1 |
| 24 | 14 | 3 | — |
| 34 | — | — | 2 |
| 48 | 8 | 1 | 2 |

Summe =

7.

Vom Zeitmaaße (§. 45. Nr. 12.)

| | Jahr | Monat | Tag | Stunden | Minuten |
|---|---|---|---|---|---|
| Summanden oder Posten. | 3 | 8 | 6 | 15 | 45 |
| | 6 | 9 | 15 | 20 | 50 |
| | 12 | 10 | 24 | 18 | 34 |
| | 18 | 6 | 28 | 9 | 40 |
| | 24 | 5 | 14 | 8 | 30 |
| Summe = | | | | | |

8.

Vom Gelde (§. 45. Nr. 13.)

| | Gulden | Batzen | Kreuzer | Pfenning |
|---|---|---|---|---|
| Summanden oder Posten. | 14 | 12 | 3 | 2 |
| | 24 | 10 | 2 | 1 |
| | 56 | 8 | — | 2 |
| | 44 | 6 | 1 | — |
| | 108 | 13 | 2 | 1 |
| Summe = | | | | |

## §. 51.

### Vom Subtrahiren ungleichbenannter Zahlen.

Um ungleichbenannte Zahlen, oder Zahlen von verschiedener Ordnung und Benennung von einander zu subtrahiren, verfahre man auf diese Weise.

1) Man schreibe die gleichen Sorten, das ist, die Zahlen von gleicher Benennung, wie bei der Addition, unter einander, indeß aber so, daß der Minuend oben, und der Subtrahend oder die abzuziehende Zahl unten zu stehen kommt, und man ziehe unten einen Querstrich.

2) Rechts fange man das Abziehen bei der kleinsten Sorte an, und gehe dann der Ordnung nach beim Abziehen zu den folgenden höheren Sorten über, bis man alle Theile des Subtrahends abgezogen hat.

3) Kann man einmal die untere Sorte von der oberen nicht wegziehen, so entlehne man eine Einheit

von der vorkommenden nächsthöheren Sorte, reduzire diese auf die niedere Sorte, zähle dazu die niedere gleichnamige Sorte, wenn eine solche da ist, und ziehe dann ab.

4) Zur Probe zähle man den gefundenen Rest zum Subtrahend, und es muß der Minuend oder die obere Zahl wieder zum Vorschein kommen.

I. Beispiel:

Petrus ist 48 fl. 24 kr. 6 hl. schuldig, und zahlt daran 36 fl. 18 kr. 4 hl.; wie viel bleibt er noch schuldig?

Auflösung:

1) Man sieht hier, daß man das schon Bezahlte von der ganzen Schuld abziehen muß, um zu wissen, was Petrus noch schuldig ist. Deßwegen schreibe man oben die ganze Schuld als Minuend, und darunter das schon Bezahlte als Subtrahend hin, wie hier:

| | Gulden | Kreuzer | Häller |
|---|---|---|---|
| Minuend | 48 | 24 | 6 |
| Subtrahend | 36 | 18 | 4 |

2) Nachdem man unter dem Subtrahend einen Querstrich gezogen hat, so fange man rechts bei den Hällern an, und sage:

4 von 6 bleibt 2, die 2 Häller schreibe man unter dem Striche an die Stelle der Häller; ferner:

18 von 24, oder 8 von 14 bleibt 6, die 6 kr., schreibe man unter dem Striche an die Stelle der Kreuzer; endlich gehe man zu den Gulden, und sage:

6 von 8 bleibt 2, und 3 von 4 bleibt 1, oder 36 von 48 bleibt 12, die 12 Gulden schreibe man unter dem Striche an die Stelle der Gulden, wie hier:

| | Gulden | Kreuzer | Häller |
|---|---|---|---|
| Minuend | 48 | 24 | 6 |
| Subtrahend | 36 | 18 | 4 |
| | 12 fl. | 6 kr. | 2 hl. |

Petrus bleibt also noch 12 fl. 6 kr. 4 hl. schuldig.

3) Zur Probe zähle man den Rest 12 fl. 6 kr.

2 hl. zum Subtrahend 36 fl. 18 kr. 4 hl., und es muß wieder die ganze Schuld 48 fl. 24 kr. 6 hl. herauskommen, wie hier:

| | fl. | kr. | hl. |
|---|---|---|---|
| Minuend | 48 | 24 | 6 |
| Subtrahend | 36 | 18 | 4 |
| Rest | 12 fl. | 6 kr. | 2 hl. |
| Probe | 48 fl. | 24 kr. | 6 hl. |

Auf diese Weise geben der Rest und der Subtrahend zusammen wieder die ganze Schuld, somit den Minuend.

II. Beispiel:

Petrus hat 224 Gulden, 36 Kreuzer 4 Häller zu zahlen, er zahlt aber daran nur 108 Gulden 48 Kreuzer 6 Häller; wie viel bleibt er noch schuldig?

Auflösung:

1) Weil hier die Aufgabe wieder durch die Abziehung zu lösen ist, so schreibe man oben die ganze Schuld hin, und darunter das schon Bezahlte, und ziehe unten einen Querstrich:

| | fl. | kr. | hl. |
|---|---|---|---|
| Minuend | 224 | 36 | 4 |
| Subtrahend | 108 | 48 | 6 |

2) Weil man rechts 6 Häller von 4 Hällern nicht abziehen kann, so entlehne man 1 Kreuzer, dieser hat 8 Häller (§. 45. Nr. 13.), und 4 Häller geben 12 Häller, daher sage man, nachdem man bei 6 einen Punkt oder Strich zum Zeichen des Entlehnens gemacht hat, 6 von 12 bleibt 6, die 6 Häller schreibe man unter dem Striche als Rest an die Stelle der Häller.

3) Da man 48 kr. von 36, vielmehr von 35 kr., die man jetzt nur noch hat, auch nicht abziehen kann, so entlehne man 1 Gulden, dieser hat 60 kr., zu diesen 35 kr. gezählt, gibt 95 kr.; zieht man nun 48 von 95 ab, so erhält man als Rest 47 kr., die man an die Stelle der Kreuzer schreibt.

4) Endlich zieht man die 108 fl. von den 224, vielmehr von 223 fl. ab, weil man wegen des Entlehnens nur noch 223 fl. hat; man erhält als Rest 115 fl., die man unter dem Striche an die Stelle der Gulden schreibt, wie hier:

| | fl. | kr. | hl. |
|---|---|---|---|
| Minuend | 224 | 36 | 4 |
| Subtrahend | 108 | 48 | 6 |
| Rest | 115 fl. | 47 kr. | 6 hl. |

Petrus bleibt demnach noch 115 fl. 47 kr. 6 hl. schuldig.

5) Zur Probe addire man den Rest und den Subtrahend, diese geben als die beiden Theile zusammen wieder das Ganze, den Minuend, wenn kein Fehler gemacht ist, wie hier:

| | fl. | kr. | hl. |
|---|---|---|---|
| Minuend | 224 | 36 | 4 |
| Subtrahend | 108 | 48 | 6 |
| Rest | 115 fl. | 47 kr. | 6 hl. |
| Probe | 224 fl. | 36 kr. | 4 hl. |

III. Beispiel:

Jemand soll 48 Schäffel Getraid liefern, gibt aber nur 24 Schäffel 4 Metzen 20 Dreißiger ab; wie viel ist noch zu liefern?

Auflösung:

1) Hier soll man um diese Frage zu beantworten, 24 Schäffel 4 Metzen 20 Dreißiger von 48 Schäffel abziehen; man entlehne also ein Schäffel, welches 6 Metzen hat, ferner entlehne man einen Metzen, und mache ihn zu Dreißigern, man erhält 32 Dreißiger, weil ein Metzen so viele Dreißiger hat (§. 45. Nr. 5.), und schreibe als Minuend 47 Schäffel 5 Metzen 32 Dreißiger anstatt 48 Schäffel, wie hier:

| | Schäffel | Metzen | Dreißiger |
|---|---|---|---|
| Minuend | 47 | 5 | 32 |
| Subtrahend | 24 | 4 | 20 |

2) Nach den angeführten Regeln subtrahire man

20 Dreißiger von 32 Dreißiger, dann 4 Metzen von 5 Metzen, und 24 Schäffel von 47 Schäffel, man erhält als Rest 23 Schäffel 1 Metzen 12 Dreißiger, wie hier:

| | Schäffel | Metzen | Dreißiger |
|---|---|---|---|
| Minuend | 47 | 5 | 32 |
| Subtrahend | 24 | 4 | 20 |
| Rest | 23 Sch. | 1 M. | 12 Dr. |

Es sind also noch 23 Schäffel 1 Metzen 12 Dreißiger abzuliefern.

3) Zur Probe zähle man den Rest 23 Schäffel 1 Metzen 12 Dreißiger zum Subtrahend 24 Schäffel 4 Metzen 20 Dreißiger, und man muß wieder 48 Schäffel als den anfangs da gewesenen Minuend erhalten, wie hier:

| | Schäffel | Metzen | Dreißiger |
|---|---|---|---|
| Minuend | 47 | 5 | 32 |
| Subtrahend | 24 | 4 | 20 |
| Rest | 23 | 1 | 12 |
| Probe | 48 Schäffel | — | — |

## §. 52.

## Von der Probe der Addition ungleichbenannter Zahlen.

Wenn man die Probe über die Addition ungleichbenannter Zahlen machen will, so verfahre man auf diese Weise:

1) Hat man nur zwei Summanden addirt, so ziehe man einen derselben von der Summe ab, und es muß der andere Summand herauskommen.

2) Hat man aber mehr als zwei Summanden addirt, so zähle man nochmal alle Summanden, mit Ausnahme eines einzigen etwa des obern, zusammen, und ziehe diese zweite Summe von der ersten Summe ab, es muß der ausgeschlossene oder weggelassene Summand als Rest herauskommen.

## I. Beispiel:

1) Wenn man 30 fl. 14 kr. 2 hl. zu 48 fl. 36 kr. 4 hl. zählt, so erhält man 78 fl. 50 kr. 6 hl. als Summe, wie hier:

| | fl. | kr. | hl. |
|---|---|---|---|
| Sum- | 48 | 36 | 4 |
| manden | 30 | 14 | 2 |
| Summe = | 78 | 50 | 6 |

2. Zieht man jetzt zur Probe einen Summanden, etwa den unteren 30 fl. 14 kr. 2 hl. als den einen Theil von dem Ganzen, das ist, von der Summe ab, so kommt der andere Summand oder Theil als Rest heraus, wie hier:

| | fl. | kr. | hl. |
|---|---|---|---|
| Sum- | 48 | 36 | 4 |
| manden | 30 | 14 | 2 |
| Summe = | 78 | 50 | 6 |
| zweiter Summand | 30 | 14 | 2 |
| erster Summand als Rest | 48 fl. | 36 kr. | 4 hl. |

Es ist also die Rechnung richtig, weil als Rest der erste Summand, nämlich 48 fl. 36 kr. 4 hl., herauskommt.

## II. Beispiel:

Im ersten Beispiele des §. 48. betrug die gesammte Ausgabe des Petrus nach den angegebenen vier Posten die Summe von 198 fl. 44 kr.; zählt man nun mit Weglassung des oberen Summanden die unteren drei Posten nochmal zusammen, und zieht man diese Summe von der ersten Summe ab, so muß der obere weggelassene Summand, also 48 fl. 24 kr. 6 hl., als Rest herauskommen, wir hier:

| | fl. | kr. | hl. |
|---|---|---|---|
| Summanden oder Posten | 48 | 24 | 6 |
| | 38 | 54 | 4 |
| | 94 | 48 | 2 |
| | 16 | 36 | 4 |
| erste Summe = | 198 | 44 | — |
| zweite Summe = | 150 | 19 | 2 |
| zur Probe als Rest | 48 fl. | 24 kr. | 6 hl. |

Es ist demnach die Addition richtig, weil wieder der ausgeschlossene, von den übrigen Posten durch eine Linie getrennte Summand, nämlich 48 fl. 24 kr. 6 hl., als Rest herauskommt.

## §. 53.

### Beispiele der Subtraktion ungleichbenannter Zahlen mit der beigefügten Auflösung und Probe.

Zur Uebung folgen auch hier bei der Subtraktion über verschiedene benannte Zahlen mehrere Beispiele, die man selbst ausarbeiten oder auflösen soll; weßhalb ohne weitere Ausführung allemal nur der Rest mit der Probe beigefügt ist.

1.

Die Höhe eines Thurmes beträgt 138 Schuh 4 Zoll, und die Höhe eines anderen Thurmes 108 Schuh 2 Zoll, um wie viel ist der erste Thurm höher als der zweite (§. 45. Nr. 1.)?

| | Schuh | Zoll |
|---|---|---|
| Minuend | 138 | 4 |
| Subtrahend | 108 | 2 |
| Rest = | 30 Sch. | 2 Zoll. |
| Probe = | 138 Sch. | 4 Zoll. |

Es ist also der erste Thurm um 30 Schuh 2 Zoll höher.

2.

Jemand hat ein Grundstück, das 8 Jauchert,

200 Quadratruthen und 48 Quadratfuß hält, und gibt davon ein Stück von 4 Jauchert, 150 Quadratruthen und 24 Quadratfuß weg; wie viel bleibt ihm noch übrig (§. 45. Nr. 2.)?

| | Jchrt. | Quadrrth. | Quadratfuß |
|---|---|---|---|
| Minuend | 8 | 200 | 48 |
| Subtrahend | 4 | 150 | 24 |
| Rest = | 4 | 50 | 24 |
| Probe = | 8 | 200 | 48 |

Es bleibt ihm also noch ein Stück von 4 Jauchert 50 Quadratruthen und 24 Quadratfuß.

3.

Petrus schuldet 48 Eimer 36 Maaß 2 Quartel; zahlt aber daran 20 Eimer 18 Maaß; wie viel Bier bleibt Petrus noch schuldig (§. 45. Nr. 4.)?

| | Eimer | Maaß | Quartel |
|---|---|---|---|
| Minuend | 48 | 36 | 2 |
| Subtrahend | 20 | 18 | — |
| Rest = | 28 | 18 | 2 |
| Probe = | 48 E. | 36 M. | 2 Qtl. |

Petrus hat also noch 28 Eimer 18 Maaß und 2 Quartel zu bezahlen?

4.

Paulus hat 34 Schäffel 4 Metzen abzuliefern, er gibt aber nur 24 Schäffel 5 Metzen 1 Viertel ab, wie viel hat er noch abzuliefern (§. 45. Nr. 5.)?

| | Schäffel | Metzen | Viertl |
|---|---|---|---|
| Minuend | 34· | 4· | — |
| Subtrahend | 24 | 5 | 1 |
| Rest = | 9 Sch. | 4 M. | 1 Vl. |
| Probe = | 34 Sch. | 4 M. | — Vl. |

Paulus hat also noch 9 Schäffel 4 Metzen 1 Viertel abzugeben.

Man hat nämlich, um die Subtraktion vornehmen zu können, von 4 Metzen einen Metzen entlehnt,

dieser hat 2 Viertel, und von 34 Schäffel entlehnte man ein Schäffel, dieses hat 6 Metzen.

5.

Petrus kauft von einer gewissen Waare 56 Zentner 64 Pfund 12 Loth 2 Quintl, und bezahlt daran 48 Zentner 70 Pfund 16 Loth 3 Quintl; wie viel Waare hat er noch zu bezahlen (§. 45. Nr. 7.)?

| | Zentner | Pfund | Loth | Quintl |
|---|---|---|---|---|
| Minuend | 56 | 64 | 12 | 2 |
| Subtrahend | 48 | 70 | 16 | 3 |

Weil man 3 Quintl von 2 Quintl nicht abziehen kann, so entlehne man ein Loth, dieses hat 4 Quintl, und sage 4 und 2 gibt 6, also 3 Quintl von 6 Quintl bleiben 3 Quintl.

Da man 16 Loth von 11 Loth nicht abziehen kann, so entlehne man ein Pfund, dieses hat 32 Loth, 32 und 11 gibt 43, und 16 Loth von 43 Loth bleiben 27 Loth.

Dann, weil man 70 Pfund von 63 Pfund nicht abziehen kann, so entlehne man einen Zentner, dieser hat 100 Pfund, dazu 63 Pfund addirt, gibt 163 Pfund, und davon 70 Pfund abgezogen gibt zum Reste 93 Pfund.

Endlich subtrahire man 48 Zentner von 55 Zentner, man erhält als Rest 7 Zentner.

Petrus hat also noch 7 Zentner 93 Pfund 27 Loth und 3 Quintl zu bezahlen, wie man hier sieht:

| | Zentner | Pfund | Loth | Quintl |
|---|---|---|---|---|
| Minuend { | 56· | 64· | 12· | 2 |
| | 55 | 163 | 43 | 6 |
| Subtrahend | 48 | 70 | 16 | 3 |
| Rest = | 7 | 93 | 27 | 3 |
| Probe = | 56 Z. | 64 Pf. | 12 L. | 2 Qtl. |

6.

Petrus nimmt 48 fl. 36 kr. 4 hl., dann 54 fl. 48 kr. 6 hl., und 104 fl. 54 kr. 2 hl. ein, gibt aber wieder aus 36 fl. 54 kr. 2 hl., dann 14 fl. 8 kr., und

54 fl. 48 kr. 4 hl.; wie viel hat er noch von seiner Einnahme?

Man bringe erstens die drei Einnahmen in eine Summe, wie hier:

| | fl. | kr. | hl. |
|---|---|---|---|
| Posten | 48 | 36 | 4 |
| | 54 | 48 | 6 |
| | 104 | 54 | 2 |
| Summe = | 208 fl. | 19 kr. | 4 hl. |

Dann bringe man die drei Ausgaben in eine Summe, wie hier:

| | fl. | kr. | hl. |
|---|---|---|---|
| Posten | 36 | 54 | 2 |
| | 14 | 8 | — |
| | 54 | 48 | 4 |
| Summe = | 105 fl. | 50 kr. | 6 hl. |

Endlich ziehe man die ganze Ausgabe von der ganzen Einnahme ab, wie hier:

| | fl. | kr. | hl. |
|---|---|---|---|
| Einnahme | 208· | 19· | 4 |
| Ausgabe | 105 | 50 | 6 |
| Rest der Einnahme | 102 fl. | 28 kr. | 6 hl. |

Es blieben also von der Einnahme noch übrig 102 fl. 28 kr. 6 hl.

## §. 54.

## Beispiele der Subtraktion ungleichbenannter Zahlen ohne die beigefügte Auflösung.

### 1.

### Vom Längenmaaße im Dezimalmaaße.
(§. 45. Nr. 1. b.)

| | Ruthen | Fuß | Zoll | Linien |
|---|---|---|---|---|
| Minuend | 46 | 8 | 9 | 6 |
| Subtrahend | 18 | 5 | 6 | 4 |
| Rest = | | | | |

2.

Vom Flächenmaaße (§. 45. Nr. 2.)

| | Jauchert | Quadratruthen | Quadratzoll |
|---|---|---|---|
| Minuend | 58 | 64 | 80 |
| Subtrahend | 38 | 50 | 30 |
| Rest = | | | |

3.

Vom Getränkmaaße (§. 45. Nr. 4.)

| | Eimer | Maaß | Quartel |
|---|---|---|---|
| Minuend | 136 | 56 | 2 |
| Subtrahend | 58 | 14 | 3 |
| Rest = | | | |

4.

Vom Getraidmaaße (§. 45. Nr. 5.)

| | Schäffel | Metzen | Dreißiger |
|---|---|---|---|
| Minuend | 148 | 5 | 9 |
| Subtrahend | 109 | 4 | 18 |
| Rest = | | | |

5.

Vom Papiermaaße (§. 45. Nr. 6.)

| | Ballen | Riß | Buch Schreibpapier |
|---|---|---|---|
| Minuend | 104 | 6 | 16 |
| Subtrahend | 94 | 8 | 18 |
| Rest = | | | |

6.

Vom Handelsgewichte (§. 45. Nr. 7.)

| | Zentner | Pfund | Loth | Quintl |
|---|---|---|---|---|
| Minuend | 138 | 50 | 20 | 2 |
| Subtrahend | 56 | 60 | 24 | 3 |
| Rest = | | | | |

7.

Vom Zeitmaaße (§. 45. Nr. 12.)

| | Jahr | Monat | Tag | Stund | Minuten |
|---|---|---|---|---|---|
| Minuend | 24 | 9 | 24 | 18 | 40 |
| Subtrahend | 15 | 10 | 26 | 20 | 50 |
| Rest = | | | | | |

8.

Vom Gelde (§. 45. Nr. 13.)

| | Gulden | Kreuzer | Häller |
|---|---|---|---|
| Minuend | 459 | — | — |
| Subtrahend | 168 | 54 | 4 |
| Rest = | | | |

§. 55.

## Vom Multiplizieren ungleichbenannter Zahlen.

Wenn der Multiplikand Dinge von verschiedener Benennung enthält, und der Multiplikator nur eine einzige Zahl ist, so verfahre man auf diese Weise:

1) Man schreibe den Multiplikator rechts nur unter eine Ordnung des Multiplikands, oder auch, was deutlicher ist, unter jede Ordnung des Multiplikands; und ziehe einen Querstrich.

2) Rechts fange man das Multiplizieren bei der niedrigsten Ordnung an, und multiplizire nach und nach alle Ordnungen des Multiplikands.

3) Wie man immer so viele niedere Einheiten erhält, daß sie eine, oder mehrere der vorkommenden höheren Einheiten geben, da reduzire man, und zähle die Einheiten des Quotienten zu den vorkommenden gleichnamigen Einheiten.

I. Beispiel:

Wenn ein Pfund einer gewissen Waare 6 fl. 48 kr. 4 hl. kostet, was kosten 9 Pfund der nämlichen Waare?

Auflösung:

1) Wenn 1 Pfund 6 fl. 48 kr. 4 hl. kostet, so kosten offenbar 9 Pfund neunmal so viel; man muß also hier zur Auflösung mit 9 multipliziren, und zwar die 6 fl., dann die 48 kr., und die 4 hl., wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| 6 fl. | 48 kr. | 4 hl. |
| ×9 | ×9 | ×9 |
| 54 fl. | 432 kr. | 36 hl. |

2) Die 36 Häller reduzire man auf Kreuzer, sie geben 4 kr. 4 hl., dann zähle man die 4 kr. zu den 432 kr., man erhält 436 kr.; diese mache man zu Gulden, sie geben 7 fl. 16 kr., und die 7 fl. zähle man zu den 54 fl., wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| 6 fl. | 48 kr. | 4 hl. |
| ×9 | × 9 | ×9 |
| 54 | 432 | 36 \| 4 kr. |
| +7 | +4 | : 8 |
| 61 fl. | 436 \| 7 fl. | 32 |
| | : 60 | Rest 4 hl. |
| | 420 | |
| | Rest 16 kr. | |

Es kosten 9 Pfund demnach 61 fl. 16 kr. 4 hl.

## II. Beispiel:

Eine Erbschaft wird unter 8 Erben zu gleichen Theilen vertheilt, und ein Erbe bekommt 458 fl. 36 kr. 4 hl.; wie groß war die ganze Erbschaft?

## Auflösung:

Die Größe der ganzen Erbschaft weiß man, wenn man, weil es 8 Erben waren, den Antheil eines Erben, also 458 fl. 36 kr. 4 hl. mit 8 multiplizirt, und dadurch den Antheil eines Erben achtmal setzt, um das ganze zu erhalten, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| 458 fl. | 36 kr. | 4 hl. |
| ×8 | ×8 | ×8 |
| 3664 | 288 | 32 \| 4 kr. |
| +4 | +4 | : 8 |
| 3668 | 292 \| 4 fl. | 32 |
| | : 60 | — |
| | 240 | |
| | Rest 52 kr. | |

Die ganze Erbschaft betrug demnach 3668 fl. 52 kr.

Man hat nämlich hier wieder, wie beim vorigen Beispiele, die Häller auf Kreuzer, und die Kreuzer auf Gulden reduzirt.

### III. Beispiel:

Von einer gewissen Waare bekommt man für einen Gulden 2 Pfund 9 Loth; wie viel bekommt man von der nämlichen Waare um 10 Gulden?

### Auflösung:

Offenbar bekommt man um 10 Gulden das Zehnfache von dieser Waare; man muß daher 2 Pfund 9 Loth mit 10 multipliziren, und die erhaltenen 90 Loth durch die Division mit 32 auf Pfund reduziren, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 Pfund | | 9 Loth | |
| ×10 | | ×10 | |
| 20 | | 90 | 2 Pfund |
| +2 | | : 32 | |
| 22 Pfund | | 64 | |
| | Rest | 26 Loth | |

Um 10 Gulden erhält man also 22 Pfund und 26 Loth.

Anmerkung: In den älteren Auflagen dieses Rechenbuches findet man bei solchen Aufgaben, die Regel, daß man alle Einheiten auf die niedrigste Ordnung reduziren, dann erst multipliziren, und nach diesem die niederen Einheiten wieder auf die höheren reduziren soll; nach dieser Regel wird man beim angeführten I. Beispiele die Aufgabe so lösen:

Weil man da fragt, was 9 Pfund kosten, wenn 1 Pfund 6 fl. 48 kr. 4 hl. kostet, so mache man die 6 fl. 48 kr. 4 hl. zu lauter Hällern, sie geben 3268 Häller; diese multiplizire man mit 9, es gibt 29412 Häller, und diese Häller reduzire man auf Kreuzer und Gulden, man findet auch wieder, daß 9 Pfund unter der gesetzten Bedingung 61 fl. 16 kr. 4 hl. kosten, wie hier:

6 fl. 48 kr. 4 hl.

×60

360
+48

408 kr.
×8

3264
+4

3268 hl.
×9

29412

Die 29412 hl. zu kr. gemacht.

565
29412 | 3676 kr.
: 8888

Rest 4 hl.

Die 3676 kr. zu Gulden gemacht.

3676 | 61 fl.
: 60
360

76
: 60
60

Rest 16 kr.

Es kosten 9 Pfund also wieder 61 fl. 16 kr. 4 hl.

Wenn man diese Auflösung mit der vorigen vergleicht, so wird man finden, daß es bequemer ist, wenn man jede einzelne Sorte multiplizirt, anstatt daß man vorhin, wie es so eben geschehen ist, alles auf die kleinste Sorte reduzirt, und dann erst multiplizirt.

## §. 56.

### Fortsetzung der Regeln über das Multipliziren ungleichbenannter Zahlen.

Wenn die Faktoren Einheiten von verschiedener Benennung anzeigen, so verfahre man bei der Multiplikation auf diese Weise:

1) Man reduzire die verschiedenen Sorten allemal auf die vorkommende niedrigste Sorte.

2) Man multiplizire die dadurch erhaltenen Zahlen mit einander, und reduzire dann nach der Beschaffenheit der Aufgabe die niederen Einheiten wieder auf höhere Einheiten.

### I. Beispiel:

Wenn von einer gewissen Waare ein Loth 36 kr.

4 hl. kostet, was kosten 6 Zentner 40 Pfund 8 Loth der nämlichen Waare?

Auflösung:

1) Weil in dieser Aufgabe, nebst Kreuzern, Häller genannt sind, so reduzire man die 36 kr. auf Häller (§. 45. Nr. 13.), und zähle die 4 Häller dazu, man erhält 292 Häller, wie hier:

```
 36 kr.
  ×8
 ----
 288
  +4
 ----
 292 hl.
```

2) Eben so reduzire man die Zentner und Pfund auf Loth, und drücke die genannte ganze Waare in Lothen aus, man erhält 20488 Loth, (§. 45. Nr. 7.) wie hier:

```
  6 Ztr.         640 ℔
 ×100            ×32
 -----          -----
  600            128
  +40           192
 -----          -----
  640 ℔         20480
                   +8
                -----
                20488
```

3) Jetzt multiplizire man 292 mit 20488, oder umgekehrt, 20488 mit 292, man erhält 5982496 Häller, da jetzt die Aufgabe heißt, wenn ein Loth 292 Häller kostet, was kosten 20488 Loth? Dieselben kosten 20488 mal 292 Häller, wie hier:

```
    20488
     ×292
  -------
    40976
  184392
  40976
  -------
  5982496 Häller.
```

4) Endlich reduzire man die Häller durch die Divi=

sion mit 8 auf Kreuzer, und diese durch die Division mit 60 auf Gulden, wie hier:

| | |
|---|---|
| 366 1 | |
| 5982496 | 747812 Kreuzer. |
| : 888888 | |

dann

| | |
|---|---|
| 1232 | |
| 74781(2 | 12463 fl. |
| 66666(0 | |

Rest 32 kr.

Es kosten also 6 Zentner 40 Pfund 8 Loth unter der gesetzten Bedingung 12463 fl. 32 kr.

II. Beispiel:

In der Feldmeßkunst wird gelehrt, daß man den Flächeninhalt eines Viereckes, welches ein Rechteck genannt wird, erhalte, wenn man die Grundlinie mit der Höhe, oder, wie man auch sagt, die Länge mit der Breite multiplizirt.

Wie groß ist demnach ein Garten, der die Gestalt eines solchen Viereckes hat, und welcher 450 Schuh 6 Zoll lang, und 250 Schuh 5 Zoll im Dezimalmaaße breit ist (§. 45. Nr. 1. b.)?

Auflösung:

1) Im Dezimalmaaße hat ein Schuh 10 Zoll, man schreibe also 4506 Zoll anstatt 450 Schuh 6 Zoll, und 2505 Zoll anstatt 250 Schuh 5 Zoll, wie man hier aus der Reduktion ersieht:

| | | |
|---|---|---|
| 450 Schuh | dann | 250 Schuh |
| ×10 | | ×10 |
| 4500 Zoll | | 2500 Zoll |
| +6 | | +5 |
| 4506 Zoll | | 2505 Zoll |

2) Die Zahl 4506 multiplizire man mit 2505, wie hier:

| |
|---:|
| 4506 |
| 2505 |
| 22530 |
| 22530 |
| 9012 |
| 11287530 |

3) Die Zahl 11287530 bedeutet jetzt Quadratzoll; davon geben 100 einen Quadratschuh (§. 45. Nr. 2.); man reduzire daher durch die Division mit 100 die Quadratzoll auf Quadratschuh, man erhält 112875 Quadratschuh und 30 Quadratzoll, wie hier:

| | |
|---|---|
| 112875(30 | 112875 Quadratschuh |
| : 1 (00 | |

Rest 30 Quadratzoll.

Die Größe dieses Gartens beträgt demnach 112875 Quadratschuh und 30 Quadratzoll, oder 2 Tagwerk 32875 Quadratschuh und 30 Quadratzoll, da ein Tagwerk gleich ist 40000 Quadratschuh, und man hier mit 40000 reduzirt.

III. Beispiel:

In der Geometrie wird gelehrt, daß man den körperlichen Inhalt eines Körpers, den man ein senkrechtes Parallelepipedum heißt, erhält, wenn man Länge, Breite und Höhe mit einander multiplizirt.

Wie groß ist nun der körperliche Inhalt eines Zimmers, das die Gestalt eines solchen Körpers hat, und im Dezimalmaaße 48 Schuh 6 Zoll lang, 24 Fuß 4 Zoll breit, und 9 Fuß 2 Zoll hoch ist?

Auflösung:

1) Man mache allemal die Fuß zu Zoll, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| 48 Schuh | 24 Schuh | 9 Schuh |
| ×10 | ×10 | ×10 |
| 480 Zoll | 240 Zoll | 90 Zoll |
| +6 | +4 | +2 |
| 486 Zoll | 244 Zoll | 92 Zoll |

2) Die drei Zahlen 486, dann 244, und 92 multiplizire man mit einander, man erhält 10'909.728 Kubikzoll, wie hier:

```
      486
     ×244
   ------
     1944
    1944
    972
   ------
   118584
      ×92
   ------
   237168
  1067256
  -------
 10909728 Kubikzoll.
```

3) Endlich durch die Division mit 1000 reduzire man diese Kubikzoll auf Kubikfuß, man erhält 10909 Kubikfuß und 728 Kubikzoll (§. 45. Nr. 3. b.), wie hier:

```
   10909(728 | 10909 Kubikfuß,
 : 1    (000 |
```

Rest 728 Kubikzoll.

Die Größe dieses Zimmers beträgt demnach 10909 Kubikfuß und 728 Kubikzoll.

Anmerkung: 1) Zur Ersparung des Platzes kann man, was schon früher bemerkt wurde, mit einem Ziffer, und mit 60 mittels des Ausstreichens der Ziffer schneller das Dividiren vornehmen.

2) Mehrere Beispiele folgen zur Uebung im nächsten Abschnitte.

## §. 57.

### Vom Dividiren ungleichbenannter Zahlen.

Wenn der Divisor aus einer einzigen Zahl besteht, und der Dividend verschiedene Sorten enthält, so verfahre man nach dieser Regel:

1) Man schreibe links den Divisor, ziehe einen Strich von oben nach unten, schreibe dann den Di-

vidend, und mache rechts wieder einen Vertikalstrich, damit man nach ihm den gesuchten Quotienten schreiben kann.

2) Man dividire links mit dem Divisor zuerst die größte Sorte, bleibt ein Rest am Ende, so reduzire man diesen auf die nächste Sorte, zähle diesen darzu, und dividire mit dem vorigen Divisor; bleibt da am Ende wieder ein Rest, so verfahre man auf die nämliche Weise, um nach und nach alle vorkommenden Einheiten des Dividends zu dividiren.

3) Bleibt bei der Division der letzten Sorte auch noch ein Rest, so schreibe man diesen, wie man es schon früherhin bei der Division gethan hat, bruchartig, das ist, so an, daß ober dem Querstrich der Rest, und darunter der Divisor zu stehen kommt.

I. Beispiel:

Unter 5 Personen soll man zu gleichen Theilen 79 fl. 2 kr. 4 hl. vertheilen; was bekommt jede Person?

Auflösung:

1) Nachdem man die Zahlen auf die angezeigte Weise angeschrieben hat, so dividire man, um den fünften Theil der ganzen Summe zu erhalten, zuerst mit 5 die 79 fl., man erhält zum Quotienten 15 fl. und 4 fl. als Rest, diese reduzire man auf Kreuzer, sie geben 240 kr., zu welchen man die gegebenen 2 kr. addirt, die Summe ist 242 kr., wie hier?

5 | 79 fl. 2 kr. 4 hl. | 15 fl.
  | :5
29
: 5
25

Rest 4 fl. = 240 kr., und 240 kr. + 2 kr. = 242 kr.

2) Die 242 kr. dividire man wieder mit 5, man erhält 48 kr. und zum Reste 2 kr., diese mache man zu Häller, sie geben 16 hl., dazu die vorhandenen 4 hl., gibt 20 hl., wie hier:

```
5 | 242 kr. 4 hl. | 48 kr.
  | 20
  ------
   42
 :  5
   40
  ------
Rest  2 kr. = 16 hl. und 16 hl. + 4 hl. = 20 hl.
```

3) Endlich dividire man die 20 Häller mit 5, man erhält 4 Häller, wie hier:

```
   20 hl. | 4 hl.
 :  5
   20
  ------
   —
```

oder zusammengestellt ist die Auflösung so:

```
                      Dividend
Theilung   Divisor 5 | 79 fl. 2 kr. 4 hl. | 15 fl. Quotient
der Gulden           | :5
                     ------
                      29
                    :  5
                      25
                     ------
           Rest        4 fl. = 240 kr., dann 240 kr. + 2 kr.
                       = 242 kr.

Theilung           5 | 242 kr. 4 hl. | 48 kr.
der Kreuzer          | 20
                     ------
                      42
                    :  5
                      40
                     ------
           Rest        2 kr. = 16 hl., und 16 hl. + 4 hl. =
                       20 hl.

Theilung           5 | 20 Häller | 4 hl.
der Häller           | 20
                     ------
                      —
```

Es bekommt also jede Person 15 fl. 48 kr. 4 hl.

## II. Beispiel:

Neun Pfund einer gewissen Waare kosten 61 fl. 16 kr. 4 hl.; was kostet 1 Pfund dieser Waare?

## Auflösung:

1) Wenn man die 61 fl. 16 kr. 4 hl. mit 9 dividirt, so erhält man den Preis eines Pfundes, welcher der neunte Theil davon ist; man schreibe also links 9 als Divisor, und rechts den Dividend, wie hier:

Dividend

Divisor 9 | 61 fl. 16 kr. 4 hl. |

2) Mit 9 dividire man 61 fl., man erhält 6 fl., und als Rest 7 fl., diese geben 420 kr., dazu 16 kr., gibt 436 kr., wie hier:

```
     9 | 61 fl. 16 kr. 4 hl. | 6 fl.
       | 54                  |
     ---------
Rest      7 fl.
        ×60
     ---------
        420 kr. + 16 kr. = 436 kr.
```

3) Die 436 kr. 4 hl. dividire man jetzt mit 9, man erhält bei den Kreuzern 48 kr., und als Rest 4 kr., diese geben mit den 4 Hällern zusammen 36 Häller, wie hier:

```
9 | 436 kr. 4 hl. | 48 kr.
  | 36            |
---------
    76
  :  9
    72
---------
Rest 4 kr. = 32 hl., und 32 hl. + 4 hl. = 36 hl.
```

4) Endlich dividire man die 36 hl. mit 9, man erhält als Quotienten 4 hl., wie hier:

```
   36 hl. | 4 hl.
 :  9     |
   36     |
 -------
    —
```

Unter der gesetzten Bedingung kostet also ein Pfund 6 fl. 48 kr. 4 hl.

Anmerkung: 1) Auch bei ungleichbenannten Zahlen dienen sich die Multiplikation und Division wechselweise zur Probe. Wenn man nämlich das Produkt mit einem Faktor, etwa mit dem Multiplikator dividirt, so kommt der andere Faktor, in diesem Falle der Multiplikand zum Vorscheine; und wenn man nach vorgenommener Division den Quotienten mit dem Divisor multiplizirt, und den letzten Rest addirt, so erhält man den Dividend wieder.

Auf diese Weise ist die vorstehende Auflösung des II. Beispieles die Probe für das im §. 55. angeführte I. Beispiel. Dort hat man 6 fl. 48 kr. 4 hl. mit 9 multiplizirt, und zum Produkte 61 fl. 16 kr. 4 hl. erhalten, und hier hat man 61 fl. 16 kr. 4 hl. mit 9 dividirt, und wieder 6 fl. 48 kr. 4 hl. zum Quotienten bekommen.

2) In den älteren Auflagen dieses Rechenbuches findet man auch die Divisionsregel so, daß man vor der Division alle Sorten auf die vorkommenden niedrigsten Benennungen reduzirt.

Nach dieser Regel wird das vorstehende II. Beispiel so gelöset, bei welchem die Aufgabe ist: Was kostet 1 Pfund, wenn 9 Pfund 61 fl. 16 kr. 4 hl. kosten?

Man macht nämlich die 61 fl. 16 kr. 4 hl. zu Hällern, man erhält 29412 Häller, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| 61 fl. 16 kr. 4 hl. | dann | 3676 kr. |
| ×60 | | ×8 |
| 3660 kr. | | 29408 hl. |
| +16 | | +4 |
| 3676 kr. | | 29412 hl. |

Dann dividirt man die 29412 hl., mit 9, man erhält 3264 hl., wie hier:

| | |
|---|---|
| 267 | |
| 29412 | 3268 hl. |
| : 9999 | |

Endlich reduzirt man die 3268 hl. auf Kreuzer und Gulden, man erhält 6 fl. 48 kr. 4 hl., wie hier:

| | |
|---|---|
| 4 | |
| 3268 hl. | 408 kr. |
| : 888 | |
| Rest 4 hl. | |

ferner

| | |
|---|---|
| 4 | |
| 408 kr. | 6 fl. |
| : 60 | |
| Rest 48 kr. | |

Es kostet also ein Pfund **6** fl. **48** kr. **4** hl.

Vergleicht man diese Auflösung mit der vorigen, so wird man finden, daß die erstere bequemer ist, da man bei ihr die Division ohne die Reduktion auf die niedrigste Sorte vornimmt.

## §. 58.

## Fortsetzung der Regeln über die Division mit ungleichbenannten Zahlen.

Wenn der Divisor verschiedene Sorten enthält, und der Dividend eine einzige benannte Zahl ist, so verfährt man nach dieser Regel:

1) Die höheren Sorten reduzire man auf die in der Aufgabe vorkommende kleinste Sorte.

2) Man dividire nun den Dividend mit dem Divisor, der jetzt auch eine einzige Zahl ist, und ermesse dann aus der Beschaffenheit der Aufgabe, ob und wie etwa noch der gefundene Quotient zu reduziren ist.

### Beispiel:

Um für eine gewisse Anzahl Soldaten die vorgeschriebenen Brodportionen zu liefern, werden wochentlich **6** bayerische Schäffel **4** Metzen und **1** Viertel Getraid erfordert; wie viele Wochen wird man mit **108** Schäffel diese Lieferung leisten können?

### Auflösung:

1) Weil in der Aufgabe Viertel genannt sind, so reduzire man alle vorkommenden Getraidmaaße

(§. 45. Nr. 5.); die 108 Schäffel geben 1296 Viertel, und 6 Sch. 4 M. 1 V. geben 81 Viertel, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| 6 Sch. | dann | 108 Sch. |
| ×6 | | ×6 |
| 36 M. | | 648 M. |
| +4 | | ×2 |
| 40 M. | | 1296 V. |
| ×2 | | |
| 80 V. | also 108 Sch. = 1296 Viertel und | |
| +1 | 6 Sch. 4 M. 1 V. = 81 Viertel. | |
| 81 V. | | |

2) Die Zahl 1296 dividire man mit 81, man erhält 16 als Quotienten, wie hier:

| | |
|---|---|
| 1296 | 16 Wochen |
| : 81 | |
| 81 | |
| 486 | |
| : 81 | |
| 486 | |
| — | |

Man kann also mit dem angegebenen Getraidquantum die Lieferung 16 Wochen hindurch leisten.

## §. 59.

### Fortsetzung der Regeln über die Division mit ungleichbenannten Zahlen.

Wenn endlich der Divisor, und der Dividend verschiedene Sorten enthalten, so verfährt man bei der Division ungleichbenannter Zahlen auf diese Weise:

1) Man reduzire den Divisor, und den Dividend auf die vorkommenden kleinsten Sorten.

2) Man dividire jetzt, und reduzire dann, wenn es die Beschaffenheit der Aufgabe erfordert, die niedrigste Sorte wieder auf Einheiten höherer Art.

B e i s p i e l:

Es hinterläßt Jemand eine Erbschaft von 1027 fl.

39 kr. 4 hl., und jeder Erbe bekommt bei der Vertheilung in gleiche Theile 146 fl. 48 kr. 4 hl.; wie viel waren es Erben?

Auflösung:

1) Man reduzire die ganze Erbschaft und den Antheil eines jeden auf Häller; jene beträgt 493276 Häller, und dieser 70468 Häller.

2) Man dividire die 493276 Häller mit 70468 Häller, man erhält 7 als Quotienten; es waren also 7 Erben, wie hier ersichtlich ist:

| 1027 fl. 39 kr. 4 hl.; | dann | 146 fl. 48 kr. 4 hl. |
|---|---|---|
| ×60 | | ×60 |
| 61620 kr. | | 8760 kr. |
| +39 | | +48 |
| 61659 kr. | | 8808 kr. |
| ×8 | | ×8 |
| 493272 hl. | | 70464 hl. |
| +4 | | +4 |
| 493276 hl. | | 70468 hl. |

endlich

| | |
|---|---|
| 493276 | 7 Erben. |
| : 70468 | |
| 493276 | |

—

3) Will man die Probe machen, so darf man nur den Antheil eines Erben, also 146 fl. 48 kr. 4 hl. mit 7 multipliziren, weil es 7 Erben sind, und es muß wieder die ganze Erbschaft, mithin 1027 fl. 39 kr. 4 hl. herauskommen, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 146 fl. | 48 kr. | 4 hl. |
| | ×7 | ×7 | ×7 |
| | 1022 fl. | 336 kr. | 28 hl. |
| = | 1027 fl. | 39 kr. | 4 hl. |

Man hat nämlich zur Probe hier die Aufgabe gesetzt: Wenn ein jeder Erbe 146 fl. 48 kr. 4 hl. erhält, was bekommen 7 Erben?

Anmerkung: Mehrere Beispiele zur Uebung im Dividiren mit ungleichbenannten Zahlen werden im nächsten Abschnitte vorkommen.

# III. Abschnitt.

## Aufgaben der Regel-Detri ohne Brüche zur Uebung im Multiplizieren und Dividiren mit benannten Zahlen, wie auch die Zeit- und Durchschnitts-Rechnung.

### §. 60.

### Erklärungen.

1) Wenn man aus dem Verhältnisse, das gewisse Größen zu einander haben, unbekannte Zahlen berechnet, so nennt man dieses die Auflösung von Regeldetri Aufgaben.

2) Solche Aufgaben heißt man Aufgaben der Regeldetri, weil wenigstens zur Berechnung der unbekannten Zahl drei Zahlen, oder drei Sätze gegeben seyn müssen; wie z. B. bei dieser Aufgabe: „was kosten 6 Ellen, wenn 1 Elle 4 fl. kostet?

3) Man sagt zwei Größen stehen zusammen im geraden Verhältnisse, wenn sie sich so wechselseitig bestimmen, daß mit der Zunahme der einen, eben so die Zunahme der anderen verbunden ist, und man also sagen kann: „je mehr desto mehr, je größer, desto größer rc.

4) Zwei Größen stehen zusammen im umgekehrten Verhältnisse, wenn mit der Zunahme der einen ebenso die Abnahme der anderen verbunden ist, und man also sagen kann: „je mehr, desto weniger, je kleiner, desto größer.

Im geraden Verhältnisse stehen:

a) Die Menge der Waaren, und die Größe der dafür zu leistenden Zahlung.

b) Der Zins mit der Größe des Kapitals, der Länge der Zeit, während welcher das Kapital am Zins ist, und mit den Prozenten, das heißt, mit der Summe, die man jährlich für den Gebrauch von 100 Gulden bezahlt.

c) Die Anzahl der Arbeiter mit ihrer Verrichtung, und mit der Zahlung dafür.

d) Die Größe der Verrichtung mit der dazu erforderlichen Zeit.

e) Verschiedene Gewichte, Längen- Getraid- Wein-Maaße, verschiedene Geldsorten zu einander rc.

Im verkehrten Verhältnisse stehen zu einander:

a) Bei einerlei Arbeit die Anzahl der Arbeiter, und die dazu erforderliche Zeit, im Falle dieselben gleichförmig fortwirken, das ist, in der nämlichen Zeit immer das Nämliche hervorbringen.

b) Die Länge und Breite des zu einem Kleide erforderlichen Tuches.

c) Die Anzahl der Menschen mit der Zeit, in welcher sie einen gewissen Vorrath von Lebensmitteln aufzehren.

d) Das Kapital mit der Zeit, um den nämlichen Zins zu geben.

e) Die Anzahl der wochentlichen Tage, und der täglichen Stunden, die man verwendet, um eine gewisse Arbeit zu vollenden, mit der Zeit, welche in Monaten ausgedrückt ist rc.

Anmerkung: Ob zwei Größen im geraden oder verkehrten Verhältnisse zu einander stehen, sieht man bei den im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungsfällen aus der angestellten Vergleichung. So sieht z. B. Jedermann, wenn eine Elle einer gewissen Waare 4 Gulden kostet, so kosten 2 Ellen 2 mal 4 fl., dann 3 Ellen 3 mal 4 fl., ferner 4 Ellen 4 mal 4 fl., und so fortgesetzt, das ist, die Ellen stehen mit der Zahlung dafür im geraden Verhältnisse.

Eben so sieht man z. B. auch, wenn 6 Arbeiter ein gewisses Geschäft in 8 Tagen verrichten, so brauchen 2

mal mehr Arbeiter, also 12 Arbeiter, bei gleichen Umständen nur die Hälfte der vorigen Zeit, mithin 4 Tag, das ist, diese Größen stehen zu einander im umgekehrten Verhältnisse, wenn nämlich die Arbeiter gleichförmig fortwirken.

## §. 61.

### Abtheilung der verschiedenen Regeldetri-Aufgaben.

1) Wenn die Größen zusammen im geraden Verhältnisse stehen, und nur drei Zahlen gegeben sind, so hat man eine Aufgabe der einfachen geraden Regeldetri; zum Beispiele:

Wenn 1 Elle einer gewissen Waare 6 fl. kostet; was kosten 24 Ellen der nämlichen Waare?

2) Wenn die Größen zusammen im umgekehrten Verhältnisse, und anfangs auch nur drei Zahlen gegeben sind, so hat man eine Aufgabe der einfachen verkehrten Regeldetri; zum Beispiele:

Wenn 100 Personen sich von einem gewissen Vorrathe von Lebensmitteln 8 Wochen ernähren können, wie lange haben daran 200 Personen?

3) Wenn mehr als drei Zahlen anfangs gegeben sind, und alle Größen zusammen im geraden Verhältnisse stehen, dann ist es eine Aufgabe der zusammen gesetzten geraden Regeldetri; zum Beispiele:

Wenn 200 fl. Kapital in 1 Jahre zu 5 Prozenten 10 fl. Zins geben, welchen Zins geben 600 fl. Kapital in 6 Jahren zu 4 Prozenten?

4) Wenn mehr als drei Zahlen gegeben sind, und alle Größen stehen zusammen im umgekehrten Verhältnisse, dann hat man eine Aufgabe der zusammen gesetzten verkehrten Regeldetri; zum Beispiele:

Eine Festung ist auf 2 Jahre für 10000 Mann mit Getraid versehen, wenn man täglich einem Manne 2 Pfund Brod gibt, wie viel Brod darf man täglich einem Manne geben, wenn sich eine Besatzung von 8000 Mann davon 3 Jahre ernähren kann.

5) Wenn endlich mehr als drei Zahlen gegeben sind, und einige Größen im geraden, und einige im verkehrten Verhältnisse zu einander stehen, so hat man eine Aufgabe der zusammen gesetzten geraden und verkehrten Regeldetri zugleich; zum Beispiele:

Wenn 20 Arbeiter in 12 Tagen, im Falle sie täglich 8 Stunden arbeiten, eine Mauer verfertigen, die 40 Fuß lang, 2 Fuß dick, und 20 Fuß hoch ist; wie viele Tage werden 40 Arbeiter, die täglich 10 Stunden arbeiten, zu 2 Mauern verwenden, wovon jede 50 Fuß lang, 2 Fuß dick, und 30 Fuß hoch ist?

## §. 62.

### Regel zur Auflösung der Aufgaben der einfachen geraden Regeldetri.

Wenn man die Aufgaben nicht streng nach dem Proportionalansatze auflösen will, so verfahre man nach diesen Regeln:

1) Man schreibe die drei bekannten Glieder der Ordnung nach hin, wie sie bei der Aufgabe genannt werden, indeß aber so, daß sie in einiger Entfernung von einander in eine horizontale Linie zu stehen kommen, und das erste und dritte Glied gleichnamig sind, und vergleiche hierauf die Größen mit einander, um zu erkennen, daß sie im geraden Verhältnisse stehen (§. 60. Nr. 3.).

2) Man multiplizire das zweite Glied mit dem dritten, oder, was eines ist, das dritte Glied mit dem zweiten, das ist, die Zahlen mit einander, die an der zweiten und dritten Stelle stehen, und dividire das Produkt mit dem ersten Gliede; ist dieses 1, so unterbleibt die Division ganz.

3) Zur Probe kehre man die Aufgabe um, nehme eines der vorhin bekannt gewesenen Glieder als unbekannt an, und führe dann die Rechnung wieder auf die nämliche Weise aus.

## I. Beispiel:

Wenn 1 Elle 6 fl. kostet, was kosten 4 Ellen?

### Auflösung:

1) Man schreibe so an:

| Elle | fl. | Ellen |
| --- | --- | --- |
| 1 | 6 | 4 |

2) Man multiplizire 6 mit 4, oder umgekehrt:

| Elle | fl. | Ellen |
| --- | --- | --- |
| 1 | 6 | 4 |
| | ×4 | |
| | 24 fl. | |

Es kosten also 4 Ellen unter dieser Bedingung 24 fl.

3) Zur Probe sage man: „wenn 4 Ellen 24 fl. kosten, was kostet 1 Elle?

Man schreibe die Aufgabe, wie vorhin an, multiplizire das zweite Glied mit dem dritten, und dividire das Produkt mit dem ersten Gliede; wie hier:

| Ellen | fl. | | Elle |
| --- | --- | --- | --- |
| 4 | 24 | | 1 |
| | : 4 | 6 fl. | |
| | 24 | | |
| | — | | |

Eine Elle kostet also wieder 6 fl. Man hat hier der Kürze wegen mit 1 nicht multiplizirt, gleichwie man auch mit der Zahl 1 nicht dividiren darf, weil immer die nämliche, anfangs da gewesene Zahl wieder zum Vorscheine kommt.

## II. Beispiel:

Was kostet ein Pfund einer gewissen Waare, wenn 36 Pfund davon 864 fl. kosten?

### Auflösung:

1) Man schreibe, wie beim vorigen Beispiele, an: „wenn 36 Pfund 864 fl. kosten, was kostet 1 Pfund?

| Pfund | fl. | | Pfund |
|---|---|---|---|
| 36 | 864 | | 1 |
| | : 36 | 24 fl. | |
| | 72 | | |
| | 144 | | |
| | : 36 | | |
| | 144 | | |

Ein Pfund kostet also 24 fl.

2) Zur Probe kehre man die Aufgabe um, und sage: was kosten 36 Pfund, wenn ein Pfund 24 fl. kostet? Man schreibe also an: „1 Pfund kostet 24 fl., was kosten 36 Pfund?

| Pfund | fl. | Pfund |
|---|---|---|
| 1 | 24 | 36 |
| | × 36 | |
| | 144 | |
| | 72 | |
| | 864 fl. | |

36 Pfund kosten also wieder 864 fl.

Anmerkung: Rücksichtlich aller auf diese Weise vorkommenden Auflösungen der Regeldetri-Aufgaben bemerke ich folgendes:

a) Diese Aufgaben lassen sich auch bequem auf reesische Art auflösen, wie dieses noch späterhin gezeigt werden wird. Für jetzt bleibe ich rücksichtlich der leichteren Aufgaben bei dem vorstehenden Regeldetri-Ansatze, wenn gleich dabei die Gesetze eines Proportional-Ansatzes nicht befolgt sind, weil jener Regeldetri-Ansatz, wie er bei den vorstehenden zwei Beispielen dargestellt ist, in den älteren Auflagen dieses Rechnenbuches durchgehends vorkommt, und darnach die daran gewöhnten Bürgers- und Land-Leute, für welche dieses Werk als Volksrechnenbuch bestimmt ist, lieber rechnen, als nach dem reesischen Ansatze, oder demjenigen Ansatze, welcher genau nach den Proportional-Sätzen bewerkstelliget wird.

b) Wollte man, wie ich es im zweiten Theile meines

Lehrbuches der Arithmetik thue, genau nach der Lehre der geometrischen Proportionen solche Aufgaben lösen, so müßte man, damit nur gleichartige und gleichbenannte Größen in ein und dasselbe Verhältniß kommen, den Ansatz beim angeführten I. Beispiele und die Berechnung so machen.

Wenn 1 Elle 6 fl. kostet, was kosten 4 Ellen?

1) Voriger Ansatz, und vorige Berechnung:

| Elle | fl. | Ellen |
|---|---|---|
| 1 | 6 | 4 |
| | ×4 | |
| | 24 fl. | |

2) Ansatz nach der Proportionslehre und die Berechnung darnach:

| Elle | | Ellen | | fl. | | fl. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | : | 4 | = | 6 | : | x |

also mit Weglassung der Benennungen

$$1 : 4 = 6 : x,$$

$$\text{und } x = 4 \times 6 = 24 \text{ fl.}$$

Man findet daher immer wieder, daß 4 Ellen von dieser Waare 24 fl. kosten.

## §. 63.

### Regel zur Auflösung der Aufgaben der einfachen verkehrten Regeldetri.

Wenn man wieder die Aufgaben nicht streng nach der geometrischen Proportionslehre auflösen will, so verfahre man nach diesen Regeln:

1) Man schreibe wieder die drei bekannten Glieder der Ordnung nach hin, wie sie bei der Aufgabe genannt wurden, so daß sie in einiger Entfernung von einander in eine horizontale Linie zu stehen kommen, und das erste und dritte Glied gleichnamig sind, und vergleiche hierauf die Größen mit einander, um zu erkennen, daß sie im verkehrten Verhältnisse stehen (§. 60. Nr. 4.)

2) Man multiplizire das erste Glied mit dem zweiten, oder umgekehrt das zweite Glied mit dem ersten, und dividire das erhaltene Produkt mit dem dritten Gliede.

3) Zur Probe kehre man die Aufgabe um, nehme eines der vorhin bekannt gewesenen Glieder als unbekannt an, und führe dann die Rechnung wieder auf die nämliche Weise aus.

### I. Beispiel:

Wenn 12 Personen ein gewisses Geschäft in 18 Tagen verrichten, wie lange brauchen dazu 24 Personen?

### Auflösung:

1) Man schreibe so an:

| Personen | Tag | Personen |
|---|---|---|
| 12 | 18 | 24 |

Da man voraussetzt, daß die Personen gleichförmig fortwirken, das ist, in der nämlichen Zeit immer das Nämliche bewirken, so brauchen 24 Personen weniger Zeit zu diesem Geschäfte, und es kommt hier das verkehrte Verhältniß vor.

2) Deßwegen multiplizire man das erste Glied 12 mit dem zweiten Gliede 18, und dividire das erhaltene Produkt 216 mit dem dritten Gliede 24, man erhält 9, wie hier:

| Personen | Tag | | Personen |
|---|---|---|---|
| 12 | 18 | | 24 |
| ×18 | 216 | 9 Tag | |
| 96 | : 24 | | |
| 12 | 216 | | |
| 216 | — | | |

24 Personen brauchen also 9 Tag.

3) Zur Probe kehre man die Aufgabe um, und schreibe:

Wenn 24 Personen ein gewisses Geschäft in 9 Tagen verrichten, wie lange brauchen dazu 12 Personen?

```
Personen        Tag             Personen
   24            9                 12
   ×9
  ----          216  | 18 Tag
  216          : 12  |
                 12  |
               -----
                 96
               : 12
                 96
               -----
```

Es brauchen also 12 Personen wieder 18 Tag.

## II. Beispiel:

Wenn sich 600 Menschen von einem gewissen Vorrathe von Lebensmitteln 12 Wochen ernähren können, wie lange können sich davon 200 Menschen ernähren, im Falle man immer die nämliche Portion abgibt?

### Auflösung:

Nach dieser Voraussetzung stehen die Größen zu einander im umgekehrten Verhältnisse; daher multiplizire man das erste Glied 600 mit dem zweiten 12, und dividire das erhaltene Produkt 7200 mit dem dritten Gliede 200, wie hier:

```
  M.              W.              M.
  600             12              200
  ×12
 -----          72(00  | 36 Wochen
  7200         : 2 (00 |
                  6    |
               -------
                 12
               :  2
                 12
               -------
```

200 Menschen können sich demnach davon 36 Wochen ernähren.

### Probe:

Wenn sich 200 Menschen 36 Wochen ernähren können, wie lange können sich 600 Menschen ernähren?

| M. | W. | M. |
|---|---|---|
| 200 | 36 | 600 |

×36
72(00 | 12 Wochen
: 6 (00
6
12
: 6
12

Dieselben können sich wieder 12 Wochen lang davon ernähren.

Anmerkung: 1) Aus den vorstehenden Auflösungen ersieht man, daß das gesuchte vierte Glied allemal mit dem zweiten Gliede von gleicher Art und Benennung ist.

2) Weil die Regeldetri bei den Aufgaben des gemeinen Lebens, und auch sonst, eine vielfache Anwendung hat, und dieselbe fast immerhin vorkommt, so heißt man sie auch die goldene Regel (Regula aurea.)

## §. 64.

### Die Regeln zur Auflösung der Aufgaben der einfachen Regeldetri mit Reduktionen.

Wenn das erste und dritte Glied verschiedene Namen haben, so reduzire man sie so lange, bis sie gleiche Namen haben, und verfahre dann auf die angezeigte Weise. Erfordert es die Beschaffenheit der Aufgabe, so reduzire man das gefundene vierte Glied wieder auf Einheiten anderer Ordnung.

I. Beispiel:

Wenn ein Loth einer gewissen Waare 4 Häller kostet, was kosten 6 Zentner?

Auflösung:

| Loth | Häller | Zentner |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 6 |
| | 19200 Loth | ×100 |
| | ×4 | 600 ℔. |
| | 76800 hl. | ×32 |
| | | 19200 Loth |

| | |
|---|---|
| 4 | |
| 76800 hl. | 9600 kr. |
| : 88 | |

| | |
|---|---|
| 3 | |
| 960(0 kr. | 160 fl. |
| : 66 (0 | |

Es kosten also 6 Zentner von dieser Waare 160 fl.

Es wurden nämlich hier zuerst rechts durch die Multiplikation mit 100 und 32 die 6 Zentner auf Loth reduzirt, sie geben 19200 Loth, und die Aufgabe hieß: „wenn 1 Loth 4 Häller kostet, was kosten 19200 Loth? Offenbar kosten sie 19200 mal 4 Häller; man hat deßhalb links 19200 mit 4 multiplizirt, und die erhaltenen 76800 hl. durch die Division mit 8 zu Kreuzern, und durch die Division mit 60 zu Gulden gemacht, wodurch man 160 fl. gefunden hat.

II. Beispiel:

Wenn 6 Zentner einer gewissen Waare 160 fl. kosten, was kostet 1 Loth?

Auflösung:

| Zentner | fl. | Loth |
|---|---|---|
| 6 | 160 | 1 |
| ×100 | ×60 | |
| 600 Pfund | 9600 kr. | |
| ×32 | ×8 | |
| 19200 Loth | 76800 Häller. | |

also

| Loth | Häller | | Loth |
|---|---|---|---|
| 19200 | 76800 | | 1 |
| | : 19200 | 4 Häller | |
| | 76800 | | |
| | — | | |

Ein Loth kostet also wieder 4 Häller.

Hier hat man links, damit das erste Glied mit

dem dritten gleichnamig wird, zuerst die 6 Zentner auf Loth reduzirt, sie geben 19200 Loth.

Da die 160 fl. mit 19200 nicht theilbar sind, so hat man die 160 fl. auf Kreuzer und dann auf Häller reduzirt, man bekam 76800 Häller, diese, mit 19200 dividirt, geben 4 Häller als Quotienten; indem jetzt die Aufgabe ist: 19200 Loth kosten 76800 Häller, was kostet 1 Loth dieser Waare?

Anmerkung: 1) Man sieht, daß sich diese beiden Beispiele wechselweise zur Probe dienen.

2) Wie man solche Beispiele reesisch durch Abkürzung bequemer auflösen kann, wird späterhin gezeigt werden.

## §. 65.

## Beispiele zur Uebung im Multipliziren mit benannten Zahlen bei Regeldetri-Aufgaben, wenn das erste Glied nur eine Einheit oder 1 ist.

### I. Beispiel:

Wenn 1 Schäffel 5 fl. kostet, was kosten 36 Schäffel?

### Auflösung:

36 Schäffel kosten offenbar 36 mal so viel als ein Schäffel, also 36 mal 5 fl., man muß demnach 5 mit 36, oder, was eines ist, 36 mit 5 multipliziren, wie hier:

| Schäffel | fl. | Schäffel |
|---|---|---|
| 1 | 5 | 36 |
| | | ×5 |
| | | 180 fl. |

Es kosten also 36 Schäffel unter dieser Bedingung 180 fl.

### Probe:

Man sage umgekehrt: was kostet 1 Schäffel, wenn 36 Schäffel 180 fl. kosten?

Weil 1 Schäffel der 36ste Theil von 36 Schäffel ist, so beträgt auch dasselbe den 36sten Theil von

180 fl.; deßwegen setzt man die Aufgabe zur Probe auf nachstehende Weise an, und multiplizirt 180 mit 1, oder, was einfacher ist, mit 1 multiplizirt man gar nicht, und dividirt gleich 180 mit 36, man erhält als Quotienten 5 fl. als den 36sten Theil von 180 fl., wie hier:

| Schäffel | fl. | | Schäffel |
|---|---|---|---|
| 36 | 180 | | 1 |
| | : 36 | 5 fl. | |
| | 180 | | |
| | — | | |

1 Schäffel kostet also wieder 5 fl.

II. Beispiel:

Wenn 1 Elle Tuch 2 fl. 15 kr. kostet, was kosten 48 Ellen?

Auflösung:

48 Ellen kosten 48 mal so viel als eine Elle, also 48 mal 2 fl. 15 kr.; man muß demnach 2 fl. 15 kr. mit 48 multipliziren, wie hier:

| Elle | fl. | kr. | | Ellen |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 15 | | 48 |
| | ×48 | ×48 | | |
| | 96 fl. | 120 | | |
| | +12 fl. | 60 | | |
| | 108 fl. | 72(0 kr. | 12 fl. | |
| | | : 66(0 | | |

48 Ellen kosten also 108 fl.

Probe:

Wenn 48 Ellen 108 fl. kosten, was kostet 1 Elle?

Eine Elle kostet unter dieser Bedingung den 48sten Theil von 108 fl.; deßwegen macht man den Ansatz, und rechnet auf folgende Weise:

| Ellen | fl. | | Elle | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 48 | 108 | | 1 | | |
| | : 48 | 2 fl. | 720 kr. | | |
| | 96 | | : 48 | 15 kr. | |
| Rest, | 12 fl. | | 48 | | |
| | ×60 | | 240 | | |
| | 720 kr. | | : 48 | | |
| | | | 240 | | |
| | | | — | | |

Eine Elle kostet also wieder 2 fl. 15 kr.

III. Beispiel:

Wenn ein Stück 7 fl. 25 kr. 6 hl. kostet, was kosten 32 Stück?

Auflösung:

32 Stück kosten 32 mal so viel als ein Stück, also 32 mal 7 fl. 25 kr. 6 hl., daher schreibe und rechne man, wie hier:

| St. | fl. | kr. | | hl. | | St. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 25 | | 6 | | 32 |
| | ×32 | ×32 | | ×32 | | |
| | 224 fl. | 50 | | 192 hl. | | |
| | +13 fl. | 75 | | : 8 | 24 kr. | |
| | 237 fl. | 800 kr. | | 16 | | |
| | | +24 | | 32 | | |
| | | 24 | | : 8 | | |
| | | 82(4 kr. | 13 fl. | 32 | | |
| | | : 66(0 | | — | | |
| | | Rest 44 kr. | | | | |

32 Stück kosten also 237 fl. 44 kr.

Probe:

Wenn 32 Stück 237 fl. 44 kr. kosten, was kostet 1 Stück?

Ein Stück ist der 32ste Theil von 32 Stück; es kostet also auch den 32sten Theil von 237 fl. 44 kr., und man schreibe und rechne wie hier:

| Stück | fl. | | kr. | | Stück |
|---|---|---|---|---|---|
| 32 | 237 | | 44 | | 1 |

237 : 32 = 7 fl.
224
Rest 13 fl.
×60
780 kr.
+44
824 kr.

dann 824 kr. : 32 = 25 kr.
64
184
: 32
160
Rest 24 kr.

endlich Rest 24 kr.
×8
192 hl. : 32 = 6 hl.
192
—

Ein Stück kostet also wieder 7 fl. 25 kr. 6 hl.

## IV. Beispiel:

Wenn 1 Pfund Fleisch 5 kr. 4 hl. kostet, was kostet 1 Zentner?

## Auflösung:

Weil hier das erste Glied mit dem dritten nicht gleichnamig ist, so reduzire man zuerst den Zentner auf Pfund, er hat 100 Pfund (§. 45. Nr. 7.), und sage jetzt: 1 Pfund kostet 5 kr. 4 hl., was kosten 100 Pfund?

| Pfund | kr. | hl. | Zentner |
|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 4 | 1 |
| | ×100 | ×100 | ×100 |
| | 500 kr. | 400 hl. | 100 Pf. |

dann 4̸0̸0̸ hl. : 8 = 50 kr.

ferner 500 kr.
+50

55(0 kr. | 9 fl.
: 6(0

Rest 10 kr.

Ein Zentner kostet also 9 fl. 10 kr.

P r o b e:

Wenn 1 Zentner 9 fl. 10 kr. kostet, was kostet 1 Pfund?

Hier mache man zuerst den Zentner zu Pfund, er gibt 100 Pfund, und sage: wenn 100 Pfund 9 fl. 10 kr. kosten, was kostet 1 Pfund?

| Zentner | fl. | kr. | Pf. |
|---|---|---|---|
| 1 | 9 | 10 | 1 |
| ×100 | ×60 | | |
| 100 Pf. | 540 kr. | | |
| | +10 kr. | | |
| | 550 kr. : 100 = 5 kr. | | |
| | 500 | | |
| | Rest 50 kr. | | |
| | ×8 | | |
| | 400 hl. : 100 = 4 hl. | | |
| | 400 | | |

Es kostet also 1 Pfund wieder 5 kr. 4 hl. Man hat nämlich hier, weil man 9 fl. und auch 50 kr. mit 100 nicht dividiren konnte, die 9 fl. 10 kr. auf Kreuzer, und dann die 50 kr. auf Häller reduzirt.

V. B e i s p i e l:

Wenn 1 Pfund Schmalz 20 Kreuzer 2 Pfenning kostet, was kosten 75 Pfund?

A u f l ö s u n g:

75 Pfund kosten 75 mal so viel als ein Pfund,

also 75 mal 20 Kreuzer 2 Pfenning; daher schreibe und rechne man so:

| Pfund | kr. | | pf. | | Pf. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 20 | | 2 | | 75 |
| | ×75 | | ×75 | | |
| | 1500 kr. | | 150 pf. | 37 kr. | |
| | +37 kr. | | : 4 | | |
| | 1537 kr. | | 12 | | |
| | : 60 | 25 fl. | 30 | | |
| | 120 | | : 4 | | |
| | 337 | | 28 | | |
| | : 60 | | Rest 2 pf. | | |
| | 300 | | | | |
| Rest | 37 kr. | | | | |

75 Pfund kosten also 25 fl. 37 kr. 2 pf.

Probe:

Wenn 75 Pfund 25 fl. 37 kr. 2 pf. kosten, was kostet 1 Pfund?

| Pfund | | fl. | kr. | pf. | Pf. |
|---|---|---|---|---|---|
| 75 | | 25 | 37 | 2 | 1 |
| Man mache die fl. zu kr. | | ×60 | | | |
| | | 1500 kr. | | | |
| | | +37 kr. | | | |
| | | 1537 kr. | | | |
| Mit 75 dividire man | | : 75 | 20 kr. | | |
| | | 150 | | | |
| | Rest | 37 kr. | | | |
| Mache die kr. zu pf. | | ×4 | | | |
| | | 148 pf. | | | |
| | | +2 pf. | | | |
| | | 150 pf. | | | |
| Mit 75 dividirt | | : 75 | 2 pf. | | |
| | | 150 | | | |
| | | — | | | |

Ein Pfund kostet also wieder 20 kr. 2 pf.

## VI. Beispiel:

Wenn man für einen Gulden 135 Eier kauft, wie viel erhält man für 5 fl.?

## Auflösung:

Weil 5 Gulden das fünffache von einem Gulden sind, so erhält man für 5 fl. auch 5 mal 135 Eier; daher schreibe und rechne man so:

| fl. | Eier | fl. |
|---|---|---|
| 1 | 135 | 5 |
| | ×5 | |
| | 675 Eier. | |

Für 5 fl. erhält man also 675 Eier.

## Probe.

Für 5 fl. bekommt man 675 Eier, wie viel erhält man für 1 fl.?

Weil 1 fl. der 5te Theil von 5 fl. ist, so erhält man um 1 fl. den 5ten Theil von 675 Eier; man muß also 675 mit 5 dividiren, wie hier:

| fl. | Eier. | fl. |
|---|---|---|
| 5 | 675 | 1 |

| | |
|---|---|
| 12 | |
| 675 | 435 Eier |
| : 555 | |

Für 1 Gulden erhält man also wieder 135 Eier.

## VII. Beispiel:

Wie viel betragen 37 Kronenthaler, da es bekannt ist, daß ein Kronenthaler 2 fl. 42 kr. gilt?

## Auflösung:

37 Kronenthaler betragen offenbar 37 mal 2 fl. 42 kr.; man schreibe demnach:

```
Krthlr.    fl.          kr.        Krthlr.
  1         2            42          37
          ×37          ×37
          ----         ----
          74 fl.        294
         +25 fl.       126
          ----         ----
          99 fl.       1554

                        3
                       155(4 kr. | 25 fl.
                     : 66(0      |
                    Rest  54 kr.
```

Es geben 37 Kronenthaler demnach 99 fl. 54 kr., und man müßte noch 6 kr. dazu thun, um 100 fl. zu haben.

P r o b e:

Wenn 37 Geldstücke gleicher Sorte 99 fl. 54 kr. geben, was gilt eines?

```
Stück      fl.              kr.          Stück
 37        99  |             54             1
          :37  | 2 fl.
           74  |                 1554 kr. |
       ---------               :   37     | 42 kr.
   Rest    25                     148     |
          ×60                  ----------
        -------                    74
         1500 kr.                 :37
           54                      74
        -------                ----------
         1554 kr.                  —
```

Ein Stück gilt also 2 fl. 42 kr., und ist deßhalb ein Kronenthaler.

VIII. B e i s p i e l:

Wie viel betragen 25 bayerische Mard'ors, da es bekannt ist, daß ein solches Goldstück 7 fl. 20 kr. gilt?

A u f l ö s u n g:

25 solche Goldstücke betragen 25 mal 7 fl. 20 kr.; daher setzt man:

| Mard. | fl. | kr. | Mard. |
|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 20 | 25 |
| | ×25 | ×25 | |
| | 175 fl. | 500 kr. : 60 = 8 fl. | |
| | +8 | 480 | |
| | 183 fl. | Rest 20 kr. | |

Dieselben betragen also 183 fl. 20 kr.

P r o b e:

Wenn 25 Goldstücke gleicher Sorte 183 fl. 20 kr. geben, was gilt eines?

| Stück | fl. | kr. | Stück |
|---|---|---|---|
| 25 | 183 : 25 = 7 fl. | 20 | 1 |
| | 175 | | |
| | Rest 8 fl. | 500 kr. : 25 = 20 kr. | |
| | ×60 | 50 | |
| | 480 kr. | — | |
| | +20 kr. | | |
| | 500 kr. | | |

Ein Stück gilt also 7 fl. 20 kr, und ist deßhalb ein bayerischer Mard'or.

## §. 66.

### Beispiele zur Uebung im Dividiren mit benannten Zahlen bei Regeldetri-Aufgaben, wenn das mittlere oder letzte Glied nur eine Einheit oder 1 ist.

I. B e i s p i e l:

Wenn 8 Schäffel 48 fl. kosten, was kostet 1 Schäffel?

A u f l ö s u n g:

Weil 1 Schäffel der 8te Theil von 8 Schäffeln ist, so kostet auch 1 Schäffel den 8ten Theil von 48 fl.; daher muß man 48 fl. mit 8 dividiren, wie hier:

| Schäffel | fl. | | Schäffel |
|---|---|---|---|
| 8 | 48 | 6 fl. | 1 |
| | : 8 | | |
| | 48 | | |
| | — | | |

Ein Schäffel kostet also 6 fl.

P r o b e:

Zur Probe sage man: wenn 1 Schäffel 6 fl. kostet, was kosten 8 Schäffel?

| Schäffel | fl. | Schäffel |
|---|---|---|
| 1 | 6 | 8 |
| | ×8 | |
| | 48 fl. | |

Es kosten also 8 Schäffel wieder 48 fl.

II. B e i s p i e l:

Wenn 6 Ellen 16 fl. 24 kr. kosten, was kostet 1 Elle?

A u f l ö s u n g:

Weil eine Elle der 6te Theil von 6 Ellen ist, so kostet eine Elle den 6ten Theil von 16 fl. 24 kr.; man muß also 16 fl. 24 kr. mit 6 dividiren, wie hier:

| Ellen | fl. | | kr. | | Elle |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 16 | 2 fl. | 24 | | 1 |
| | : 6 | | 264 kr. | 44 kr. | |
| | 12 | | : 6 | | |
| | Rest 4 fl. | | 24 | | |
| | ×60 | | 24 | | |
| | 240 kr. | | : 6 | | |
| | +24 | | 24 | | |
| | 264 kr. | | — | | |

Eine Elle kostet also 2 fl. 44 kr.

P r o b e:

Eine Elle kostet 2 fl. 44 kr., was kosten 6 Ellen?

Elle 1 — fl. 2 — kr. 44 — Elle 6

2 × 6 = 12 fl.
+4 fl.
16 fl.

44 × 6 = 26(4 kr.
: 6(0 | 4 fl.
24
Rest 24 kr.

Es kosten also 6 Ellen wieder 16 fl. 24 kr.

### III. Beispiel:

3 Pfund kosten 19 fl. 27 kr. 6 hl., was kostet 1 Pfund?

### Auflösung:

Weil 1 Pfund der dritte Theil von 3 Pfund ist, so kostet auch 1 Pfund den 3ten Theil von 19 fl. 27 fl. 6 hl.; daher schreibe man:

Pfund 3 — fl. 19 — kr. 27 — hl. 6 — Pfund 1

19 fl.
: 3 | 6 fl.
18
Rest 1 fl.
×60
60 kr.
+27
87 kr.

87 kr.
: 3 | 29 kr.
6
27
: 3
27
—

6 hl.
: 3 | 2 hl.
6
—

Ein Pfund kostet also 6 fl. 29 kr. 2 hl.

### Probe:

Wenn 1 Pfund 6 fl. 29 kr. 2 hl. kostet, was kosten 3 Pfund?

Weil 3 Pfund das Dreifache oder Triplum von 1 Pfund sind, so kosten dieselben auch 3 mal 6 fl. 29 kr. 2 hl.; daher setze man:

| Pf. | fl. | kr. | | hl. | Pf. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 29 | | 2 | 3 |
| | ×3 | ×3 | | ×3 | |
| | 18 fl. | 87 kr. | | 6 hl. | |
| | +1 fl. | : 60 | 1 fl. | | |
| | 19 fl. | 60 | | | |
| | | Rest 27 kr. | | | |

3 Pfund kosten also wieder 19 fl. 27 kr. 6 hl.

IV. Beispiel:

Für 7 kr. kauft man ein Pfund einer gewissen Waare, wie viel Pfund bekommt man für 7 fl. 21 kr.?

Auflösung:

Hier muß man zuerst die 7 fl. auf Kreuzer reduziren; 7 fl. 21 kr. geben 441 kr., und man stellt die Frage: „wenn man für 7 kr. ein Pfund bekommt, was bekommt man für 441 kr.?

| kr. | Pf. | fl. | kr. | |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 1 | 7 | 21 | |
| | | ×60 | 441 | |
| | | 420 kr. | : 7 | 63 Pf. |
| | | +21 kr. | 42 | |
| | | 441 kr. | 21 | |
| | | | : 7 | |
| | | | 21 | |
| | | | — | |

Für 7 fl. 21 kr. bekommt man demnach 63 Pfund.

Probe:

Für 7 fl. 21 kr. bekommt man 63 Pfund, was bekommt man für 7 kr.?

| fl. | kr. | Pfund | kr. | |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 21 | 63 | 7 | |
| ×60 | | ×7 | | |
| 420 kr. | | 441 Pf. | 441 Pf. | |
| +21 kr. | | | : 441 | 1 Pf. |
| 441 kr. | | | 441 | |
| | | | — | |

Für 7 kr. bekommt man also wieder 1 Pfund.

## V. Beispiel:

Ein Pfund kostet 6 fl. 24 kr., was kostet 1 Loth?

## Auflösung:

Zuerst reduzire man das Pfund auf Loth, es hat 32 Loth (§. 45. Nr. 7.), und sage dann: „wenn 32 Loth 6 fl. 24 kr. kosten, was kostet 1 Loth?

| Pfund | fl. | kr. | Loth |
|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 24 | 1 |
| ×32 | ×60 | 384 kr. | 12 kr. |
| 32 L. | 360 kr. | : 32 | |
| | +24 kr. | 32 | |
| | 384 kr. | 64 | |
| | | : 32 | |
| | | 64 | |
| | | — | |

Ein Loth kostet also 12 kr.

## Probe:

Wenn 1 Loth 12 kr. kostet, was kostet 1 Pfund?

Hier muß man wieder das Pfund auf Loth reduziren, und am Ende die Kreuzer zu Gulden machen:

| Loth | kr. | Pfund | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 12 | 1 | | |
| | | ×32 | | |
| | | 32 Loth | | |
| | | ×12 | 38(4 kr. | 6 fl. |
| | | 64 | : 6(0 | |
| | | 32 | 36 | |
| | | 384 kr. | Rest 24 kr. | |

Ein Pfund kostet also wieder 6 fl. 24 kr.

## VI. Beispiel:

13 Zentner einer gewissen Waare kosten 52 fl., was kostet 1 Zentner?

Auflösung:

| Zentner | fl. | | Zentner |
|---|---|---|---|
| 13 | 52 | | 1 |
| | : 13 | 4 fl. | |
| | 52 | | |
| | — | | |

Ein Zentner kostet also 4 fl.

Probe:

Ein Zentner kostet 4 fl., was kosten 13 Zentner?

| Zentner | fl. | Zentner |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 13 |
| | ×13 | |
| | 52 fl. | |

13 Zentner kosten also wieder 52 fl.

VII. Beispiel:

Wenn 36 Ellen 79 fl. 3 Batzen kosten, was kostet 1 Elle?

Auflösung:

Weil ein Gulden 15 Batzen hat, so mache man die 79 fl. durch die Multiplikation mit 15 allererst zu Batzen:

| Ellen | fl. | Batzen | | Elle |
|---|---|---|---|---|
| 36 | 79 | 3 | | 1 |
| | ×15 | 1188 B. | | |
| | 395 | : 36 | 33 B. | |
| | 79 | 108 | | |
| | 1185 B. | 108 | | |
| | +3 B. | : 36 | | |
| | 1188 B. | 108 | | |
| | | — | | |

| | |
|---|---|
| 33 B. | |
| : 15 | 2 fl. |
| 30 | |
| Rest 3 B. | |

Eine Elle kostet also 2 fl. 3 Batzen.

### Probe:

Wenn eine Elle 2 fl. 3 Batzen kostet, was kosten 36 Ellen?

Man reduzire zuerst die Gulden auf Batzen:

| Elle | fl. | Batzen | Ellen |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 36 |
| | ×15 | | ×33 |
| | 30 B. | | 108 |
| | +3 B. | | 108 |
| | 33 B. | | 1188 B. |

1188 B. | 79 fl.
: 15
105
138
: 15
135
Rest 3 B.

36 Ellen kosten also wieder 79 fl. 3 Batzen.

### VIII. Beispiel:

Wenn 51 Geldstücke von gleicher Sorte 122 fl. 24 kr. betragen, was gilt 1 Stück?

### Auflösung:

Weil 1 Stück der 51ste Theil von 51 Stücken ist, so muß man die 122 fl. 24 kr. mit 51 dividiren.

| Stück | fl. | kr. | Stück |
|---|---|---|---|
| 51 | 122 | 24 | 1 |

122 | 2 fl.
: 51
102
Rest 20
×60
1200
+24
1224 kr.

1224 kr. | 24 kr.
: 51
102
204
: 51
204
—

Es beträgt also ein Stück 2 fl. 24 kr., das ist, diese Geldstücke waren Bayerthaler (§. 45. Nr. 14.).

### Probe:

Was betragen 51 Bayerthaler, da einer 2 fl. 24 kr. gilt?

### Auflösung:

| Bthlr. | fl. | kr. | | Bthlr. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 24 | | 51 |
| | ×51 | ×51 | | |
| | 102 fl. | 24 | | |
| | +20 fl. | 120 | | |
| | 122 fl. | 1224 kr. | | |
| | | : 60 | 20 fl. | |
| | | 120 | | |
| | Rest | 24 kr. | | |

51 Stück betragen also wieder 122 fl. 24 kr.

## §. 67.

### Beispiele zur Uebung im Multipliziren und Dividiren bei Regeldetri=Aufgaben, wenn keines der anfangs gegebenen Glieder eine bloße Einheit oder 1 ist.

### I. Beispiel:

Wenn 3 Ellen 12 fl. 36 kr. kosten, was kosten 7 Ellen?

### Auflösung:

Wenn 3 Ellen 12 fl. 36 kr. kosten, so kostet 1 Elle den 3ten Theil von 12 fl. 36 kr.; also 4 fl. 12 kr., und 7 Ellen kosten 7 mal so viel als eine Elle, mithin 7 mal 4 fl. 12 kr.

Daraus folgt, daß man bei solchen Aufgaben das zweite Glied mit dem ersten Gliede dividiren, und den erhaltenen Quotienten mit dem dritten Gliede multipliziren soll.

Weil aber immer das Nämliche herauskommt, so multiplizirt man dagegen zuerst das zweite Glied mit dem dritten, und dividirt das Produkt mit dem ersten Gliede, wie hier:

| Ellen | fl. | kr. | Ellen |
|---|---|---|---|
| 3 | 12 | 36 | 7 |
| | ×7 | ×7 | |
| | 84 fl. | 252 kr. | |

84 fl. : 3 = 28 fl.
6
24
: 3
24
—

28 fl.
+1 fl.
29 fl.

252 kr. : 3 = 84 kr.
24
12
: 3
12
—

84 kr. : 60 = 1 fl.
60
Rest 24 kr.

7 Ellen kosten also 29 fl. 24 kr.

P r o b e :

Zur Probe sage man wieder umgekehrt: „wenn 7 Ellen 29 fl. 24 kr. kosten, was kosten 3 Ellen?

| Ellen | fl. | kr. | Ellen |
|---|---|---|---|
| 7 | 29 | 24 | 3 |
| | ×3 | ×3 | |
| | 87 fl. | 72 kr. | |

87 fl. : 7 = 12 fl.
7
17
: 7
14
Rest 3 fl.

Rest 3 fl.
×60
180 kr.
+72
252 kr.

252 kr. : 7 = 36 kr.
21
42
: 7
42
—

3 Ellen kosten also wieder 12 fl. 36 kr.

II. Beispiel:

Für 2 Gulden bekommt man von einer gewissen Waare 4 Pfund 8 Loth; was bekommt man für 9 fl.?

Auflösung:

| fl. | Pfund | Loth | fl. |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 8 | 9 |
| | ×9 | ×9 | |
| | 36 Pfund | 72 Loth | |

1
36 Pf. : 2 | 18 Pfund
+1 Pfund
19 Pfund

1
72 L. : 2 | 36 L.

36 L. : 32 | 1 Pfund
32
Rest 4 Loth

Für 9 fl. bekommt man also 19 Pfund 4 Loth.

Probe:

Wenn man für 9 fl. 19 Pfund 4 Loth erhält, was erhält man für 2 fl.?

| fl. | Pfund | Loth | fl. |
|---|---|---|---|
| 9 | 19 | 4 | 2 |
| | ×2 | ×2 | |
| | 38 Pfund | 8 Loth | |

38 Pf. : 9 | 4 Pf.
36
Rest 2 Pf.

2 Pf.
×32
64 L.
+8
72 L. : 9 | 8 L.
72

Also wieder 4 Pfund 8 Loth für 2 Gulden.

### III. Beispiel:

Wenn 4 Pfund 7 fl. 30 kr. kosten, was kosten 11 Pfund?

### Auflösung:

| Pf. | fl. | kr. | Pf. |
|---|---|---|---|
| 4 | 7 | 30 | 11 |
| | ×11 | ×11 | |
| | 77 fl. | 330 kr. | |

77 fl. : 4 = 19 fl.
4
37
: 4
36
Rest 1 fl.

Rest 1 fl.
×60
60 kr.
+330 kr.
390 kr.

390 kr. : 4 = $97\frac{2}{4}$ kr.
36
30
: 4
28
2

endlich

$97\frac{2}{4}$ kr. : 60 = 1 fl., und 19 fl. + 1 fl. = 20 fl.
60
Rest $37\frac{2}{4}$ kr.

Es kosten daher 11 Pfund 20 fl. $37\frac{2}{4}$ kr.

### Probe:

Wenn 11 Pfund 20 fl. $37\frac{2}{4}$ kr. kosten, was kosten 4 Pfund?

### Auflösung:

Weil man hier $\frac{2}{4}$ kr., das ist, zwei Viertel eines Kreuzers hat, so muß man auch diese mit 4 multipliziren; zwei Viertel 4 mal genommen geben 8 Vier=

tel, also 2 ganze Kreuzer, da 4 Viertel ein Ganzes geben. Im übrigen verfährt man, wie vorhin, und zählt die 2 kr. zu den 148 kr., wie hier:

| Pf. | fl. | kr. | Pf. |
|---|---|---|---|
| 11 | 20 | $37\frac{2}{4}$ | 4 |
| | ×4 | ×4 | |
| | 80 fl. | 150 | |

80 fl. : 11 = 7 fl.
77
Rest 3 fl.
×60
180 kr.
+150 kr.
330 kr.

330 kr. : 11 = 30 kr.
33
—

4 Pfund kosten also wieder 7 fl. 30 kr.

IV. Beispiel:

Wenn 8 Zentner einer gewissen Waare 6 fl. 24 kr. 4 hl. kosten, was kosten 5 Zentner der nämlichen Waare:

Auflösung:

| Ztr. | fl. | kr. | hl. | Ztr. |
|---|---|---|---|---|
| 8 | 6 | 24 | 4 | 5 |
| | ×5 | ×5 | ×5 | |
| | 30 fl. | 120 kr. | 20 hl. | |

30 fl. : 8 = 3 fl.
24 +1 fl.
Rest 6 fl. 4 fl.
×60
360 kr.
+120 kr.
480 kr.

480 kr. : 8 = 60 kr. = 1 fl.
48
—

$$\begin{array}{r|l} 20\ \text{hl.} & \\ :\ 8 & 2\ \text{hl.} \\ 16 & \end{array}$$

Rest 4 hl.

daher $2\frac{4}{8}$ hl.

5 Zentner kosten also 4 fl. $2\frac{4}{8}$ hl., oder 4 fl. $2\frac{1}{2}$ hl.

P r o b e:

Wenn 5 Zentner 4 fl. $2\frac{4}{8}$ hl. kosten, was kosten 8 Zentner?

| Ztr. | fl. | hl. | Ztr. |
|---|---|---|---|
| 5 | 4 | $2\frac{4}{8}$ | 8 |
| | ×8 | ×8 | |
| | 32 fl. | 20 hl. | |

$$\begin{array}{r|l} 32\ \text{fl.} & \\ :\ 5 & 6\ \text{fl.} \\ 30 & \end{array}$$

Rest 2 fl.
×60
120 kr.

$$\begin{array}{r|l} 120\ \text{kr.} & \\ :\ 5 & 24\ \text{kr.} \\ 10 & \end{array}$$

20
: 5
20
—

$$\begin{array}{r|l} 20\ \text{hl.} & \\ :\ 5 & 4\ \text{hl.} \\ 20 & \end{array}$$

—

8 Zentner kosten also wieder 6 fl. 24 kr. 4 hl.

Anmerkung: 1) Die vorstehenden Auflösungen bei den Beispielen dieses §. sind auch wieder bequemer, als diejenigen wären, bei welchen man zuerst alle Einheiten auf die vorkommende niedrigste Sorte reduziren, und dann erst die Multiplikation und Division vornehmen würde.

2) Bei den vorstehenden zwei letzten Beispielen kommen am Ende Brüche vor. Ohne viele Kenntniß von Brüchen zu haben, wird man leicht die angegebenen Veränderungen verstehen. Daher wird man z. B. bei der letzten Auflösung leicht einsehen, daß $\frac{4}{8}$, das ist, 4 Achtel, 8 mal genommen, 32 Achtel, somit 4 ganze Häller geben, weil 8 Achtel ein Ganzes betragen.

## §. 68.

### Zeitrechnung.

Unter Zeitrechnung versteht man hier die Berechnung der Daten nach Jahr, Monat, Tag ꝛc., das ist, die Anleitung, nach der man die Zeit von gewissen Begebenheiten berechnet, oder unter gewissen Bedingungen das Alter von Personen, oder die Zeit ihrer Geburt oder ihres Todes angibt. Dabei ist Nachstehendes zu bemerken:

Es wird, wenn das Jahr, das Monat, der Tag ꝛc. noch nicht verflossen ist, allezeit das vorhergehende Jahr, Monat ꝛc. angeschrieben; bei der niedrigsten Ordnung wird die Zahl, welche den Monat, den Tag oder die Stunde ausdrückt, so geschrieben, wie sie gegeben sind. Die Monate werden der Ordnung nach, wie sie im Kalender auf einander folgen, mit Ziffern bezeichnet, wobei man zugleich bemerken muß, ob es ein Monat von 30 oder 31, und beim Hornung von 28 oder 29 Tagen ist, wie hier:

Namen der Monate mit der Anzahl ihrer Tage.

1. Jäner oder Wintermonat 31 Tage.
2. Februar oder Hornung 28 (29) Tage.
3. März oder Frühlings= (Lenz=) Monat 31 Tage.
4. April oder Ostermonat 30 Tage.
5. Mai oder Wonnemonat 31 Tage.
6. Juni oder Brachmonat 30 Tage.
7. Juli oder Heumonat 31 Tage.
8. August oder Aerntemonat 31 Tage.
9. September oder Herbstmonat 30 Tage.
10. Oktober oder Weinmonat 31 Tage.
11. November oder Windmonat 30 Tage.
12. Dezember oder Christmonat 31 Tage.

Die Stunden werden von Mitternacht bis wieder zu Mitternacht gezählt; z. B. 1799 den 3ten Mai Morgens 7 Uhr, wird so angeschrieben: „1798 Jahr + 4 Monat + 2 Tag + 7 Stunden.“

Im Gegentheile müssen so geschriebene Da=

ten jederzeit um ein Jahr, Monat, einen Tag ꝛc. höher gelesen werden; die niedrigste Ordnung wird gelesen, wie sie steht.

I. Beispiel:

Ein Mann ist im Jahre 1712 den 18ten Hornung geboren worden, und starb im Jahre 1809 den 19ten März; wie alt ist er geworden?

Auflösung:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Minuend | 1808 J. + 2 M. + | 19 Tag | |
| Subtrahend | 1711 | 1 | 18 |
| Rest | 97 J. + 1 M. + | 1 Tag. | |

Weil dieser Rest kein Datum ist, so lese man denselben, wie er da steht, nämlich dieser Mann ist 97 Jahr 1 Monat und 1 Tag alt geworden.

Probe:

Zur Probe sage man: „ein Mann wurde 97 Jahr 1 Monat und 1 Tag alt, und starb den 19ten März 1809; wann war er geboren?"

| | | | |
|---|---|---|---|
| Minuend | 1808 J. + | 2 M. + | 19 Tag |
| Subtrahend | 97 | 1 | 1 |
| Rest | 1711 J. + | 1 M. + | 18 Tag. |

Er wurde also den 18ten Hornung 1712 geboren.

Oder auch: „ein Mann wurde 97 Jahr 1 M. und 1 Tag alt, und wurde den 18ten Hornung 1712 geboren, wann starb er?"

| | | | |
|---|---|---|---|
| Posten { | 1711 J. + | 1 M. + | 18 Tag |
| | 97 | 1 | 1 |
| Summa | 1808 J. + | 2 M. + | 19 Tag. |

Er starb also den 19ten März 1809; hier mußte man nämlich zur Probe addiren.

II. Beispiel:

Eine Person starb den 30ten August 1808 in einem Alter von 19 Jahren 5 Monaten und 14 Tagen; wann ist dieselbe geboren worden?

Auflösung:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Minuend | 1807 J. + 7 M. + 30 Tag | | |
| Subtrahend | 19 | 5 | 14 |
| Rest | 1788 J. + 2 M. + 16 Tag. | | |

Dieselbe ist also im Jahre 1789 den 16ten März geboren worden.

Probe:

Zur Probe sage man umgekehrt: „eine Person ist den 16ten März 1789 geboren worden, und in einem Alter von 19 Jahren 5 Monaten und 14 Tagen gestorben; wann ist dieselbe gestorben?"

| | | | |
|---|---|---|---|
| Summanden | 1788 J. + 2 M. + 16 Tag | | |
| | 19 | 5 | 14 |
| Summe | 1807 J. + 7 M. + 30 Tag. | | |

Dieselbe starb also den 30ten August 1808.

§. 69.

Durchschnittsrechnung.

Unter Durchschnittsrechnung versteht man hier jene Rechnung, bei der man zu mehreren gegebenen Zahlen die mittlere Zahl oder das arithmetische Medium bestimmt. Dabei verfährt man nach dieser Regel:

Man addirt alle gegebenen Zahlen, und dividirt ihre Summe durch die Zahl, welche anzeigt, wie viel Zahlen gegeben sind.

I. Beispiel:

Ein Bediensteter hatte ehemals jährlich 1538 fl. 24 kr. 6 hl., und nachher 1824 fl. 36 kr. 4 hl.; wie groß ist nun der Betrag, wenn man davon die arithmetische Mittelzahl nimmt?

Auflösung:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Summanden | 1538 fl. | 24 kr. | 6 hl. |
| | 1824 fl. | 36 kr. | 4 hl. |
| Summe = | 3363 fl. | 1 kr. | 2 hl. |
| halbe Summe | 1681 fl. | 30 kr. | 5 hl. |

Im Durchschnitte beträgt also der mittlere Gehalt 1681 fl. 30 kr. 5 hl.; indem man nämlich die Summe beider Zahlen mit 2 dividirte.

II. Beispiel:

Wie viel betragen im fünfjährigen Durchschnitte die Einkünfte einer Pfarrei, wenn sich ihre Erträgnisse beliefen:

1) im Jahre 1816 auf 840 fl. 36 kr. 4 hl.; — 2) 1817 auf 946 fl. 18 kr.; — 3) 1818 auf 1028 fl. 24 kr.; — 4) 1819 auf 920 fl. 30 kr. 4 hl.; — und 5) 1820 auf 734 fl. 12 kr.?

Auflösung:

1) Man zähle die Erträgnisse von diesen 5 Jahren zusammen:

| | | fl. | kr. | hl. |
|---|---|---|---|---|
| Summanden | 1) | 840 | 36 | 4 |
| | 2) | 946 | 18 | — |
| | 3) | 1028 | 24 | — |
| | 4) | 920 | 30 | 4 |
| | 5) | 734 | 12 | — |
| Summe | = | 4468 fl. | 120 kr. | 8 hl. |
| | = | 4470 fl. | 1 kr. | — hl. |

2) Man dividire die Summe 4470 fl. 1 kr. mit 5, man erhält als Quotienten 894 fl. $1\frac{3}{5}$ hl.; deßwegen betragen die Einkünfte dieser Pfarrei im fünfjährigen Durchschnitte 894 fl. $1\frac{3}{5}$ hl.

## §. 70.

### Beispiele zur Uebung in Betreff der Aufgaben dieses Abschnittes ohne die beigefügte Auflösung.

Weil bisher zur Uebung in der Rechnung mit benannten ganzen Zahlen schon mehrere Beispiele aufgelöst wurden, so füge ich nur mehr einige Beispiele ohne die Auflösung bei.

1) Was kosten 4 Ellen Leinwand, wenn eine Elle 36 kr. kostet?

2) Was kosten 8 Eimer Bier, wenn die Maaß 3 kr. 2 Pfenning kostet?

3) Was kosten 36 Schäffel Getraid, wenn ein Schäffel 5 fl. 24 kr. kostet?

4) Was kosten 6 Zentner 40 Pfund Schmalz, wenn 1 Pfund 18 kr. kostet?

5) Wie hoch kommen 5 Ellen Tuch, wenn 1 Elle 4 fl. 40 kr. kostet?

6) Was kosten 9 Klafter Holz, wenn 1 Klafter 6 fl. 20 kr. kostet?

7) Was braucht man in einer Haushaltung in einem Jahre, wenn man monatlich 21 fl. 36 kr. ausgibt?

8) Was kosten 6 Zentner einer gewissen Waare, wenn ein Quintl davon 4 hl. kostet?

9) Wie groß ist die jährliche Besoldung, wenn der monatliche Gehalt 66 fl. 40 kr. beträgt?

10) Eine Person wurde den 11. August 1746 geboren, und starb den 16. Jäner 1824; wie alt ist dieselbe geworden?

11) Eine Person wurde den 26. Oktober 1751 geboren, und erreichte ein Alter von 81 Jahren 11 Monaten, und 10 Tagen; wann ist dieselbe gestorben?

12) Welcher zehnjährige Durchschnitt ergiebt sich bei einer Pfarrei, wenn sich ihre Einkünfte belaufen:

1) im Jahre 1827 auf 839 fl. 40 kr.; — 2) 1828 auf 749 fl. 36 kr. 4 hl.; — 3) 1829 auf 856 fl. 30 kr. 6 hl.; — 4) 1830 auf 936 fl. 18 kr. 4 hl.; 5) 1831 auf 954 fl. 38; — 6) 1832 auf 1094 fl. 35 kr.; — 7) 1833 auf 988 fl. 34 kr. 4 hl.; — 8) 1834 auf 836 fl. 14 kr.; — 9) 1835 auf 894 fl. 10 kr.; — und 10) 1836 auf 812 fl. 13 kr. 4 hl.?

---

# III. Hauptstück.

## Von den gemeinen Brüchen.

---

### I. Abschnitt.

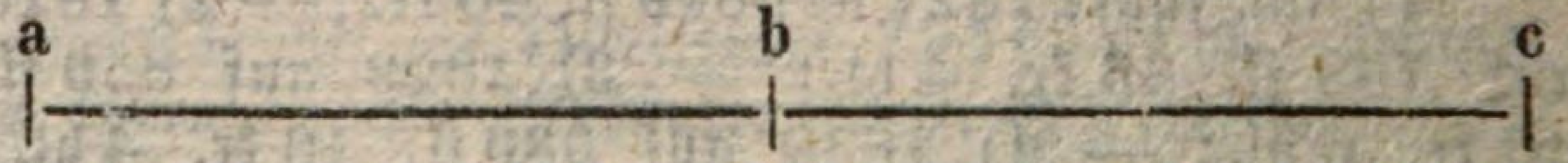
### Vorläufige Erklärungen und Aufgaben als Einleitung zu den vier Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen.

### §. 71.

#### Erklärungen.

Wenn man ein Ganzes in mehrere gleiche Theile theilet, und dann einen oder mehrere Theile davon nimmt und ausdrückt, so nennt man es eine *gebrochene Zahl* oder einen *Bruch*.

Habe ich z. B. eine Linie, so kann ich sie in zwei gleiche Theile theilen, wie hier:




Die eine Hälfte geht von a nach b, und die andere Hälfte von b nach c. Wenn ich also ein Ganzes in zwei gleiche Theile theile, so bekomme ich *zwei halbe* oder *zwei Hälften*.

Ich kann auch eine Linie in drei gleiche Theile theilen, wie hier:

Der erste Theil geht von a nach b, der zweite von b nach c, der dritte von c nach d. Wenn ich also ein Ganzes in drei gleiche Theile theile, so bekomme ich *Drittel*.

Ich kann ferner eine Linie in 4 gleiche Theile theilen, wie hier:

a b c d e
|———————|———————|———————|———————|

Der erste Theil geht von a nach b, der zweite von b nach c, der dritte von c nach d, und der vierte von d nach e. Wenn ich also ein Ganzes in vier gleiche Theile theile, so bekomme ich *Viertel*.

Theile ich es in 5 gleiche Theile, so bekomme ich *Fünftel*, in 6 gleiche Theile, *Sechstel*, in 7 gleiche Theile, *Siebentel*, in 8 gleiche Theile, *Achtel*, in 9 gleiche Theile, *Neuntel*, in 10 gleiche Theile, *Zehntel*, und so fortgesetzt.

Ein Ganzes muß also 2 gleiche Theile haben, wenn ich halbe oder Hälften will, 3 gleiche Theile, wenn ich Drittel will, 4 gleiche Theile, wenn ich Viertel will, 5 gleiche Theile, wenn ich Fünftel, 10 gleiche Theile, wenn ich Zehntel will, 100 gleiche Theile, wenn ich Hundertel will, u. s. f.

*Anmerkung*: Das Wort „*Bruch* oder *gebrochene Zahl*" kommt vom Worte „*brechen*, *zerbrechen*" her; wird nämlich z. B. ein Stab gebrochen oder zerbrochen, so zerfällt er in mehrere Stücke, die seine Theile genannt werden.

## §. 72.

## Fortsetzung der Erklärungen.

Jeder Bruch muß durch zwei Zahlen ausgedrückt werden, wovon die eine anzeigt, *was für Theile* vorkommen, und die andere, *wie viele solche gleiche Theile* zu nehmen sind.

Die Zahl, welche anzeigt, was für Theile da sind, das ist, in wie viel gleiche Theile das Ganze getheilt ist, heißt man *Nenner*, und die Zahl, welche diese Theile zählt, und ihre Anzahl bestimmt, heißt *Zähler* des Bruches.

Wenn ich einen Gulden in 4 gleiche Theile theile, also Viertel setze, und 3 davon nehme, so ist 4 der

Nenner, und 3 der Zähler, und ich habe drei Viertel eines Guldens.

Die Brüche werden bezeichnet oder dadurch geschrieben, daß man zuerst den Zähler schreibt, dann einen Querstrich macht, und darunter den Nenner schreibt; daher schreibt man drei Viertel so: „$\frac{3}{4}$ oder 3/4 oder auch 3/4," dabei ist dann 3 der Zähler, dann 4 der Nenner, und der horizontale (—), oder schiefe Querstrich (/), oder auch das Zeichen (/) ist das Bruchzeichen.

Weil man jeden Bruch als einen Quotienten betrachten kann, der entsteht, wenn man den Zähler als Dividend durch den Nenner als Divisor theilet, so schreibt man auch den Bruch mit einem Querstriche, welcher das Zeichen der Division ist.

Wenn z. B. bei der Division ganzer Zahlen am Ende 4 übrig bleibt, welches mit 5 nicht mehr getheilt werden kann, so schreibt man 4 über, und 5 unter den Querstrich, nämlich $\frac{4}{5}$, wo der Dividend 4 der Zähler, und der Divisor 5 der Nenner ist.

Beim Lesen der Brüche spricht man zuerst den Zähler, und dann den Nenner aus, und fügt dem letzteren die Sylbe „tel" bei, welche so viel heißt als Theil oder Theile. Daher liest man z. B. $\frac{3}{4}$ oder $\frac{5}{6}$ fl. so: drei Viertel oder fünf Sechstel eines Guldens, das ist, drei vierte Theile eines Ganzen, oder fünf sechste Theile eines Guldens, was eben so viel ist, als man soll von einem Ganzen den 4ten Theil 3 mal, oder von einem Gulden den 6ten Theil 5 mal nehmen; deßwegen werden auch nachstehende Brüche so gelesen:

$^1/_2$, das ist, ein Zweitel oder ein Halbes;

$^2/_3$, das ist, zwei Drittel;

$^4/_5$, das ist, vier Fünftel;

$^6/_7$, das ist, sechs Siebentel;

$^7/_8$, das ist, sieben Achtel;

$^9/_{10}$, das ist, neun Zehntel;

$^{5}/_{100}$, das ist, fünf Hundertel;
$^{24}/_{1000}$, das ist, vier und zwanzig Tausendel ꝛc.

## §. 73.

### Abtheilung der Brüche.

1) Brüche heißt man eigentliche, ächte Brüche, wenn der Zähler kleiner ist, als der Nenner, weil sie dann dem Werthe nach weniger betragen, als ihr Ganzes; wie z. B. $^{2}/_{3}$, $^{3}/_{4}$ ꝛc.

2) Brüche heißt man unächte, uneigentliche Brüche, wenn der Zähler so groß oder größer ist, als der Nenner, weil sie dann so viel oder mehr als ihr Ganzes betragen; wie z. B. $^{4}/_{4}$, $^{6}/_{4}$ ꝛc.

3) Brüche heißt man gemischte Brüche, wenn ihnen Ganze beigefügt sind; wie z. B. $4^{1}/_{2}$, $5^{2}/_{3}$ ꝛc.

4) Brüche, welche Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken, heißt man gleichartig, wenn sie gleiche Nenner, und ungleichartig, wenn sie verschiedene Nenner haben; daher sind $^{2}/_{5}$ fl. und $^{4}/_{5}$ fl. gleichartige, dagegen aber $^{2}/_{3}$ fl. und $^{5}/_{6}$ fl. ungleichartige Brüche.

5) Brüche heißt man gemeine Brüche, oder Brüche überhaupt, wenn sie jeden beliebigen Nenner haben dürfen, wie z. B. $^{1}/_{2}$, $^{2}/_{3}$, $^{4}/_{5}$ ꝛc.; man heißt sie aber zehntheilige oder Dezimalbrüche, wenn sie bestimmt zum Nenner nur 1 mit beigefügten Nullen haben müssen, wie z. B. $^{5}/_{10}$, $^{36}/_{100}$, $^{384}/_{1000}$ ꝛc.

6) Endlich heißt man die Brüche einfach, wenn ihr Nenner und Zähler eine ganze Zahl ist, wie z. B. $^{1}/_{2}$, $^{3}/_{4}$ ꝛc.; sind aber die Brüche aus einfachen Brüchen zusammengesetzt, und also ihr Zähler oder Nenner, oder beide selbst Brüche, so heißt man sie doppelte, gebrochene, oder zusammengesetzte Brüche, auch Bruchsbrüche; wie z. B. $\frac{\frac{1}{2}}{4}$, dann $\frac{4}{\frac{3}{5}}$, ferner $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}}$ ꝛc. das ist, ein Halbviertel, dann 4 getheilt durch $\frac{3}{5}$, und $\frac{3}{4}$ getheilt durch $\frac{5}{6}$

Anmerkung: 1) Die gebrochenen Brüche oder Bruchsbrüche sind mühsam zu schreiben und zu verstehen; deßwegen wird bei der Division der Brüche gezeigt werden, wie man sie allemal wegschaffen, und in einfache Brüche verwandeln kann.

2) In diesem Hauptstücke werden nur die gemeinen Brüche oder die Brüche überhaupt abgehandelt. Wenn es die Größe des Buches erlaubt, so werde ich am Ende auch die zehntheiligen Brüche vortragen.

Dieselben sind eine Fortsetzung unseres Zahlensystems, und haben den Vortheil, daß man bei ihnen den Nenner nicht anschreiben muß, und man damit beinahe eben so, wie mit ganzen Zahlen, rechnen kann.

## §. 74.

### Vergrößerung des Werthes eines Bruches.

1) Wenn ich den Nenner eines Bruches unverändert lasse, und den Zähler vergrößere, so vergrößere ich auch dadurch den Werth des Bruches, weil dann immer die nämlichen Theile bleiben, und diese wegen Vergrößerung des Zählers öfters genommen werden. Daher sind $^1/_8$, $^2/_8$, $^3/_8$, $^4/_8$ ꝛc. Brüche, derer Werth in eben dem Verhältnisse zunimmt, wie die Zähler größer werden.

2) Wenn ich aber den Zähler unverändert lasse, und dagegen den Nenner verkleinere, so kommen immer größere Theile zum Vorscheine, die, immer gleich oft genommen, einen größeren Werth des Bruches geben; deßwegen sind $^2/_8$, $^2/_6$, $^2/_4$, $^2/_3$ ꝛc. Brüche, derer Werth in eben dem Verhältnisse zunimmt, als die Nenner abnehmen.

Der Werth eines Bruches eines bestimmten Ganzen wird also von Zähler und Nenner zugleich bestimmt, mit jenem steht er im geraden, mit diesem im verkehrten Verhältnisse; und ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multiplizirt, wenn man entweder den Zähler multiplizirt, oder den Nenner dividirt. Deßhalb ist $^3/_4 \times 2 = {^6/_4} = {^3/_2}$; ist von einem Gul-

den die Rede, so betragen 3 Viertel eines Guldens, 2 mal genommen, 6 Viertel, also einen Gulden und 2 Viertel oder 1 fl. 30 kr., und 3 halbe Gulden geben ebenfalls 1 fl. 30 kr., oder einen und einen halben Gulden.

## §. 75.

## Verminderung des Werthes der Brüche.

1) Wenn ich den Nenner eines Bruches unverändert lasse, und den Zähler vermindere, so vermindere ich dadurch den Werth des Bruches, weil dann die nämlichen Theile nicht mehr so oft genommen werden; daher sind z. B. $^7/_8$, $^6/_8$, $^5/_8$, $^4/_8$ rc. Brüche, derer Werth im nämlichen Verhältnisse abnimmt, wie die Zähler kleiner werden.

2) Wenn ich aber den Zähler eines Bruches unverändert lasse, und den Nenner vergrößere, so vermindere ich dadurch den Werth des Bruches, weil dann die Theile, je mehr ihrer sind, kleiner werden, und diese kleineren Theile wieder gleich oft genommen werden. Deßwegen sind $^2/_3$, $^2/_4$, $^2/_5$, $^2/_6$ rc. Brüche, derer Werth in eben dem Verhältnisse abnimmt, wie die Nenner größer werden.

Daraus folgt nun, daß ein Bruch durch eine ganze Zahl dividirt wird, wenn man entweder den Zähler dividirt, oder den Nenner multiplizirt; deßwegen ist, z. B. $^4/_5$ fl. : 2 = $^2/_5$ fl. = $^4/_{10}$ fl.; weil 4 Fünftel, halb genommen, oder ihre Hälfte, 2 Fünftel, als 24 kr. betragen, und $^4/_{10}$ fl. oder 4 Zehntel eines Guldens auch 24 kr. geben.

Aus dem, was in diesem und im vorigen §. gesagt wurde, folgt auch, daß der Werth eines Bruches unverändert bleibt, wenn man Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl multiplizirt, oder beide mit der nämllichen Zahl dividirt. Daher ist $\frac{2}{3} = \frac{2\times2}{3\times2} = \frac{4}{6}$, und $\frac{4}{8} = \frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}$; weil auf

diese Weise allemal der Werth des Bruches auf die nämliche Weise vergrößert und verkleinert, oder auf die nämliche Weise verkleinert und vergrößert wird.

## §. 76.

### Die Bestimmung der vorkommenden Ganzen bei unächten Brüchen.

Will man bei unächten Brüchen, bei welchen der Zähler so groß oder größer ist als der Nenner, die Anzahl der vorhandenen Ganzen wissen, so dividire man den Zähler mit dem Nenner, und der Quotient zeigt dieselben an, der Rest aber gibt als neuer Zähler einen Bruch mit dem vorigen Nenner. Deßwegen ist $^8/_8$ fl. $=$ 1 fl., dann $^6/_5$ fl. $=$ $1^1/_5$ fl., ferner $^{49}/_9 = 5^4/_9$ fl. 2c., weil zu einem Ganzen 8 Achtel, dann dazu 5 Fünftel, ferner dazu 9 Neuntel 2c. erfordert werden, so oft man also 8 von 8, dann 5 von 6, ferner 9 von 49 wegnehmen kann, so oft hat man ein Ganzes.

Wenn der Zähler dem Nenner gleich ist, so beträgt der Werth des Bruches allemal genau sein Ganzes.

## §. 77.

### Die Auflösung der Brüche.

Die Auflösung oder Resolution der Brüche geschieht, wenn man den Werth eines Bruches in Einheiten niederer Ordnung angibt.

Um auf diese Weise den Werth des Bruches zu erfahren, multiplizire man den Zähler des Bruches mit der Reduktionszahl, und dividire das Produkt mit dem Nenner, es gibt der Quotient den Werth des Bruches in niederen Einheiten an; bleibt ein Rest, so schreibe man ihn als Zähler, er gibt mit dem vorigen Nenner einen neuen Bruch von den nämlichen niederen Einheiten.

I. Beispiel:

Was betragen $^3/_4$ Gulden?

Auflösung:

Weil ein Gulden 60 Kreuzer hat (§. 45. Nr. 13.), so multiplizire man den Zähler 3 mit 60, oder, was eines ist, 60 mit 3, wie hier:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 60 \\ \hline 180 \end{array}$$

Dann dividire man 180 mit dem Nenner 4, wie hier:

$$\begin{array}{r|l} 180 & \\ :\ 4 & 45 \text{ kr.} \\ 16 & \\ \hline 20 & \\ :\ 4 & \\ 20 & \\ \hline \end{array}$$

$^3/_4$ Gulden betragen also 45 kr., oder $^3/_4$ fl. = 45 kr.

II. Beispiel:

Was betragen $^3/_7$ Gulden?

Auflösung:

Mit 60 als der Reduktionszahl multiplizire man wieder den Zähler 3, wie hier:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 60 \\ \hline 180 \end{array}$$

Dann dividire man das Produkt 180 mit dem Nenner 7, man erhält 25, und 5 als Rest, dieser gibt $^5/_7$, wie hier:

$$\begin{array}{r|l} 180 & \\ :\ 7 & 25^5/_7 \text{ kr.} \\ 14 & \\ \hline 40 & \\ :\ 7 & \\ 35 & \\ \hline \text{Rest}\ 5 & \end{array}$$

$^3/_7$ Gulden betragen also $25\,^5/_7$ Kreuzer, oder $^3/_7$ fl. = $25\,^5/_7$ kr.

III. Beispiel:

Was betragen $^5/_7$ Kreuzer?

Aufl ösung:

Weil 1 Kreuzer 8 Häller hat, so multiplizire man den Zähler 5 mit 8, und dividire das Produkt 40 mit 7, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 | dann | 40 | |
| ×8 | | : 7 | $5\,^5/_7$ hl. |
| 40 | | 35 | |
| | Rest | 5 | |

$^5/_7$ Kreuzer betragen also $5\,^5/_7$ Häller, oder $^5/_7$ kr. = $5\,^5/_7$ Häller.

Den Bruch $^5/_7$ Häller kann man nicht mehr auflösen, weil der Häller die kleinste Münzsorte ist, und deßhalb $^5/_7$ Häller nicht mehr zahlbar sind.

IV. Beispiel:

Was betragen $^2/_5$ Zentner?

Auflösung:

Weil der Zentner 100 Pfund hat, so multiplizire man den Zähler 2 mit 100, und dividire das Produkt 200 mit 5, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | dann | 200 | |
| ×100 | | : 5 | 40 Pf. |
| 200 | | 20 | |

$^2/_5$ Zentner betragen 40 Pfund, oder $^2/_5$ Zentner = 40 Pfund, oder auch $^2/_5$ Zt. = 40 ℔.

V. Beispiel:

Was betragen $^3/_4$ Mark Silber.

Auflösung:

Weil ein Mark Silber 16 Loth hat (§. 45. Nr. 9.), so multiplizire man den Zähler 3 mit 16,

oder 16 mit 3, und dividire das Produkt 48 mit 4, wie hier:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 ×16 | oder | 16 ×3 — 48 | dann | 48 : 44 | 12 L. |

$^3/_4$ Mark geben 12 Loth, oder $^3/_4$ Mark Silber = 12 Loth.

VI. Beispiel:

Was betragen $^4/_5$ Mark Gold?

Auflösung:

Weil ein Mark Gold 24 Karath hat, so multiplizire man den Zähler 4 mit der Reduktionszahl 24, und dividire das Produkt 96 mit 5, wie hier:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 ×24 | oder | 24 ×4 — 96 | dann | 96 : 5 — 46 : 5 45 — Rest 1 | $19^1/_5$ Kar. |

$^4/_5$ Mark Gold betragen also $19^1/_5$ Karath, oder $^4/_5$ Mark Gold = $19^1/_5$ Karath.

VII. Beispiel:

Was betragen $^2/_3$ Eimer?

Auflösung:

Weil 1 Eimer 60 Maaß hat (§. 45. Nr. 4.) so multiplizire man den Zähler 2 mit 60, und dividire das Produkt 120 mit 3, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 ×60 — 120 | dann | 120 : 3 12 — | 40 Maaß |

$^2/_3$ Eimer geben also 40 Maaß, oder $^2/_3$ Eimer = 40 Maaß.

12 *

### VIII. Beispiel:

Was betragen $^4/_5$ Monat, und $^3/_8$ Pfund?

### Auflösung:

Weil ein Monat im Durchschnitte 30 Tage hat, und ein Pfund in 32 Loth abgetheilt wird, so multiplizire man den Zähler 4 mit 30, und den Zähler 3 mit 32, und dividire die Produkte mit 5 und 8, wie hier:

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 30 \\ \hline 120 \end{array} \quad \text{und} \quad \begin{array}{r|l} \not{2} & \\ \not{1}\not{2}\not{0} & 24 \text{ Tag} \\ : \not{5}\not{5} & \end{array}$$

dann

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 32 \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} 32 \\ \times 3 \\ \hline 96 \end{array} \quad \text{ferner} \quad \begin{array}{r|l} \not{1} & \\ \not{9}\not{6} & 12 \text{ Loth} \\ : 88 & \end{array}$$

Es betragen also $^4/_5$ Monat 24 Tag, und $^3/_8$ Pf. betragen 12 Loth, oder $^4/_5$ Monat $=$ 24 Tag, und $^3/_8$ Pf. $=$ 12 Loth.

Anmerkung: Wenn sich die Reduktionszahl mit dem Nenner des Bruches ohne Rest dividiren läßt, so könnte man zuerst dieselbe damit dividiren, und dann den Quotienten mit dem Zähler multipliziren. Auf diese Weise findet man z. B. beim Bruche $^3/_4$ fl., daß er drei vierte Theile eines Guldens beträgt; der 4te Theil von einem Gulden oder von 60 kr. ist 15 kr., und diese, 3 mal genommen, geben 45 kr., oder $^3/_4$ fl. $= (1 \text{ fl.} : 4) \times 3 = (60 \text{ kr.} : 4) \times 3 = 15 \text{ kr.} \times 3 = 45$ kr.

Weil aber die Reduktionszahl nicht immer mit dem Nenner des Bruches ohne Rest theilbar ist, so multiplizirt man dagegen zuerst dieselbe mit dem Zähler, und dividirt dann auf die angezeigte Weise mit dem Nenner. Deßhalb ist z. B. der Bruch $^3/_4$ fl. $= {^3/_4} \times 60$ kr. $= {^{180}/_4}$ kr. $=$ 45 kr., dann $^2/_5$ Zentner $= {^2/_5} \times 100$ Pf. $= {^{200}/_5}$ Pf. $=$ 40 Pfund, ferner $^2/_3$ Eimer $= {^2/_3} \times 60$ Maaß $= {^{120}/_3}$ Maaß $=$ 40 Maaß rc.

## §. 78.

### Erklärungen zur Verkleinerung der Brüche.

1) Unter der Verkleinerung oder Abkürzung der Brüche versteht man hier die Verrichtung, wodurch Brüche ohne Veränderung ihres Werthes in kleineren Zahlen ausgedrückt werden, und dieses kann man thun, wenn man eine Zahl weiß, welche den Zähler und den Nenner ohne Rest dividirt; eine solche Zahl heißt man dann das gemeine Maaß des Zählers und Nenners; daher kann man z. B. $^1/_2$ fl. anstatt $^{30}/_{60}$ fl. sagen, weil 30 zu 30 und 60 ein gemeines Maaß ist, das ist, diese beiden Zahlen ohne Rest dividirt, und dadurch der Bruch $^{30}/_{60}$ fl. verkleinert wird, daß man ihn ohne Veränderung des Werthes in den Bruch $^1/_2$ fl. verwandelt.

2) Gibt es für den Zähler und Nenner ausser 1 keine Zahl mehr, welche beide ohne Rest dividirt, so nennt man sie relative Primzahlen, und die Zahl das größte gemeine Maaß, welche den Zähler und Nenner so dividirt, daß die Quotienten relative Primzahlen werden; daher ist im vorigen Beispiele 30 das größte gemeine Maaß zu 30 und 60, weil die Quotienten 1 und 2 relative Primzahlen sind.

3) Ist eine Zahl nur durch 1 und durch sich selbst theilbar, wie 3, 7, 11, 13 rc., so nennt man selbe eine Primzahl an sich oder schlechthin eine Primzahl; kann man aber eine Zahl noch durch andere Zahlen theilen, so heißt sie eine zusammengesetzte Zahl, wie 8, 12, 24, 36 rc.

## §. 79.

### Regeln zur Verkleinerung der Brüche.

1) Wenn das letzte oder niedrigste Ziffer zur rechten Seite durch 2, 5 oder 10 (im letzten Falle muß das niedrigste Ziffer Null seyn) ohne Rest theil-

bar ist, so ist die Zahl selbst durch 2, 5 oder 10 ohne Rest theilbar; z. B. 548 ist durch 2, dann 735 durch 5, und 840 durch 10 theilbar, weil 8 durch 2, dann 5 durch 5, und 40 durch 10 theilbar ist, und deßhalb 548 : 2 = 274, dann 735 : 5 = 147, und 840 : 10 = 84, wo diese drei Quotienten genau ganze Zahlen sind.

2) Läßt sich die Summe des rechts an der Stelle der Einer stehenden Ziffers und des gegen die linke Seite hin stehenden doppelten Ziffers durch 4 ohne Rest theilen, so ist die ganze Zahl durch 4 ohne Rest theilbar; daher ist z. B. 524 durch 4 theilbar, weil 4 + 2 × 2 = 8 durch 4 ohne Rest theilbar ist, und der Quotient 131 ist genau eine ganze Zahl, indem 524 : 4 = 131.

3) Addirt man alle Ziffern nur nach ihrem natürlichen Werthe, und läßt sich die Summe durch 3 oder 9 ohne Rest theilen, so ist die ganze Zahl durch 3 oder 9 theilbar; z. B. 51 ist durch 3 theilbar, und 51 : 3 = 17, weil 5 + 1 = 6, und 6 : 3 = 2; eben so ist 63954 durch 9 theilbar, und 63954 : 9 = 7106, weil 6 + 3 + 9 + 5 + 4 = 27, und 27 : 9 = 3.

4) Ist eine Zahl zugleich durch 2 und 3 theilbar, so ist sie es auch durch 6; z. B. 624 ist theilbar durch 2, und durch 3, und deßhalb auch durch 6, indem 624 : 2 = 312, dann 624 : 3 = 208, und somit auch 624 : 6 = 104.

## §. 80.

### Beispiele über die Verkleinerung der Brüche nach den so eben angeführten Regeln.

#### I. Beispiel:

Man verkleinere den Bruch $^{226}/_{238}$

#### Auflösung:

Die letzten Ziffer dieser zwei Zahlen, nämlich 6

und 8 sind durch 2 ohne Rest theilbar, deßwegen kann man diesen Bruch mit 2 verkleineren, wenn man Zähler und Nenner mit 2 dividirt, wie hier:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 226 | 113 | dann | 238 | 119 |
| : 222 | | | : 222 | |

Man erhält den neuen Bruch $^{113}/_{119}$, der kleinere Zahlen hat, und dem Werthe nach dem vorigen gleich ist, indem $\frac{226}{238} = \frac{226 : 2}{238 : 2} = \frac{113}{119}$.

II. Beispiel:

Man verkleinere den Bruch $^{68}/_{76}$

Auflösung:

Wenn man 8 zum doppelten von 6, das ist, zu 12 zählt, so erhält man 20, und 20 ist durch 4 ohne Rest theilbar; wenn man ferner 6 zum doppelten von 7, das ist, zu 14 addirt, so erhält man wieder 20, welche Zahl durch 4 ohne Rest theilbar ist, da 20 : 4 = 5.

Deßwegen kann man diesen Bruch mit 4 verkleinern, wenn man den Zähler 68, und den Nenner 76 mit 4 dividirt, wie hier:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | | | 3 | |
| 68 | 17 | dann | 76 | 19 |
| : 44 | | | : 44 | |

Man erhält den neuen Bruch $^{17}/_{19}$, der kleinere Zahlen hat, und dem Werthe nach dem vorigen $^{68}/_{76}$ gleich ist, indem $\frac{68}{76} = \frac{68 : 4}{76 : 4} = \frac{17}{19}$.

III. Beispiel:

Man verkleinere die Brüche $^{60}/_{65}$ und $^{290}/_{410}$

Auflösung:

Der Bruch $^{60}/_{65}$ läßt sich durch 5, und der Bruch

$^{290}/_{410}$ läßt sich durch 10 verkleinern, da 60 : 5 = 12, und 65 : 5 = 13, ferner 290 : 10 = 29, und 410 : 10 = 41; man erhält die neuen Brüche $^{12}/_{13}$ und $^{29}/_{41}$, welche dem Werthe nach den vorigen gleich sind, das ist, $^{60}/_{65} = {}^{12}/_{13}$ und $^{290}/_{410} = {}^{29}/_{41}$

### VI. Beispiel:

Man verkleinere die Brüche $^{339}/_{351}$ und $^{171}/_{369}$

### Auflösung:

Der Bruch $^{339}/_{351}$ läßt sich durch 3 verkleinern, weil 3 + 3 + 9 = 15, und 15 : 3 = 5, dann 3 + 5 + 1 = 9, und 9 : 3 = 3; verkleinert man wirklich, so erhält man den neuen Bruch $^{113}/_{117}$ der dem vorigen $^{339}/_{351}$ gleich ist, da 339 : 3 = 113, dann 351 : 3 = 117, und deßhalb $^{339}/_{351}$ = $^{113}/_{117}$.

Der Bruch $^{171}/_{369}$ läßt sich durch 9 verkleinern, weil 1 + 7 + 1 = 9, und 9 : 9 = 1, dann 3 + 6 + 9 = 18, und 18 : 9 = 2; verkleinert man wirklich, so erhält man den neuen Bruch $^{19}/_{41}$ der dem vorigen $^{171}/_{369}$ dem Werthe nach gleich ist, da 171 : 9 = 19, dann 369 : 9 = 41, und deßhalb $^{171}/_{369} = {}^{19}/_{41}$

Anmerkung: Durch die Verkleinerung der Brüche drückt man sie, ohne Veränderung des Werthes, in kleineren Zahlen aus, was den Vortheil hat, daß man ihren Werth leichter erkennt, und man dann mit ihnen viel bequemer rechnen kann.

Bei gewissen Aufgaben muß man auch in der Absicht die Brüche verkleinern, daß man genau wieder den anfangs da gewesenen Bruch erhält, der gewöhnlich in der zweiten Rechnung beim nämlichen Werthe in größeren Zahlen erscheint.

## §. 81.

### Die Bestimmung des größten gemeinen Maaßes des Zählers und Nenners, um jeden Bruch auf die mögliche Weise verkleinern zu können.

Um allemal zu finden, ob ein Bruch, und mit welcher Zahl er verkleinert werden kann, verfahre man auf diese Weise:

1) Ist der Bruch unächt, so ziehe man zuerst die Ganzen heraus, daß man einen ächten Bruch erhält, wo der Zähler kleiner ist, als der Nenner.

2) Die größere Zahl, den Nenner, dividire man mit der kleineren Zahl, dem Zähler; bleibt kein Rest, so ist eben der Zähler das größte gemeine Maaß, mit dem man den Bruch verkleinern kann.

3) Bleibt aber ein Rest, so dividire man mit diesem den vorigen Divisor, und setze dieses Verfahren so lange fort, bis man einmal bei der Division keinen Rest mehr bekommt.

4) Derjenige Divisor, der einmal seinen Dividend ohne Rest dividirt, ist das größte gemeine Maaß, mit dem man den Bruch verkleinern kann: kommt am Ende die Zahl 1 als das größte gemeine Maaß heraus, so ist es ein Zeichen, daß man nicht verkleinern kann.

### I. Beispiel:

Man soll den Bruch $^{456}/_{551}$ verkleinern.

### Auflösung:

1) Weil dieser Bruch ächt, und deßhalb bei ihm der Zähler kleiner ist, als der Nenner, so dividire man den Nenner 551 mit 456, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 551 | 1 erster Quotient |
| | : 456 | |
| | 456 | |
| erster Rest | 95 | |

2) Den Divisor 456 dividire man mit dem Reste 95, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Dividend | 456 | 4 zweiter Quotient | |
| Divisor | : 95 | | |
| | 380 | | |
| zweiter Rest | 76 | | |

3) Den Divisor 95 dividire man mit dem Reste 76, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 95 | 1 dritter Quotient |
| Divisor | : 76 | |
| | 76 | |
| dritter Rest | 19 | |

4) Endlich dividire man den Divisor 76 mit 19, es bleibt kein Rest, weßhalb 19 das größte gemeine Maaß zu 456 und 551 ist, das ist, mit 19 kann man den Bruch so verkleineren, daß dann keine Verkleinerung mehr möglich ist;

| | | |
|---|---|---|
| Dividend | 76 | 4 vierter Quotient |
| Divisor | : 19 | |
| | 76 | |
| kein Rest | — | |

Stellt man diese Divisionen der Kürze wegen zusammen, so steht die Auflösung so da:

| | |
|---|---|
| 551 | 1 |
| : 456 | |
| 456 | |
| 95 | 4 |
| 380 | |
| 76 | 1 |
| 76 | |
| 19 | 4 |
| 76 | |
| — | |

5) Man dividire jetzt den Zähler 456, und den Nenner 551, man erhält als Quotienten die Zahlen 24 und 29, daher erhält man den neuen Bruch $^{24}/_{29}$ welcher dem Werthe nach dem vorigen $^{456}/_{551}$ gleich ist, wie hier:

456 | 24
: 19
38
———
76
: 19
76
———
—

dann

551 | 29
: 19
38
———
171
: 19
171
———
—

Weßhalb $\frac{456}{551} = \frac{456 : 19}{551 : 19} = \frac{24}{29}$.

II. Beispiel:

Man untersuche, ob sich der Bruch $^{24}/_{29}$ nicht mehr verkleinern läßt.

Auflösung:

1) Man dividire 29 mit 24:

29 | 1
: 24
24
———
5

2) Den Divisor 24 dividire man mit dem Reste 5,

24 | 4
: 5
20
———
4

3) Endlich dividire man den Divisor 5 mit dem Reste 4:

5 | 1
: 4
4
———
Rest 1

Weil 1 als Rest bleibt, so kann man den Bruch $^{24}/_{29}$ nicht mehr verkleinern.

III. Beispiel:

Man soll den Bruch $\frac{2184}{10080}$ verkleinern.

## Auflösung:

1) Weil man einen ächten Bruch hat, so dividire man den Nenner 10080 mit dem Zähler 2184:

| | | |
|---|---|---|
| | 10080 | |
| : | 2184 | 4 |
| | 8736 | |
| | 1344 | |

2) Den Divisor 2184 dividire man mit dem Reste 1344:

| | | |
|---|---|---|
| | 2184 | |
| : | 1344 | 1 |
| | 1344 | |
| | 840 | |

3) Den Divisor 1344 dividire man mit dem Reste 840:

| | | |
|---|---|---|
| | 1344 | |
| : | 840 | 1 |
| | 840 | |
| | 504 | |

4) Den Divisor 840 dividire man mit dem Reste 504:

| | | |
|---|---|---|
| | 840 | |
| : | 504 | 1 |
| | 504 | |
| | 336 | |

5) Den Divisor 504 dividire man mit dem Reste 336:

| | | |
|---|---|---|
| | 504 | |
| : | 336 | 1 |
| | 336 | |
| | 168 | |

6) Endlich den Divisor 336 dividire man mit dem Reste 168:

| | | |
|---|---|---|
| | 336 | |
| : | 168 | 2 |
| | 336 | |
| | — | |

Weil hier kein Rest mehr bleibt, so ist 168 das verlangte größte gemeine Maaß, mit dem man den Bruch verkleinern kann, was man auch kürzer auf diese Weise findet:

| | |
|---|---|
| 10080 | 4 |
| : 2184 | |
| 8736 | |
| 1344 | 1 |
| 1344 | |
| 840 | 1 |
| 840 | |
| 504 | 1 |
| 504 | |
| 336 | 1 |
| 336 | |
| 168 | 2 |
| 336 | |
| — | |

6) Mit dem gefundenen gemeinen Maaße 168 dividire man den Zähler 2184, und den Nenner 10080, man erhält beim ersteren die Zahl 13 als den neuen Zähler, und beim letzteren die Zahl 60 als den neuen Nenner, und deßhalb den neuen Bruch $^{13}/_{60}$, welcher dem vorigen Bruche $^{2184}/_{10080}$ gleich ist, wie hier:

| | |
|---|---|
| 2184 | |
| : 168 | 13, neuer Zähler. |
| 168 | |
| 504 | |
| : 168 | |
| 504 | |
| — | |

| | |
|---|---|
| 10080 | |
| : 168 | 60, neuer Nenner |
| 1008 | |
| — | |

Weßhalb $^{2184}/_{10080} = {}^{13}/_{60}$

7) Zur Probe kann man untersuchen, ob sich $^{13}/_{60}$ nicht mehr verkleinern läßt, was auch wirklich der Fall ist, weil man 1 zum größten gemeinen Maaße erhält, wie man hier sieht:

| | | |
|---|---|---|
| | 60 | 4 |
| | : 13 | |
| | 52 | |
| | 8 | 1 |
| | 8 | |
| | 5 | 1 |
| | 5 | |
| | 3 | 1 |
| | 3 | |
| | 2 | 1 |
| | 2 | |
| Rest | 1 | |

Anmerkung: 1) Der Deutlichkeit wegen kann man beim schriftlichen Rechnen die Produkte bei Aufsuchung des größten gemeinen Maaßes ausstreichen, weil man sie nicht mehr braucht.

2) Mehrere Beispiele werden zur Uebung in der Folge bei den Regeldetri-Aufgaben mit Brüchen vorkommen, wo man diese letzteren verkleinern muß.

## §. 82.

### Die Verwandlung ganzer Zahlen in Brüche, und der Brüche in Brüche mit einem anderen Nenner.

1) Will man ganze Zahlen in Brüche verwandeln, und es ist kein bestimmter Nenner gegeben, so schreibe man die ganze Zahl als Zähler, mache das Bruchzeichen, das ist, den Querstrich, und schreibe darunter 1 als beliebigen Nenner; daher z. B. verwandelt sich 6 in den Bruch $^6/_1$, dann 8 in den Bruch $^8/_1$ ꝛc.

2) Ist ein bestimmter Nenner gegeben, so multiplizire man mit diesem die ganze Zahl, schreibe das Produkt als Zähler, und den gegebenen Nenner als Nenner des verlangten Bruches; daher gibt z. B. die Zahl 8, wenn 6 als Nenner bestimmt ist, den

Bruch $^{48}/_{6}$, weil $8 \times 6 = 48$, somit $8 = \frac{8 \times 6}{6}$ $= \frac{48}{6}$, eben so gibt 12, wenn 4 als Nenner bestimmt ist, den Bruch $^{48}/_{4}$, weil $12 \times 4 = 48$, folglich $12 = \frac{12 \times 4}{4} = \frac{48}{4}$.

3) Wenn Ganze den Brüchen beigefügt sind, und man somit gemischte Zahlen hat, so werden die Brüche eingerichtet, wenn man die Ganzen zu einem Bruche mit dem nämlichen Nenner macht, und dann beide Brüche zusammen zählt.

Die Einrichtung der Brüche geschieht nach dieser Regel:

Die Ganzen multiplizire man mit dem Nenner des angehängten Bruches, zähle dessen Zähler zum Produkte, setze diese Summe als Zähler, und den vorigen Nenner als Nenner des neuen Bruches.

Daher verwandelt sich der gemischte Bruch $2^{1}/_{2}$ in den Bruch $^{5}/_{2}$, weil 2 Ganze 4 Halbe, und 1 Halbes dazu, 5 Halbe geben; eben so verwandelt sich $4^{2}/_{3}$ in $^{14}/_{3}$, weil 4 Ganze 12 Drittel, und diese 2 Drittel, zusammen 14 Drittel geben; in jenem Beispiele ist $2 \times 2 + 1 = 5$, und deßhalb $2^{1}/_{2} = {}^{5}/_{2}$, und in diesem ist $4 \times 3 = 12 + 2 = 14$, und deßhalb $4^{2}/_{3} = {}^{14}/_{3}$.

4) Soll man endlich Brüche in Brüche mit einem anderen Nenner verwandeln, so multiplizirt man den Zähler des ersten Bruches mit dem neuen Nenner, dividirt das Produkt mit dem alten Nenner des Bruches, und es gibt der Quotient den neuen Zähler, unter welchen dann der gegebene Nenner geschrieben wird.

Soll man daher z. B. den Bruch $^{3}/_{4}$ ohne Veränderung des Werthes in einen anderen Bruch verwandeln, der den Nenner 60 hat, so multiplizirt man 3 mit 60, es gibt 180, dieses Produkt dividirt man mit 4, man erhält 45 als neuen Zähler, und

dadurch den neuen Bruch mit dem Nenner 60, das ist, $^{45}/_{60}$, welcher dem vorigen Bruche $^{3}/_{4}$ dem Werthe nach gleich ist, oder $^{45}/_{60}$ ist $= ^{3}/_{4}$

Ist z. B. der Bruch $^{1}/_{8}$ in einen Bruch mit dem Nenner 100 zu verwandeln, so multiplizire man 1 mit 100, und dividire 100 mit 8, man erhält $12^{4}/_{8}$ oder $12^{1}/_{2}$, und schreibe darunter 100 als Nenner, wodurch der Bruch $\frac{12\frac{1}{2}}{100}$ zum Vorscheine kommt, der so viel gilt als $^{1}/_{8}$, indem $^{1}/_{8} = {}^{1}/_{8} \times {}^{100}/_{100} = {}^{100}/_{800} = \frac{12\frac{4}{8}}{100} = \frac{12\frac{1}{2}}{100}$, das ist, $^{1}/_{8} = \frac{12\frac{1}{2}}{100}$, da so Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl 100 multiplizirt werden.

## §. 83.

### Regeln, nach welchen Brüche in Brüche von gleichen Nennern verwandelt werden.

Wenn man keine Abkürzung der Rechnung anbringen kann oder will, so verfährt man, um allen Brüchen ohne Veränderung des Werthes den nämlichen Nenner zu geben, auf diese Weise:

1) Man multiplizirt alle Nenner unter sich, das Produkt gibt den gemeinschaftlichen oder General-Nenner, den alle Brüche erhalten.

2) Um bei jedem Bruche für diesen Nenner den entsprechenden Zähler zu bekommen, dividirt man allemal den General-Nenner mit dem Nenner, und multiplizirt den Quotienten mit dem Zähler eines jeden Bruches; es gibt das erhaltene Produkt jederzeit den verlangten neuen Zähler.

### I. Beispiel:

Man bringe die Brüche $^{1}/_{2}$, $^{2}/_{3}$, $^{4}/_{5}$ und $^{6}/_{7}$ auf einen Nenner.

Auflösung:

1) Man multiplizire alle vier Nenner unter sich, und sage, 2 mal 3 ist 6, dann 5 mal 6 ist 30, und 7 mal 30 ist 210, das ist, $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$; es ist das Produkt 210 der General-Nenner.

2) Diesen gemeinschaftlichen Nenner 210 dividire man allemal mit dem Nenner, und multiplizire den Quotienten mit dem Zähler, um die neuen Zähler zu erhalten.

Dieses letztere kann füglich so geschehen:

Man schreibe oben den General-Nenner 210, bilde sich durch drei abwärts gezogene Linien Spalten, schreibe links herab die gegebenen Brüche, dann in die erste Spalte den jedesmaligen Quotienten, und in die zweit folgende Spalte das Produkt, das allemal der neue Zähler ist. Rechts schreibt man dann wieder die ersten Brüche nebst den neuen, in die man sie verwandelt hat, wie hier:

| | General-Nenner. 210 | | |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | 105 | 105 | also ist $\frac{1}{2} = \frac{105}{210}$, |
| $\frac{2}{3}$ | 70 | 140 | „ „ $\frac{2}{3} = \frac{140}{210}$, |
| $\frac{4}{5}$ | 42 | 168 | „ „ $\frac{4}{5} = \frac{168}{210}$, und |
| $\frac{6}{7}$ | 30 | 180 | „ „ $\frac{6}{7} = \frac{180}{210}$. |

Man sagt nämlich beim ersten Bruche $^1/_2$,

2 in 210 geht 105 mal, und 1 mal 105 ist 105, dadurch erhält man den neuen Bruch $^{105}/_{210}$, welcher so viel gilt als $^1/_2$; beim zweiten Bruche $^2/_3$ sagt man:

3 in 210 geht 70 mal, und 2 mal 70 ist 140, dadurch erhält man den neuen Bruch $^{140}/_{210}$, welcher so viel gilt, als $^2/_3$; beim dritten Bruche $^4/_5$ sagt man:

5 in 210 geht 42 mal, und 4 mal 42 ist 168,

dadurch erhält man den neuen Bruch $^{168}/_{210}$, welcher so viel gilt als $^{4}/_{5}$; endlich beim vierten Bruche $^{6}/_{7}$ sagt man:

7 in 210 geht 30 mal, und 6 mal 30 ist 180, dadurch erhält man den neuen Bruch $^{180}/_{210}$, welcher so viel gilt als der Bruch $^{6}/_{7}$, weil man auf diese Weise beim ersten Bruche Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl 105, beim zweiten mit 70, beim dritten mit 42, und beim vierten mit 30 multiplizirt hat, wodurch der Werth der Brüche nicht verändert wird.

II. Beispiel:

Man bringe die Brüche $^{2}/_{3}$, $^{4}/_{5}$, $^{3}/_{7}$, $^{8}/_{11}$ und $^{12}/_{13}$ unter gleichen Nenner.

Auflösung:

1) Man multiplizire alle Nenner unter sich, und sage, 3 mal 5 ist 15, dann 7 mal 15 ist 105, ferner 11 mal 105 ist 1155, und 13 mal 1155 ist 15015; das erhaltene Produkt 15015 ist der General-Nenner.

2) Mit dem Nenner eines jeden Bruches dividire man den General-Nenner, und multiplizire allemal den Quotienten mit den Zählern der Brüche, um die neuen Zähler zu erhalten, auf die Art, wie man es beim ersten Beispiele so eben machte:

| | General-Nenner. 15015 | | |
|---|---|---|---|
| $\frac{2}{3}$ | 5005 | 10010 | also ist $\frac{2}{3} = \frac{10010}{15015}$, |
| $\frac{4}{5}$ | 3003 | 12012 | „ „ $\frac{4}{5} = \frac{12012}{15015}$, |
| $\frac{3}{7}$ | 2145 | 6435 | „ „ $\frac{3}{7} = \frac{6435}{15015}$, |
| $\frac{8}{11}$ | 1365 | 10920 | „ „ $\frac{8}{11} = \frac{10920}{15015}$, und |
| $\frac{12}{13}$ | 1155 | 13860 | „ „ $\frac{12}{13} = \frac{13860}{15015}$. |

Anmerkung: 1) Weil diese Verfahrungsweise beim vorigen Beispiele ausführlich gezeigt wurde, so durfte ich hier die Auflösung schon kürzer darstellen.

2) In den älteren Auflagen dieses Buches wird die Regel gegeben, daß man allemal vorhin den Zähler des Bruches mit dem General-Nenner multiplizirt, und dann erst das Produkt mit den Nennern der Brüche dividirt. Es ist aber bequemer, wenn man vorhin, wie ich es eben zeigte, den General-Nenner dividirt, und dann erst multiplizirt, weil man allemal den General-Nenner mit den Nennern der Brüche ohne Rest dividiren kann.

3) Man könnte wohl auch bei dieser Aufgabe die Regel aufstellen, um die Brüche auf eine gleiche Benennung zu bringen, das ist, denselben ohne Veränderung des Werthes den nämlichen Nenner zu geben:

Man multiplizire den Zähler eines jeden Bruches mit allen übrigen Nennern, man erhält dadurch die neuen Zähler; dann multiplizire man alle Nenner unter sich, und man bekommt den General- oder gemeinschaftlichen Nenner.

Es ist aber die bei den vorstehenden zwei Beispielen angegebene Verfahrungsart bequemer, und auch in allen Fällen anwendbar, weil man dabei immer einen General-Nenner erhält, der durch alle einzelnen Nenner ohne Rest theilbar ist.

## §. 84.

### Regeln in Betreff der nämlichen Aufgabe mit Abkürzungen.

Nach den im vorigen §. angegebenen zwei Verfahrungsarten könnte man den Brüchen allemal gleiche Nenner geben.

Es läßt sich aber diese Verrichtung in vielen Fällen abkürzen, wenn man eine Zahl weiß, oder ausfindig machen kann, die durch alle Nenner ohne Rest theilbar ist. Man verfährt dann auf diese Weise:

1) Wenn man zum voraus schon eine Zahl weiß, die durch alle Nenner ohne Rest theilbar ist, so nimmt man diese Zahl als General-Nenner an, und

verfährt dann, wie bei den Beispielen des vorigen §., um die neuen Zähler zu finden.

2) Wenn der größte Nenner durch alle übrigen Nenner ohne Rest theilbar ist, so nimmt man diesen als General-Nenner an, und verfährt dann bei der Bestimmung der Zähler auf die nämliche Art.

3) Trifft endlich keiner dieser zwei Fälle ein, so verfahre man auf nachstehende Art, um die möglichst kleinste Zahl zu finden, die durch alle Nenner ohne Rest theilbar ist:

a) Man suche zu den Nennern ein gemeines Maaß, das ist, eine Zahl, die mehrere Nenner, wenigstens zwei, ohne Rest dividirt.

b) Man dividire wirklich, schreibe die Quotienten herunter, und auch diejenigen Nenner unverändert, die sich nicht ohne Rest theilen lassen.

c) Bei den dadurch erhaltenen Zahlen verfahre man eben so, und dividire so lange durch ein gemeines Maaß, bis man zuletzt relative Primzahlen erhält, für die es kein gemeines Maaß mehr gibt.

d) Die zuletzt erhaltenen Zahlen, und alle gebrauchten Maaße oder Divisoren multiplizire man mit einander, es gibt das Produkt den verlangten General-Nenner, zu dem man auf die im vorigen §. angezeigte Weise die neuen Zähler sucht.

### I. Beispiel:

Man gebe den Brüchen $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^5/_6$ und $^3/_8$ gleiche Nenner.

### Auflösung:

Man sieht gleich zum voraus, daß 24 oder 48 ꝛc. die Zahl ist, die man durch alle Nenner ohne Rest theilen kann; man nehme also 48, oder, was besser ist, die kleinere Zahl 24 als General-Nenner, und verfahre zur Bestimmung der neuen Zähler auf die angezeigte Weise:

| | General-Nenner. 24 | | |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | 12 | 12 | also ist $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$, |
| $\frac{2}{3}$ | 8 | 16 | „ „ $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$, |
| $\frac{3}{4}$ | 6 | 18 | „ „ $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$, |
| $\frac{5}{6}$ | 4 | 20 | „ „ $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$, und |
| $\frac{3}{8}$ | 3 | 9 | „ „ $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$. |

In diesem Falle kann man auch da durch die neuen Zähler geschwind finden, daß man gleich im Kopfe dividirt und multiplizirt; der Deutlichkeit wegen will ich in die Mitte oben den General-Nenner, und dann allemal zu den Brüchen die Quotienten hinschreiben, mit welchen man jederzeit den Zähler multipliziren muß, wie hier:

General-Nenner 24,

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Quotienten | 12 | 8 | 6 | 4 | 3 |
| gegebene Brüche | $\frac{1}{2}$, | $\frac{2}{3}$, | $\frac{3}{4}$, | $\frac{5}{6}$, | $\frac{3}{8}$, |
| neue Brüche | $\frac{12}{24}$, | $\frac{16}{24}$, | $\frac{18}{24}$, | $\frac{20}{24}$, | $\frac{9}{24}$. |

## II. Beispiel:

Man bringe die Brüche $^1/_2$, $^2/_4$, $^5/_8$, $^7/_{16}$, $^{19}/_{32}$ und $^{17}/_{64}$ auf gleiche Nenner.

### Auflösung:

Hier ist der größte Nenner 64 durch alle übrigen Nenner ohne Rest theilbar, deßwegen nehme man 64 als General-Nenner an, und suche die neuen Zähler, wie hier:

| | General-Nenner. 64 | | |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | 32 | 32 | also ist $\frac{1}{2} = \frac{32}{64}$, |
| $\frac{2}{4}$ | 16 | 32 | " " $\frac{2}{4} = \frac{32}{64}$, |
| $\frac{5}{8}$ | 8 | 40 | " " $\frac{5}{8} = \frac{40}{64}$, |
| $\frac{7}{16}$ | 4 | 28 | " " $\frac{7}{16} = \frac{28}{64}$, |
| $\frac{19}{32}$ | 2 | 38 | " " $\frac{19}{32} = \frac{38}{64}$, und |
| $\frac{17}{64}$ | 1 | 17 | " " $\frac{17}{64} = \frac{17}{64}$. |

Bei solchen Fällen bleibt der Bruch unverändert, der den größten Nenner hat; kurz kann man es, wie vorhin, auch so machen:

General-Nenner 64.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Quotienten | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
| gegebene Brüche | $\frac{1}{2}$, | $\frac{2}{4}$, | $\frac{5}{8}$, | $\frac{7}{16}$, | $\frac{19}{32}$, | $\frac{17}{64}$, |
| neue Brüche | $\frac{32}{64}$, | $\frac{32}{64}$, | $\frac{40}{64}$, | $\frac{28}{64}$, | $\frac{38}{64}$, | $\frac{17}{64}$. |

### III. Beispiel:

Man gebe den Brüchen $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^5/_8$, $^7/_{10}$, $^9/_{12}$, $^7/_{16}$ und $^{11}/_{20}$ gleiche Nenner.

### Auflösung:

1) Man suche zu den Nennern ein gemeines Maaß, das ist, eine Zahl, die mehrere davon, wenigstens zwei, ohne Rest theilt, man kann die Zahl 2 nehmen; damit dividire man alle Nenner, und schreibe die Quotienten nebst jenen Zahlen herab, die sich nicht ohne Rest theilen lassen; die Zahl 1 schreibe man aber nicht als Quotienten, wie hier, ausser zuletzt:

Die Nenner:

| | |
|---|---|
| 2 | 2, 3, 4, 8, 10, 12, 16, 20, |
| | 1, 3, 2, 4, 5, 6, 8, 10, oder |
| | 3, 2, 4, 5, 6, 8, 10; |

2) Man wähle wieder ein gemeines Maaß, etwa 3, und dividire, wie vorhin:

Die neuen Zahlen:

| | |
|---|---|
| 3 | 3, 2, 4, 5, 6, 8, 10, |
| | 1, 2, 4, 5, 2, 8, 10, oder |
| | 2, 4, 5, 2, 8, 10, |

3) Man wähle ein gemeines Maaß, etwa wieder 2, und dividire, wie vorhin:

Die neuen Zahlen:

| | |
|---|---|
| 2 | 2, 4, 5, 2, 8, 10, |
| | 2, 5, 4, 5, |

4) Man wähle wieder ein gemeines Maaß, etwa 5, und dividire, wie vorhin:

Die neuen Zahlen:

| | |
|---|---|
| 5 | 2, 5, 4, 5, |
| | 2, 4, |

5) Endlich wähle man nochmal 2 als gemeines Maaß, und dividire, wie vorhin; das letztemal kann man 1 als Quotient schreiben:

| | |
|---|---|
| 2 | 2, 4, |
| | 1, 2, |

Schreibt man diese Zahlen zusammen, so erhält man nachstehende Uebersicht der vorgenommenen Divisionen:

| | |
|---|---|
| 2 | 2, 3, 4, 8, 10, 12, 16, 20, |
| 3 | 3, 2, 4, 5, 6, 8, 10, |
| 2 | 2, 4, 5, 2, 8, 10, |
| 5 | 2, 5, 4, 5, |
| 2 | 2, 4, |
| | 1, 2. |

6) Die zuletzt erhaltenen Zahlen 1 und 2, und die gebrauchten Maaße oder Divisoren 2, 5, 2, 3

und 2 multiplizire man mit einander, indem man sagt, 1 mal 2 ist 2, zweimal 2 ist 4, viermal 5 ist 20, zweimal 20 ist 40, dreimal 40 ist 120, und zweimal 120 ist 240; das erhaltene Produkt 240 ist der General-Nenner, den man mit allen Nennern der Brüche ohne Rest theilen kann.

7) Auf die in den vorausgehenden §§. gezeigte Weise suche man jetzt zum General-Nenner die neuen Zähler, wie hier:

| | 240 | | |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | 120 | 120 | also ist $\frac{1}{2} = \frac{120}{240}$, |
| $\frac{2}{3}$ | 80 | 160 | " " $\frac{2}{3} = \frac{160}{240}$, |
| $\frac{3}{4}$ | 60 | 180 | " " $\frac{3}{4} = \frac{180}{240}$, |
| $\frac{5}{8}$ | 30 | 150 | " " $\frac{5}{8} = \frac{150}{240}$, |
| $\frac{7}{10}$ | 24 | 168 | " " $\frac{7}{10} = \frac{168}{240}$, |
| $\frac{9}{12}$ | 20 | 180 | " " $\frac{9}{12} = \frac{180}{240}$, |
| $\frac{7}{16}$ | 15 | 105 | " " $\frac{7}{16} = \frac{105}{240}$, und |
| $\frac{11}{20}$ | 12 | 132 | " " $\frac{11}{20} = \frac{132}{240}$. |

Oder auch so: General-Nenner 240,
Quotienten 120, 80, 60, 30, 24, 20, 15, 12,
gegebene Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{11}{20}$,
neue Brüche $\frac{120}{240}$, $\frac{160}{240}$, $\frac{180}{240}$, $\frac{150}{240}$, $\frac{168}{240}$, $\frac{180}{240}$, $\frac{105}{240}$, $\frac{132}{240}$.

Anmerkung: Wie das vorstehende dritte Beispiel aufgelöst wurde, eben so kann man in vielen die Auflösung bewerkstelligen, besonders wenn mehrern Brüchen ohne Veränderung des Werthes ein gleicher Nenner zu geben ist, damit man sie, wie man später sehen wird, addiren kann, und man bei denselben zum Voraus keine Zahl weiß, die durch alle einzelnen Nenner der Brüche ohne Rest theilbar ist.

# II. Abschnitt.

## Die vier Spezies oder Rechnungsarten mit gemeinen Brüchen.

### §. 85.

### Regeln der Addition der Brüche.

1) Wenn die Brüche keine gleiche Nenner haben, so gebe man ihnen auf die im vorigen Abschnitte gezeigte Weise gleiche Nenner, ohne daß der Werth der Brüche verändert wird;

2) Haben alle Brüche gleiche Nenner, so bringe man ihre Zähler in eine Summe, und schreibe unter diese Summe als Nenner den General-Nenner der Brüche, es ist der neue Bruch die verlangte Summe aller gegebenen Brüche.

3) Ist diese Summe ein unächter Bruch, wo der Zähler so groß oder größer ist als der Nenner, so ziehe man die Ganzen heraus, indem man den Zähler mit dem Nenner dividirt: bleibt ein Rest, so setze man diesen mit dem vorigen Nenner bruchartig den gefundenen Ganzen (Einheiten) bei.

4) Sind endlich den Brüchen Ganze beigefügt, so addire man zuerst die Brüche; enthalten diese einige Ganze, so zähle man sie zu den Ganzen, und bringe dann diese letzteren in eine Summe.

Bei diesen Regeln ist aber die Voraussetzung, daß die Brüche, Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken, oder daß bloße oder unbenannte Zahlen vorkommen.

### I. Beispiel:

Jemand verliert im Spiele $^1/_2$ fl., $^2/_3$ fl., $^3/_4$ fl., $^5/_6$ fl. und $^3/_8$ fl.; wie groß ist der ganze Verlust?

## Auflösung:

1) Man gebe diesen Brüchen zuerst gleiche Nenner, wie es im vorigen §. bei der Auflösung des I. Beispieles geschehen ist, man erhält die Brüche $^{12}/_{24} + {}^{16}/_{24} + {}^{18}/_{24} + {}^{20}/_{24} + {}^{9}/_{24}$ anstatt $^{1}/_{2} + {}^{2}/_{3} + {}^{3}/_{4} + {}^{5}/_{6} + {}^{3}/_{8}$

2) Man bringe die Zähler dieser Brüche in eine Summe, man findet, daß $12 + 16 + 18 + 20 + 9 = 75$.

3) Diese Summe schreibt man als Zähler, und den General-Nenner darunter als Nenner, man erhält den Bruch $^{75}/_{24}$ als die verlangte Summe.

4) Bei diesem unächten Bruche ziehe man die Ganzen heraus, indem man 75 mit 24 dividirt, wie hier:

| | |
|---|---|
| 75 | |
| : 24 | 3 Ganze, und $^{3}/_{24}$ oder $^{1}/_{8}$ |
| 72 | |
| Rest 3 | |

Es beträgt also die verlangte Summe $3\,^{3}/_{24}$ fl. oder $3\,^{1}/_{8}$ fl., weil man den Bruch $^{3}/_{24}$ mit 3 verkleinern kann, und hier die Brüche, Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken; das ist:

$^{1}/_{2}$ fl. + $^{2}/_{3}$ fl. + $^{3}/_{4}$ fl. + $^{5}/_{6}$ fl. + $^{3}/_{8}$ fl. = $^{12}/_{24}$ fl. + $^{16}/_{24}$ fl. + $^{18}/_{24}$ fl. + $^{20}/_{24}$ fl. + $^{9}/_{24}$ = $^{75}/_{24}$ fl. = $3^{3}/_{24}$ fl. = $3^{1}/_{8}$ fl., oder $^{1}/_{2}$ fl. + $^{2}/_{3}$ fl. + $^{3}/_{4}$ fl. + $^{5}/_{6}$ fl. + $^{3}/_{8}$ fl. = $3^{1}/_{8}$ fl.

Wenn man nach der im §. 84. angezeigten Art die Brüche auf gleiche Nenner bringt, so hat man den Vortheil, daß man in der letzten Spalte rechts alle Zähler des General-Nenners unter einander zu stehen bekommt, die man dann bequem zusammen zählen kann; auch ist es nicht nothwendig, daß man allemal, wie es da zur rechten Seite geschieht, die alten Brüche den neuen gleich schreibt, daher kann man kurz so diese Brüche addiren:

| | General-Nenner. 24 | |
|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | 12 | 12 |
| $\frac{2}{3}$ | 8 | 16 |
| $\frac{3}{4}$ | 6 | 18 |
| $\frac{5}{6}$ | 4 | 20 |
| $\frac{3}{8}$ | 3 | 9 |
| Zählers. = | | 75 |

Theilung des Zählers 75 durch den Nenner 24,

| | |
|---|---|
| 75 : 24 | $3\,^3/_{24}$ fl. = $3\,^1/_8$ fl. |
| 72 | |

Rest 3, weßhalb $3^1/_8$ fl. die verlangte Summe, oder der ganze Verlust ist.

II. Beispiel:

Man addire $^1/_9$, $^2/_9$, $^4/_9$, $^5/_9$ und $^7/_9$

Auflösung:

Weil diese Brüche schon gleiche Nenner haben, und hier bloße oder unbenannte Zahlen vorkommen, so bringe man alle ihre Zähler in eine Summe, es ist $1 + 2 + 4 + 5 + 7 = 19$, das ist, alle Zähler betragen 19, und deßwegen ist die verlangte Summe der Bruch $^{19}/_9$, welcher $2^1/_9$ beträgt, wenn man nämlich die Ganzen herauszieht, das heißt:

$$^1/_9 + {}^2/_9 + {}^4/_9 + {}^5/_9 + {}^7/_9 = {}^{19}/_9 = 2^1/_9$$

III. Beispiel:

Man addire die Brüche $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^5/_8$, $^7/_{10}$, $^9/_{12}$, $^7/_{16}$ und $^{11}/_{20}$

Auflösung:

Wie es im §. 84. beim III. Beispiele geschehen ist, bringe man diese Brüche unter gleiche Nenner, zähle dann in der letzten Spalte alle Zähler der neuen Brüche zusammen, und dividire ihre Summe mit dem General-Nenner, um auch die Ganzen zu bestimmen, wie hier:

| | General-Nenner. 240 | |
|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | 120 | 120 |
| $\frac{2}{3}$ | 80 | 160 |
| $\frac{3}{4}$ | 60 | 180 |
| $\frac{5}{8}$ | 30 | 150 |
| $\frac{7}{10}$ | 24 | 168 |
| $\frac{9}{12}$ | 20 | 180 |
| $\frac{7}{16}$ | 15 | 105 |
| $\frac{11}{20}$ | 12 | 132 |
| Zählers. | | = 1195 |

Theilung des Zählers:

| | | |
|---|---|---|
| | 1195 | $4\frac{235}{240} = 4\frac{47}{48}$ |
| : | 240 | |
| | 960 | |
| Rest | 235 | |

Die ganze Summe dieser Brüche beträgt also $4\frac{235}{240}$, oder $4\frac{47}{48}$, weil man den Bruch $\frac{235}{240}$ mit 5 verkleinern kann.

Das ist, $^1/_2 + {^2/_3} + {^3/_4} + {^5/_8} + {^7/_{10}} + {^9/_{12}} + {^7/_{16}} + {^{11}/_{20}} = 4\,{^{235}/_{240}} = 4\,{^{47}/_{48}}$

### IV. Beispiel:

Jemand gibt aus $12\,{^3/_5}$ fl., dann $22\,{^3/_4}$ fl., und $36\,{^2/_3}$ fl.; was beträgt die ganze Ausgabe?

### Auflösung:

1) Man schreibe diese drei Summanden oder Posten unter einander, und zähle zuerst die Brüche zusammen; ihr General-Nenner ist 60; 5 mal 4 ist nämlich 20, und 3 mal 20 ist 60, oder das Produkt aller drei Nenner ist $5 \times 4 \times 3 = 60$;

Ganze aus den Brüchen + 2

$12\frac{3}{5}$ fl.
$22\frac{3}{4}$ „
$36\frac{2}{3}$ „

$72\frac{5}{60}$ fl. = $72\frac{1}{12}$ fl.; da man den Bruch mit 5 verkleinern kann.

| | 60 | |
|---|---|---|
| $\frac{3}{5}$ | 12 | 36 |
| $\frac{3}{4}$ | 15 | 45 |
| $\frac{2}{3}$ | 20 | 40 |

Addition der Brüche. Ihre Summe ist = $^{125}/_{60}$ fl. = $2^{5}/_{60}$ fl. = $2^{1}/_{12}$ fl. = 2 fl. 5 kr.

Zählers. = 125

125 : 60 | $2\frac{5}{60}$ fl. = $2\frac{1}{12}$ fl. = 2 fl. 5 kr.
120
Rest 5

Daher ist $12^{3}/_{5}$ fl. + $22^{3}/_{4}$ fl. + $36^{2}/_{3}$ fl. = $72^{5}/_{60}$ fl. = $72^{1}/_{12}$ fl. = 72 fl. 5 kr.

## §. 86.

### Regeln der Subtraktion der Brüche.

1) Wenn die Brüche keine gleiche Nenner haben, so gebe man ihnen allererst ohne Veränderung ihres Werthes, wie bei der Addition, gleiche Nenner.

2) Sobald sie gleiche Nenner haben, und Theile des nämlichen Ganzen ausdrücken, oder unbenannte Zahlen sind, ziehe man den Zähler des Subtrahends vom Zähler des Minuends ab, und schreibe den Rest als Zähler, den General=Nenner aber als Nenner des neuen Bruches, der den verlangten Rest der beiden Brüche anzeigt.

3) Soll man gemischte Zahlen subtrahiren, so subtrahire man zuerst auf diese Weise die Brüche von einander, und dann die Ganzen: kann man die Brüche nicht abziehen, so entlehne man beim Minuend ein Ganzes, mache es zu einem Bruche mit dem nämlichen Nenner, und nehme dann die Subtraktion vor.

4) Besteht der Minuend und der Subtrahend aus mehreren Theilen, so bringe man zuerst die

Theile des Minuends in eine Summe, und dann die Theile des Subtrahends, und nehme dann die Subtraktion vor.

5) Sobald die Brüche gleiche Nenner haben, erkennt man, daß jener Bruch der größere ist, der den größeren Zähler hat, und daraus kann man dann ermessen, ob man bei gemischten Brüchen einen Bruch von einem anderen abziehen kann.

### I. Beispiel:

Man subtrahire $^2/_5$ von $^3/_5$

### Auflösung:

Diese Brüche haben schon gleiche Nenner, und sind bloße Zahlen, daher sage man, 2 von 3 bleibt 1, man erhält also $^1/_5$ als den verlangten Rest, das ist, wenn man durch das Zeichen (—) die Subtraktion anzeigt,

Minuend $^3/_5$ oder $^3/_5 - {}^2/_5 = {}^1/_5$
Subtrahend $^2/_5$
Rest $^1/_5$,

### II. Beispiel:

Man subtrahire $^3/_4$ von $^5/_6$

### Auflösung:

Weil diese Brüche verschiedene Nenner haben, so gebe man ihnen allererst gleiche Nenner; 4 mal 6 gibt 24, es ist also 24 der General-Nenner, oder 12, weil auch 12 durch 6 und 4 ohne Rest theilbar ist; man suche dazu die neuen Zähler, und subtrahire diese, wie hier:

| | 24 | |
|---|---|---|
| $\frac{5}{6}$ | 4 | 20 |
| $\frac{3}{4}$ | 6 | 18 |

Zählerrest = 2, also $\frac{2}{24}$ als Rest der Brüche.

oder

| | 12 | |
|---|---|---|
| $\frac{5}{6}$ | 2 | 10 |
| $\frac{3}{4}$ | 3 | 9 |

Zählerrest = 1 also $\frac{1}{12}$ als Rest der Brüche.

Das ist: oder $^5/_6 - ^3/_4$

Minuend $^5/_6 = ^{20}/_{24} = ^{10}/_{12}$, $= ^{20}/_{24} - ^{18}/_{24}$

Sutrahend $^3/_4 = ^{18}/_{24} = ^9/_{12}$, $= ^2/_{24} = ^1/_{12}$

Rest $= ^2/_{24} = ^1/_{12}$

III. Beispiel:

Petrus schuldet $476^5/_8$ fl., und zahlt daran $218^1/_2$ fl., was bleibt er noch schuldig?

Auflösung:

Zuerst subtrahire man die Brüche von einander, man kann für sie 8 als General-Nenner annehmen, weil 8 durch 2 ohne Rest theilbar ist:

$$^5/_8 = ^5/_8$$
$$- ^1/_2 = ^4/_8$$

Rest der Brüche $= ^1/_8$

Jetzt subtrahire man auch die Ganzen von einander, ihr Rest ist 258; deßwegen schuldet Petrus noch $258^1/_8$ fl., wie hier ersichtlich ist:

Minuend $476^5/_8$ fl.
Subtrahend $218^1/_2$ fl.

Rest $= 258^1/_8$ fl.

Das ist, $476^5/_8$ fl. $- 218^1/_2$ fl. $= 258^1/_8$ fl.

IV. Beispiel:

Ein Bauer hat $18^1/_2$ Schäffel Gilt zu liefern, er gibt aber nur $12^5/_6$ Schäffel ab; mit wie viel bleibt er noch im Reste?

Auflösung:

1) Zur Subtraktion der beiden Brüche bringe man zuerst diese auf einen gleichen Nenner, als solchen kann man 6 annehmen, da 6 durch 2 ohne Rest theilbar ist, wie hier:

$$^1/_2 - ^5/_6 = ^3/_6 - ^5/_6;$$

2) Man kann $^5/_6$ von $^3/_6$ nicht abziehen, deßhalb entlehne man von 18 ein Ganzes, dieses hat 6

Sechstel, und 3 Sechstel geben 9 Sechstel, davon 5 Sechstel abgezogen geben als Rest 4 Sechstel, das $^4/_6$, oder $^2/_3$, weil man den Bruch $^4/_6$ mit 2 verkleinern kann, das ist

$$1^3/_6 - {}^5/_6 = {}^9/_6 - {}^5/_6 = {}^4/_6 = {}^2/_3$$

3) Zieht man endlich die 12 ganzen Schäffel von den jetzt noch übrigen 17 ab, so erhält man 5; es sind also noch $5^2/_3$ Schäffel abzugeben, das ist

$$18^1/_2 \text{ Sch.} - 12^5/_6 \text{ Sch.} = 5^2/_3 \text{ Sch.}$$

## V. Beispiel:

Jemand nimmt ein $206\,^1/_2$ fl., dann $405\,^2/_3$ fl., ferner $38\,^3/_4$ fl. und $105\,^4/_5$ fl., und gibt aus $86\,^1/_3$ fl., dann $124\,^1/_5$ fl., ferner $24\,^3/_8$ fl. und $12\,^7/_{10}$ fl.; wie viel ist von der Einnahme übrig geblieben?

## Auflösung:

1) Zuerst bringe man alle vier Einnahmen als die Theile des Minuends in eine Summe:

| + 2 |
|---|
| $206\frac{1}{2}$ fl. |
| $405\frac{2}{3}$ „ |
| $38\frac{3}{4}$ „ |
| $105\frac{4}{5}$ „ |
| $756\frac{43}{60}$ fl. die ganze Einnahme. |

| | 60 | |
|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | 30 | 30 |
| $\frac{2}{3}$ | 20 | 40 |
| $\frac{3}{4}$ | 15 | 45 |
| $\frac{4}{5}$ | 12 | 48 |

Zählersumme = 163

| | | |
|---|---|---|
| | 163 | |
| : | 60 | $2\frac{43}{60}$ fl. |
| – | 120 | |
| Rest | 43 | |

2) Man bringe alle vier Ausgaben als die Theile des Subtrahends in eine Summe:

+1
$86\frac{1}{3}$ fl.
$124\frac{1}{5}$ „
$24\frac{3}{8}$ „
$12\frac{7}{10}$ fl.

$247\frac{73}{120}$ fl. die ganze Ausgabe.

| | 240 | |
|---|---|---|
| $\frac{1}{3}$ | 80 | 80 |
| $\frac{1}{5}$ | 48 | 48 |
| $\frac{3}{8}$ | 30 | 90 |
| $\frac{7}{10}$ | 24 | 168 |

Zählersumme = 386

$$386 : 240 = 1\frac{146}{240} = 1\frac{73}{120}.$$
240
Rest 146

3) Man subtrahire jetzt die ganze Ausgabe $247^{73}/_{120}$ fl. von der ganzen Einnahme $756^{43}/_{60}$ fl., weil diese größer als jene ist:

Einnahme $756\frac{43}{60}$ fl.
Ausgabe $247\frac{73}{120}$ fl.
Rest = $509\frac{13}{120}$ fl.

$$\frac{43}{60} - \frac{73}{120} = \frac{86}{120} - \frac{73}{120} = \frac{13}{120}.$$

Von der Einnahme blieben also noch übrig $509^{13}/_{120}$ fl.

## §. 87.

### Regeln der Multiplikation der Brüche.

1) Wenn man bloße oder ungemischte Brüche mit einander zu multipliziren hat, so multiplizire man Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner, setze das erste Produkt als Zähler, und das zweite Produkt als Nenner des neuen Bruches.

2) Soll man einen Bruch mit einer ganzen Zahl multipliziren, so kann man entweder nach der schon angegebenen Regel mit der ganzen Zahl den Zähler multipliziren oder den Nenner dividiren, oder man kann die Ganzen zu einem Bruche machen, die Zahl

1 als Nenner darunter schreiben, und dann auf die vorige Weise verfahren.

3) Soll man eine ganze Zahl mit einem Bruche multipliziren, so mache man jene auf die nämliche Art zu einem Bruche, und verfahre dann, wie vorhin.

4) Sind gemischte Brüche mit einander zu multiplizirен, so richte man diese vorhin ein, indem man die Ganzen auch zu einem Bruche macht, und verfahre dann auf die angezeigte Art.

5) Sind endlich mehr als zwei Brüche, oder auch mehrere Brüche und ganze Zahlen mit einander zu multipliziren, so mache man die ganzen Zahlen mittels des Nenners 1 zu Brüchen, richte die gemischten Brüche ein, und multiplizire dann alle Zähler, und eben so alle Nenner unter sich; das erste Produkt gibt wieder den Zähler, und das zweite Produkt den Nenner des neuen Bruches, der das verlangte Produkt der gegebenen Zahlen ist.

### I. Beispiel:

Man multiplizire $^3/_4$ mit $^7/_8$

### Auflösung:

Man sage, 3 mal 7 ist 21, und 4 mal 8 ist 32, man schreibe 21 als Zähler, und 32 als Nenner des neuen Bruches $^{21}/_{32}$, der das verlangte Produkt ist, das ist:

$$^3/_4 \times {}^7/_8 = \frac{3 \times 7}{4 \times 8} = {}^{21}/_{32}$$

### II. Beispiel:

Man multiplizire $^4/_5$ mit 6, und 8 mit $^2/_3$

### Auflösung:

1) Anstatt 6 schreibe man $^6/_1$, und sage, 4 mal 6 ist 24, und 1 mal 5 ist 5, daher ist $^{24}/_5$, oder $4^4/_5$ das verlangte erste Produkt, da

$$^4/_5 \times 6 = {}^4/_5 \times {}^6/_1 = {}^{24}/_5 = 4^4/_5$$

2) Anstatt 8 schreibe man $^8/_1$, und sage, 8 mal 2 ist 16, und 1 mal 3 ist 3, daher ist $^{16}/_3$ oder $5^1/_3$ das verlangte zweite Produkt, da

$$8 \times {}^2/_3 = {}^8/_1 \times {}^2/_3 = {}^{16}/_3 = 5^1/_3$$

III. Beispiel:

Man multiplizire $5^2/_3$ mit $4^1/_2$

Auflösung:

1) Man richte die Brüche zuerst ein, und sage, 5 mal 3 ist 15, und dazu 2 ist 17, das ist, $5^2/_3$ geben $^{17}/_3$, oder $5^2/_3 = {}^{17}/_3$, ferner, 4 mal 2 ist 8, und 1 ist 9, das ist, $4^1/_2$ geben $^9/_2$, oder $4^1/_2 = {}^9/_2$.

2) Die beiden erhaltenen Brüche $^{17}/_3$ und $^9/_2$ multiplizire man mit einander, indem man 17 mit 9, und dann 3 mit 2 multiplizirt; das erste Produkt, oder $17 \times 9$, gibt 153, und das zweite, oder $3 \times 2$, gibt 6, weßhalb man $^{153}/_6$, oder $25^3/_6 = 25^1/_2$ zum verlangten Produkte der beiden gegebenen Brüche $5^2/_3$ und $4^1/_2$ erhält; das ist,

$$5^2/_3 \times 4^1/_2 = {}^{17}/_3 \times {}^9/_2 = {}^{153}/_6 = 25^3/_6 = 25^1/_2,$$ mithin ist $5^2/_3 \times 4^1/_2 = 25^1/_2$

IV. Beispiel:

Man multiplizire die Brüche $^2/_3$ dann $^4/_5$ und $^6/_7$ mit einander.

Auflösung:

Man könnte den ersten Bruch $^2/_3$ mit $^4/_5$, und das erhaltene Produkt mit $^6/_7$ multipliziren; man multiplizire dagegen alle drei Zähler 2, dann 4 und 6 mit einander, und sage 2 mal 4 ist 8, und 8 mal 6 ist 48, das ist, $2 \times 4 \times 6 = 48$.

Ferner multiplizire man die drei Nenner 3, dann 5 und 7 mit einander, und sage, 3 mal 5 ist 15, und 7 mal 15 ist 105, das ist, $3 \times 5 \times 7 = 105$.

Das erste Produkt 48 setze man als Zähler, und das zweite Produkt 105 als Nenner des neuen Bruches $^{48}/_{105}$, oder, weil man mit 3 verkleinern kann,

$^{16}/_{35}$, welcher das verlangte Produkt der drei gegebenen Brüche ist, das heißt:

$$^{2}/_{3} \times {}^{4}/_{5} \times {}^{6}/_{7} = \frac{2 \times 4 \times 6}{3 \times 5 \times 7} = {}^{48}/_{105} = {}^{16}/_{35}$$

### V. Beispiel:

Man multiplizire die Zahlen $^{2}/_{3}$, dann 6, ferner $4^{5}/_{9}$, und $^{7}/_{8}$ mit einander.

### Auflösung:

1) Man mache die ganze Zahl 6 zu einem Bruche, und richte den gemischten Bruch $4^{5}/_{9}$ ein, indem man $^{6}/_{1}$ anstatt 6, und $^{41}/_{9}$ anstatt $4^{5}/_{9}$ schreibt.

2) Man multiplizire jetzt, wie vorhin, die vier Brüche $^{2}/_{3}$, dann $^{6}/_{1}$, ferner $^{41}/_{9}$ und $^{7}/_{8}$ mit einander, man findet als Produkt aller Zähler die Zahl 3444, und als das Produkt aller Nenner die Zahl 216, deßwegen ist $^{3444}/_{216}$, oder $15^{204}/_{216} = 15^{51}/_{54}$ das verlangte Produkt der vier gegebenen Zahlen, indem sich der Bruch $^{204}/_{216}$ mit 4 verkleinern läßt; das heißt, wenn man auch den Punkt (.) wie das Kreuz ($\times$) als Multiplikationszeichen gebraucht, und den Bruch $^{51}/_{54}$ auch noch mit 3 verkleinert,

$$^{2}/_{3} \times 6 \times 4\,^{5}/_{9} \times {}^{7}/_{8} = {}^{2}/_{3} \times {}^{6}/_{1} \times {}^{41}/_{9} \times {}^{7}/_{8} = \frac{2\,.\,6\,.\,41\,.\,7}{3\,.\,1\,.\,9\,.\,8} = {}^{3444}/_{216} = 15^{204}/_{216} = 15^{51}/_{54} = 15^{17}/_{18}$$

## §. 88.

### Regeln der Division der Brüche.

1) Wenn man bloße Brüche mit einander zu dividiren hat, so multiplizire man den Zähler des Dividends mit dem Nenner des Divisors, und den Zähler des Divisors mit dem Nenner des Dividends, und setze das erste Produkt als Zähler, und das zweite als Nenner des neuen Bruches, welcher der verlangte Quotient ist.

2) Soll man einen Bruch mit einer ganzen Zahl

dividiren, so verfahre man entweder auf die schon angezeigte Art, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl dividirt, oder den Nenner damit multiplizirt, oder man mache mittels der Zahl 1 die ganze Zahl zu einem Bruche, und verfahre auf die vorige Weise.

3) Soll man eine ganze Zahl mit einem Bruche dividiren, so mache man jene zu einem Bruche, indem man darunter das Bruchzeichen und 1 als Nenner schreibt, und dann verfahre man auf die bei Nr. 1. angezeigte Art.

4) Soll man endlich gemischte Brüche mit einander dividiren, so richte man die Brüche zuerst ein, indem man auch die Ganzen zu Brüchen macht, und dann verfahre man nach der bei Nr. 1. angegebenen Regel.

I. Beispiel:

Man dividire $^2/_5$ durch $^3/_4$

Auflösung:

Man multiplizire 2 mit 4, und 3 mit 5, sage also, 2 mal 4 ist 8, und 3 mal 5 ist 15, man schreibe 8 als Zähler und 15 als Nenner, man erhält den Bruch $^8/_{15}$, welcher der verlangte Quotient ist; das ist,

$$^2/_5 : {}^3/_4 = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = {}^8/_{15}, \text{ mithin } {}^2/_5 : {}^3/_4 = {}^8/_{15}$$

Wenn man also $^2/_5$ mit $^3/_4$ dividirt, so erhält man den Bruch $^8/_{15}$ als den verlangten Quotienten.

II. Beispiel:

Man dividire $^4/_5$ mit 2.

Auflösung:

Nach der schon früherhin angegebenen Regel kann man den Zähler 4 mit 2 dividiren, oder dagegen den Nenner 5 mit 2 multipliziren; im ersten Falle erhält man $^2/_5$, im zweiten $^4/_{10}$, was eben so viel gilt, indem

$\frac{4}{5} : 2 = \frac{4 : 2}{5} = \frac{2}{5}$, und auch $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5 . 2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Man kann aber auch die ganze Zahl 2 mittelst der Zahl 1 zu einem Bruche machen, und dann auf die vorige Weise verfahren, wie hier:

$$\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5} : \frac{2}{1} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Wenn man also $\frac{4}{5}$ mit 2 dividirt, so erhält man $\frac{2}{5}$ als Quotienten.

### III. Beispiel:

Man dividire 8 mit $\frac{3}{5}$

Auflösung:

Man mache mit 1 die ganze Zahl 8 zu einem Bruche, schreibe $\frac{8}{1}$ anstatt 8, und verfahre dann nach der bekannten Regel, wie hier:

$$8 : \frac{3}{5} = \frac{8}{1} : \frac{3}{5} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

Wenn man also 8 mit $\frac{3}{5}$ dividirt, so erhält man $13\frac{1}{3}$ als Quotienten.

### IV. Beispiel:

Man dividire $4\frac{2}{5}$ durch $6\frac{1}{2}$

Auflösung:

Man richte zuerst die Brüche ein, indem man die Ganzen auch zu Brüchen macht, und sage, 4 mal 5 ist 20 und 2 ist 22, es geben demnach $4\frac{2}{5}$ den unächten Bruch $\frac{22}{5}$, und $6\frac{1}{2}$ geben $\frac{13}{2}$, da 4 Ganze 20 Fünftel, und 6 Ganze 12 Halbe enthalten.

Sind die Brüche eingerichtet, so verfahre man auf die vorige Weise:

$$4\frac{2}{5} : 6\frac{1}{2} = \frac{22}{5} : \frac{13}{2} = \frac{44}{65}$$

Wenn man also $4\frac{2}{5}$ mit $6\frac{1}{2}$ dividirt, so erhält man $\frac{44}{65}$ als Quotienten.

Anmerkung: 1) In den älteren Auflagen dieses Rechenbuches wird bei der Division der Brüche verlangt,

daß man ihnen vorerst gleiche Nenner geben soll; es ist aber dieses bei der Division, wie bei der Multiplikation, nicht nothwendig, und einfacher geschieht das Dividiren auf die so eben gezeigte Art.

Nach jener alten Regel wird man z. B. den Bruch $^2/_5$ mit $^3/_4$ so dividiren:

$^2/_5 : {}^3/_4 = {}^8/_{20} : {}^{15}/_{20} = {}^8/_{15}$, indem man dann bei gleichen Nennern den Zähler des Dividends mit dem Zähler des Divisors dividirt.

2) Einige geben auch bei der Division der Brüche die Regel, daß man den Dividend mit dem umgekehrten Divisor multipliziren soll; verfährt man aber nach der hier gleich anfangs aufgestellten Regel, so braucht man das Umkehren der Brüche nicht. Würde man nach jener Regel $^2/_5$ mit $^3/_4$ dividiren, so würde man $^2/_5$ mit $^4/_3$ multipliziren, und dadurch bekäme man $^8/_{15}$ zum verlangten Quotienten, das ist, $^2/_5 : {}^3/_4 = {}^2/_5 \times {}^4/_3 = {}^8/_{15}$

## §. 89.

### Verwandlung der zusammengesetzten oder gebrochenen Brüche in einfache.

Die zusammengesetzten oder gebrochenen Brüche werden dadurch in einfache Brüche verwandelt, daß man den Zähler wirklich mit dem Nenner dividirt, damit man sie bequemer schreiben und verstehen kann.

### I. Beispiel:

Man verwandle den zusammengesetzten Bruch $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ in einen einfachen Bruch.

### Auflösung:

Man dividire den Zähler $^1/_2$ mit dem Nenner 4, man erhält $^1/_8$, da $^1/_2 : 4 = {}^1/_8$, und deßhalb $\frac{\frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{8}$

### II. Beispiel:

Man verwandle den Bruch $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}}$ in einen einfachen Bruch.

Auflösung:

Man dividire den Zähler $^2/_3$ mit dem Nenner $^3/_4$, man erhält $^8/_9$, indem $^2/_3 : {^3/_4} = {^8/_9}$, und deßhalb $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{9}$.

III. Beispiel:

Man verwandle den Bruch $\frac{6\frac{2}{5}}{8\frac{3}{4}}$ in einen einfachen Bruch.

Auflösung:

Man richte zuerst beide Brüche ein, und setze $^{32}/_5$ anstatt $6^2/_5$, und $^{35}/_4$ anstatt $8^3/_4$, und dividire dann $^{32}/_5$ mit $^{35}/_4$, man erhält $^{128}/_{175}$, indem $^{32}/_5 : {^{35}/_4} = {^{128}/_{175}}$, und deßhalb $\frac{6\frac{2}{5}}{8\frac{3}{4}} = \frac{128}{175}$.

Anmerkung: 1) Weil man auf diese Weise allemal die gebrochenen Brüche in einfache verwandeln kann, und diese letzteren viel bequemer sind, so werden in der Folge die gebrochenen Brüche nur selten mehr vorkommen.

2) Zur Uebung in der Rechnung mit Brüchen werden in den folgenden Abschnitten mehrere Beispiele angeführt werden.

## §. 90.

### Brüche reesisch mit einander zu multipliziren.

Brüche lassen sich bequem reesisch mit einander auf diese Weise multipliziren:

1) Man ziehe eine Linie von oben nach unten, das ist, man ziehe einen Vertikalstrich.

2) Man schreibe rechts alle Brüche, die man mit einander multipliziren soll, und schreibe links den Buchstaben $x$, der das verlangte Produkt anzeigt.

3) Die gemischten Zahlen richte man ein, schreibe da, wo sie stehen, den neuen Zähler, und setze den Nenner allemal auf die andere Seite hinüber.

4) Auf beiden Seiten kann man jetzt gleiche Zahlen ausstreichen, dann gleich viel Nullen weglassen, und auch beiderseits mit der nämlichen Zahl di-

vidiren, und die Quotienten anstatt der vorigen Zahlen hinschreiben.

5) Endlich multiplizire man die rechts stehenden Zahlen mit einander, und eben so die links stehenden, und dividire das erste Produkt mit dem letzteren.

I. Beispiel:

Man multiplizire $^2/_3$ mit $^4/_5$

Auflösung:

1) Man schreibe links $x$, ziehe einen Vertikalstrich, und schreibe rechts die beiden Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$ unter einander, wie hier:

| | |
|---|---|
| $x$ | $\frac{2}{3}$ |
| | $\frac{4}{5}$ |

2) Weil da ächte Brüche sind, so streiche man rechts die Nenner 3 und 5 aus, und schreibe sie links nach $x$ unter einander, wie hier:

| | |
|---|---|
| $x$ | $\frac{2}{\not{3}}$ |
| 3 | |
| 5 | $\frac{4}{\not{5}}$ |

3) Man multiplizire 2 mit 4, und 3 mit 5, und dividire 8 mit 15, das ist, man schreibe den Quotienten bruchartig an, man erhält $\frac{8}{15}$, wie hier:

| | |
|---|---|
| $x$ | $\frac{2}{\not{3}}$ |
| 3 | |
| 5 | $\frac{4}{\not{5}}$ |
| 15 | |
| | 8 |

Daher ist $x$, oder $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.

II. Beispiel:

Man multiplizire $4\frac{1}{2}$ mit $5\frac{2}{3}$.

Auflösung:

1) Man schreibe die Brüche an, wie vorhin:

| | |
|---|---|
| $x$ | $4\frac{1}{2}$ |
| | $5\frac{2}{3}$ |

2) Man richte die Brüche ein, indem man sagt, 2 mal 4 ist 8 und 1 ist 9, wie auch, 3 mal 5 ist 15 und 2 ist 17; man schreibe anstatt der beiden gemischten Zahlen an ihrer Stelle rechts die neuen Zähler 9 und 17, und dagegen die Nenner 2 und 3 auf die linke Seite, wie hier:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x$ | $4\frac{1}{2}$ | daher | $x$ | 9 |
| | | | 2 | |
| | $5\frac{2}{3}$ | | 3 | 17 |

3) Mit 3 kann man abkürzen, indem man links 3 ausstreicht, und rechts 9 ausstreicht, und dafür den Quotienten 3 setzt, wie hier:

| | |
|---|---|
| $x$ | ~~9~~ 3 |
| 2 | |
| ~~3~~ | 17 |

4) Die rechtsstehenden Zahlen multiplizire man mit einander, mithin 17 mit 3, man bekommt 51, da 17 × 3, oder 3 mal 17 = 51 ist; das Produkt 51 dividire man mit 2, man erhält $25\frac{1}{2}$, da 51 : 2 = $25\frac{1}{2}$ wie hier:

| | |
|---|---|
| $x$ | 3 |
| 2 | 17 |
| | 51 |

```
  51 | 25½
 : 2 |
   4
 ----
  11
 : 2
  10
 ----
Rest 1
```

Es ist also $x$, oder $4\frac{1}{2} \times 5\frac{2}{3} = \frac{9}{2} \times \frac{17}{3} = \frac{9 \,.\, 17}{2 \,.\, 3} = \frac{3 \,.\, 17}{2} = \frac{51}{2} = 25\frac{1}{2}$, mithin $4\frac{1}{2} \times 5\frac{2}{3} = 25\frac{1}{2}$.

## III. Beispiel:

Man multiplizire die Zahlen 8, dann $4\frac{2}{3}$, ferner $\frac{4}{5}$ und $6\frac{1}{2}$ mit einander.

## Auflösung:

1) Man schreibe, wie vorhin, links $x$, dann rechts unter einander die gegebenen vier Zahlen, und hebe die Brüche auf, indem man sie einrichtet, und die neuen Zähler rechts, die Nenner aber links schreibt, wie hier:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x$ | 8 | daher | $x$ | 8 |
| | $4\frac{2}{3}$ | | 3 | 14 |
| | $\frac{4}{5}$ | | 5 | 4 |
| | $6\frac{1}{2}$ | | 2 | 13 |

2) Mit 2 kann man abkürzen, indem man links 2 ausstreicht, und rechts oben 4 anstatt 8 hinschreibt; dann multiplizire man die rechts stehenden Zahlen mit einander, und eben so die links stehenden, und dividire das Produkt der rechts stehenden Zahlen mit dem Produkte der links stehenden, wie hier:

| | |
|---|---|
| $x$ | 8 4, |
| 3 | 14 |
| 5 | 4 |
| 2 | 13 |
| 15 | |

die Multiplikation der rechts stehenden Zahlen

$$\begin{array}{r} 14 \\ 4 \\ \hline 56 \\ 4 \\ \hline 224 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 224 \\ 13 \\ \hline 672 \\ 224 \\ \hline 2912 \end{array}$$

Mit dem Produkte 15 dividire man das Produkt 2912,

$$\begin{array}{r|l} 2912 & \\ :15 & 194\frac{2}{15} \\ 15 & \\ \hline 141 & \\ :15 & \\ 135 & \\ \hline 62 & \\ :15 & \\ 60 & \\ \hline \text{Rest } 2 & \end{array}$$

Es ist also $8 \times 4\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times 6\frac{1}{2} = \frac{2912}{15} = 194\frac{2}{15}$.

## §. 91.

### Brüche reesisch mit einander zu dividiren.

Brüche lassen sich auch bequem reesisch mit einander auf diese Weise dividiren:

1) Man ziehe einen Vertikalstrich, schreibe links $x$ und den Divisor, und schreibe rechts den Dividend.

2) Man hebe, wie es im vorigen §. bei der Multiplikation geschehen ist, die Brüche auf, setze allemal auf ihre Seite die neuen Zähler, die man bei der Einrichtung erhält, und auf die andere Seite die Nenner.

3) Am Ende, wenn man nichts verkleinern kann, oder nichts abkürzen will, multiplizire man die Zahlen rechts mit einander, und eben so die Zahlen links, und dividire das Produkt der rechts stehenden Zahlen mit dem Produkte der links stehenden Zahlen.

#### I. Beispiel:

Man dividire $\frac{2}{5}$ mit $\frac{3}{4}$.

#### Auflösung:

1) Man schreibe links $x$, und darunter den Divisor $\frac{3}{4}$, und rechts den Dividend $\frac{2}{5}$, wie hier:

$$\begin{array}{r|l} x & \frac{2}{5} \\ \frac{3}{4} & \end{array}$$

2) Man hebe die Brüche auf, indem man die Nenner ausstreicht, und allemal auf die andere Seite hinüber setzt:

$$\begin{array}{r|l} x & \frac{2}{\not{5}} \\ \frac{3}{\not{4}} & 4 \\ 5 & \end{array}$$

3) Man multiplizire rechts 2 mit 4, und links

3 mit 5, und dividire 8 mit 15, man erhält $\frac{8}{15}$ als den verlangten Quotienten, wie man hier sieht:

$$\begin{array}{r|l} x & \frac{2}{5} \\ \frac{3}{4} & \frac{4}{8} \\ \frac{5}{15} & \end{array}$$

Mithin erhält man $\frac{8}{15}$, das ist, $x$ oder $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{8}{15}$; also $\frac{2}{5}$, dividirt durch $\frac{3}{4}$, gibt zum Quotienten den Bruch $\frac{8}{15}$.

II. Beispiel:

Man dividire 8 mit $\frac{5}{6}$.

Auflösung:

1) Man ziehe den Vertikalstrich, schreibe links $x$, und den Divisor $\frac{5}{6}$, und rechts den Dividend 8, wie hier:

$$\begin{array}{r|l} x & 8 \\ \frac{5}{6} & \end{array}$$

2) Man hebe den Bruch auf, indem man links den Nenner 6 ausstreicht, und ihn rechts unter 8 als Faktor schreibt, und dann multiplizire man 8 mit 6, und dividire das Produkt 48 mit 5, man erhält $\frac{48}{5}$, was, wenn man die Ganzen herauszieht, eben so viel gilt als $9\frac{3}{5}$, wie man hier sieht:

$$\begin{array}{r|l} x & 8 \\ \frac{5}{6} & 6 \\ \hline 5 & 48, \text{ also } x = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}, \end{array}$$

das ist, $8 : \frac{5}{6} = 9\frac{3}{5}$; oder 8, dividirt mit $\frac{5}{6}$, gibt zum Quotienten die Zahl $9\frac{3}{5}$.

III. Beispiel:

Man dividire $5\frac{2}{3}$ mit $6\frac{1}{2}$.

**Auflösung:**

1) Man ziehe den Vertikalstrich, schreibe links $x$, und den Divisor $6\frac{1}{2}$, und rechts den Dividend $5\frac{2}{3}$, wie hier:

$$\begin{array}{r|l} x & 5\frac{2}{3} \\ 6\frac{1}{2} & \end{array}$$

2) Man hebe die Brüche auf, und sage, 2 mal 6 ist 12 und 1 ist 13, man schreibe 13 links, und rechts den Nenner 2; ferner, 3 mal 5 ist 15 und 2 ist 17, man schreibe rechts 17 und den Nenner 3 links, wie hier:

$$\begin{array}{r|l} x & 5\frac{2}{3} \\ & \\ 6\frac{1}{2} & \end{array} \quad \text{daher} \quad \begin{array}{r|l} x & 17 \\ 13 & 2 \\ 3 & \end{array}$$

3) Man multiplizire rechts 17 mit 2, und links 13 mit 3, und dividire 34 mit 39, man erhält den Bruch $\frac{34}{39}$ als den verlangten Quotienten, wie hier:

$$\begin{array}{r|l} x & 17 \\ 13 & 2 \\ 3 & \\ \hline 39 & 34, \text{ also ist } x = \frac{34}{39}; \end{array}$$

das heißt, $5\frac{2}{3} : 6\frac{1}{2} = \frac{34}{39}$; oder $5\frac{2}{3}$, dividirt mit $6\frac{1}{2}$, gibt zum Quotienten die Zahl $\frac{34}{39}$.

Anmerkung: 1) Bei den vier Rechnungsarten mit Brüchen wird die Probe eben so gemacht, wie bei den ganzen Zahlen; daher dienen sich auch da die Addition und Subtraktion, und die Multiplikation und Division wechselweise zur Probe.

2) Wie man vorstehende reesische Multiplikations- und Divisions-Art brauchen kann, wird man noch mehr bei der Anwendung in den folgenden Abschnitten ersehen.

# IV. Hauptstück.

## Anwendung der vier Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen zur Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regeldetri, und auf verschiedene im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfälle.

---

## I. Abschnitt.

### Die Auflösung der verschiedenen Aufgaben der Regeldetri.

### §. 92.

### Die Auflösung der Aufgaben der einfachen geraden Regeldetri.

I. Beispiel:

Wenn man $3\frac{1}{2}$ Ellen für 7 Kreuzer kaufen kann, wie viel erhält man für 48 Kreuzer?

I. Auflösung:

1) Nach dem gewöhnlichen Regeldetri-Ansatze schreibe man an, und setze an die vierte Stelle $x$?, zum Zeichen, daß man Ellen sucht:

| kr. | Ellen | kr. | Ellen |
|---|---|---|---|
| 7 | $3\frac{1}{2}$ | 48 | $x$? |

2) Weil Waare und Zahlung dafür im geraden Verhältnisse zu einander stehen (§. 60. Nr. 3.), so richte man den Bruch ein, und sage, 3 mal 2 ist 6

und 1 ist 7, man schreibe 7 unter $3\frac{1}{2}$ und den Nenner 2 links unter das erste Glied 7, wie hier:

| kr. | Ellen | kr. | Ellen |
|---|---|---|---|
| 7 | $3\frac{1}{2}$ | 48 | $x$? |
| 2 | 7 | | |

3) Man multiplizire 48 mit 7, und dann links 7 mit 2, und dividire das Produkt 336 mit 14;

| kr. | Ellen | kr. | Ellen |
|---|---|---|---|
| 7 | $3\frac{1}{2}$ | 48 | $x$? |
| ×2 | 7 | ×7 | |
| 14 | | 336 | |

also 336 : 14 | 24 Ellen
28
56
56

$$\begin{array}{r|l} 336 & 24 \text{ Ellen} \\ :14 & \\ 28 & \\ \hline 56 & \\ :14 & \\ 56 & \\ \hline \end{array}$$

Für 48 kr. bekommt man also 24 Ellen.

II. Auflösung:

Will man sich die Vortheile der reesischen Rechnung mittelst angebrachter Abkürzungen eigen machen, so verfahre man, weil hier die Größen zu einander im geraden Verhältnisse stehen, auf diese Weise:

1) Man ziehe den Vertikalstrich, schreibe links $x$ oder das Ellenzeichen, und rechts hinüber 48 kr.; ferner schreibe man links unter $x$ oder unter das Ellenzeichen 7 kr. und rechts hinüber $3\frac{1}{2}$ Ellen, so daß es heißt: wie viel Ellen bekommt man für 48 kr., wenn man für 7 Kreuzer $3\frac{1}{2}$ Ellen erhält?

$$\begin{array}{r|l} \text{Ellen } x? & 48 \text{ kr.} \\ \text{kr. } 7 & 3\frac{1}{2} \text{ Ellen} \end{array}$$

2) Man hebe rechts den Bruch auf, indem man sagt, 3 mal 2 ist 6 und 1 ist 7, man schreibe 7 rechts und den Nenner 2 links, und streiche zur Abkürzung auf beiden Seiten, 7 aus, wie hier:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Ellen $x$? | 48 kr. | daher | $x$? | 48 |
| kr. 7 | $3\,^1/_2$ Ellen | | ~~7~~ | ~~7~~ |
| | | | 2 | |

3) Weil nichts zum Multipliziren da ist, so dividire man die rechtsstehende Zahl 48 mit der linksstehenden Zahl 2, man erhält 24 als den Quotienten, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| $x$? | 48 | |
| ~~7~~ | ~~7~~ | |
| 2 | | |
| 2 | ~~48~~ | 24 Ellen |
| | : ~~22~~ | |

Um 48 kr. bekommt man also unter dieser Bedingung wieder 24 Ellen.

Zur Probe sage man umgekehrt: um 48 kr. bekommt man 24 Ellen, wie viel erhält man um 7 kr.?

Deßwegen setze man an:

| kr. | Ellen | kr. | Ellen |
|---|---|---|---|
| 48 | 24 | 7 | $x$? |
| | ×7 | | |
| | 168 | | |

daher

| | |
|---|---|
| 168 | |
| : 48 | $3\frac{24}{48}$ Ellen |
| 144 | |
| 24 | |

Um 7 kr. bekommt man also $3\,^{24}/_{48}$ oder $3\,^1/_2$ Ellen, weil man den Bruch $^{24}/_{48}$ mit 24 verkleinern kann.

Reesisch kann man die Probe auch so machen, wenn man am Vertikalstrich ansetzt:

| | | |
|---|---|---|
| Ellen $x$? | 7 kr. | |
| kr. 48 | 24 Ell. | |
| | 168 | |
| | : 48 | $3\,^{24}/_{48}$ Ell. $= 3\,^1/_2$ Ell. |
| | 144 | |
| | 24 | |

Für 7 kr. erhält man also wieder $3\frac{1}{2}$ Ellen. Weil 48 und 24 durch mehrere Zahlen theilbar sind, so hätte man auch mit einem gemeinschaftlichen Maaße dividiren, und dadurch die Arbeit abkürzen können.

## II. Beispiel:

Für 6 Pfund zahlt man 21 fl., wie viel ist für $30\frac{3}{4}$ Pfund zu zahlen?

### I. Auflösung:

| Pf. | fl. | Pf. | fl. |
|---|---|---|---|
| 6 | 21 | $30\frac{3}{4}$ | $x$ |
| ×4 | | ×4 | |
| 24 | | 123 | |
| | | ×21 | |
| | | 123 | |
| | | 246 | |
| | | 2583 | |

daher 2583 : 24 | $107\frac{15}{24} = 107\frac{5}{8}$ fl.

183
: 24
168
Rest 15

wenn man nämlich den Bruch $\frac{15}{24}$ mit 3 verkleinert.

$30\frac{3}{4}$ Pfund kosten also $107\frac{5}{8}$ fl., oder 107 fl. 37 kr. 4 hl.

Bei dieser Auflösung hat man, da die Größen zu einander im geraden Verhältnisse stehen, zuerst den Bruch $30\frac{3}{4}$ eingerichtet, und dafür den Bruch $\frac{123}{4}$ gesetzt; um diesen aufzuheben, hat man den Nenner 4 links zum ersten Gliede 6 als Faktor geschrieben, dann 123 mit 21, und 6 mit 4 multiplizirt, und endlich 2583 mit 24 dividirt.

### II. Auflösung:

Man setze die Aufgabe reesisch an, hebe den

Bruch auf, und dividire dann das Produkt der rechts stehenden Zahlen mit dem Produkte der links stehenden Zahlen, wie hier:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| fl. $x$? | $30\,^3/_4$ Pf. | daher | fl. $x$? | 123 |
| Pf. 6 | 21 fl. | | 6 | 4 |
| | | | 4 | 21 |
| und 2583 | $107\,^{15}/_{24}$ fl. | | 24 | 123 |
| : 24 | $= 107\,^5/_8$ fl. | | | 246 |
| | | | | 2583 |

Zur Probe sage man umgekehrt: $30\,^3/_4$ Pfund kosten $107\,^5/_8$ fl., was kosten 6 Pfund?

Hier richte man zuerst beide Brüche ein, indem man $^{123}/_4$ anstatt $30\,^3/_4$, und $^{861}/_8$ anstatt $107\,^5/_8$ setzt; den Nenner 4 des ersten Gliedes setze man zu den mittleren Gliedern als Faktor, und den Nenner 8 des mittleren Gliedes setze man zum ersten Gliede als Faktor, dann multiplizire man die zwei mittleren Glieder mit einander, und dividire das Produkt mit dem ersten Gliede, wie hier:

| Pf. | fl. | Pf. | fl. |
|---|---|---|---|
| $30\,^3/_4$ | $107\,^5/_8$ | 6 | $x$? |
| ×4 | ×8 | | |
| 123 | 861 | also 20664 | |
| ×8 | ×4 | : 984 | 21 fl. |
| 984 | 3444 | 1968 | |
| | ×6 | 984 | |
| | 20664 | : 984 | |
| | | 984 | |
| | | — | |

6 Pfund kosten also wieder 21 fl.

### III. Beispiel:

Wenn $2\,^1/_2$ Ellen $18\,^5/_6$ fl. kosten, was kosten $6\,^3/_4$ Ellen?

### I. Auflösung:

Hier hat man wieder eine Aufgabe der einfa-

chen geraden Regeldetri, weil man desto mehr zahlen muß, je mehr man Waare kauft (§. 60. Nr. 3.); daher setze man an:

| Ellen | fl. | Ellen | fl. |
|---|---|---|---|
| $2\frac{1}{2}$ | $18\frac{5}{6}$ | $6\frac{3}{4}$ | $x$? |
| $\times 2$ | $\times 6$ | $\times 4$ | |
| 5 | 113 | 27 | |
| $\times 6$ | $\times 2$ | | |
| 30 | 226 | | |
| $\times 4$ | $\times 27$ | | |
| 120 | 1582 | | |
| | 452 | | |
| | 6102 | | |

| | | |
|---|---|---|
| daher | 6102 : 120 | $50\frac{102}{120}$ fl. |
| | 600 | |
| | 102 | |

$6\frac{3}{4}$ Ellen kosten also $50\,{}^{102}/_{120}$ fl., oder $50\,{}^{17}/_{20}$ fl. = 50 fl. 51 kr., weil man den Bruch ${}^{102}/_{120}$ mit 3 und dann mit 2, oder, was eines ist, mit 6 verkleinern kann, und der 20ste Theil eines Guldens ein Groschen ist, somit ${}^{17}/_{20}$ fl. in Kreuzern 51 kr. geben.

Man hat nämlich hier wieder zuerst die drei Brüche aufgehoben, und ${}^{5}/_{2}$ anstatt $2\frac{1}{2}$, dann ${}^{113}/_{6}$ anstatt $18\frac{5}{6}$, und ${}^{27}/_{4}$ anstatt $6\frac{3}{4}$ gesetzt; den Nenner des ersten Gliedes 2 hat man als Faktor zu den mittleren Gliedern gesetzt, und die Nenner 6 und 4 hat man links zum ersten Gliede als Faktoren gesetzt; hierauf wurden links die Zahlen 5, dann 6 und 4 mit einander multiplizirt, und rechts multiplizirte man die Zahlen 113, dann 2 und 27 mit einander, und endlich wurde das Produkt 6102 mit dem Produkte 120 dividirt, wodurch die verlangte Zahl $50\,{}^{102}/_{120}$ fl. oder $50\,{}^{17}/_{20}$ fl. zum Vorscheine kam.

## II. Auflösung:

In reesischer Form setze man an: was kosten $6\frac{3}{4}$ Ellen, wenn $2\frac{1}{2}$ Ellen $18\frac{5}{6}$ fl. kosten?

| | |
|---|---|
| fl. $x$? | $6\,^3/_4$ Ellen, daher |
| Ellen $2\,^1/_2$ | $18\,^5/_6$ fl. |

| | |
|---|---|
| fl. $x$? | $\frac{27}{4}$ |
| $\frac{5}{2}$ | $\frac{113}{6}$ |
| 4<br>6 | 2 |

verkleinert mit 2 und 3:

| | |
|---|---|
| fl. $x$? | $\frac{27}{4}$ |
| $\frac{5}{2}$ | $\frac{113}{6}$ |
| 4<br>6<br>2<br>2 | 2<br>9 |
| 20 | 1017 |

daher 1017 : 20 = $50\,^{17}/_{20}$ fl.
100
Rest 17

Es kosten also $6\,^3/_4$ Ellen wieder $50\,^{17}/_{20}$ fl., oder 50 fl. 51 kr.

Zur Probe sage man: $6\,^3/_4$ Ellen kosten $50\,^{17}/_{20}$ fl., was kosten 21 Ellen?

Daher setze man an:

| Ell. | fl. | Ell. | fl. |
|---|---|---|---|
| $6\,^3/_4$ | $50\,^{17}/_{20}$ | $2\,^1/_2$ | $x$? |
| ×4 | ×20 | ×2 | |
| 27 | 1017 | 5 | |
| ×20 | ×4 | | |
| 540 | 4068 | | |
| ×2 | ×5 | | |
| 1080 | 20340 | | |

daher 20340 : 1080 = $18\,^{90}/_{108}$ fl.
108
954
: 108
864
90

$2\,^1/_2$ Ellen kosten also wieder $18\,^{90}/_{108}$ fl., oder $18\,^{10}/_{12}$ fl. = $18\,^5/_6$ fl., weil man den Bruch $^{90}/_{108}$

mit 9, und den neuen Bruch $^{10}/_{12}$ mit 2 verkleinern kann, wodurch man den Bruch $^{5}/_{6}$ anstatt $^{90}/_{108}$ erhält.

Man könnte auch nach reesischer Form die Probe dadurch machen, daß man ansetzt: was kosten $2^{1}/_{2}$ Ellen, wenn $6^{3}/_{4}$ Ellen $20^{17}/_{20}$ fl. kosten?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| fl. x? | $2^{1}/_{2}$ Ellen | daher | fl. x? | $\frac{5}{2}$ |
| Ellen $6^{3}/_{4}$ | $50^{17}/_{20}$ fl. | | $\frac{27}{4}$ | $\frac{1017}{20}$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ferner | fl. x? | ~~5~~ | und | 1017 | $18^{45}/_{54}$ fl. |
| | 27 | 1017 | | : 54 | |
| | 2 | | | 54 | |
| | ~~20~~ | ~~4~~ | | 477 | |
| | ~~4~~ | 1017 | | : 54 | |
| | 54 | | | 432 | |
| | | | | 45 | |

$2^{1}/_{2}$ Ellen kosten also wieder $18^{45}/_{54}$ fl. oder $18^{5}/_{6}$ fl., da man den Bruch $^{45}/_{54}$ mit 9 verkleinern kann.

Anmerkung: 1) Weil früherhin bei der Rechnung mit ganzen Zahlen die Auflösung von Aufgaben der einfachen geraden Regeldetri schon vorgekommen ist, so ist es auch von daher schon bekannt, daß man die mittlern zwei Glieder mit einander multipliziren, und das Produkt mit dem ersten Gliede dividiren muß, um das vierte unbekannte Glied zu erhalten.

2) Bei den Auflösungen setze ich das Zeichen der Multiplikation (×), und das der Division (:) öfters bei, damit man sich besser auskennt, und man auch weiß, welche Rechnungsarten vorgenommen werden.

3) Daß man die bei diesen Beispielen vorkommenden Brüche auf die angezeigte Weise verkleinern kann, erkennt man aus den hierüber im §. 79. und im §. 81. aufgestellten Regeln, was auch in der Folge bei den Verkleinerungen der Brüche der Fall seyn wird.

4) Wenn man es deutlicher findet, so kann man beim gewöhnlichen Regeldetri-Ansatze, wo die reesische Form nicht vorkommt, zwischen dem ersten und zweiten Gliede eine Linie von oben nach unten, das ist, einen

Vertikalstrich ziehen; es sind dann die rechts stehenden Zahlen mit einander zu multiplizirten, und das erhaltene Produkt ist durch das Produkt der links stehenden Zahlen zu dividirtn.

## §. 93.

## Die Auflösung der verkehrten einfachen Regeldetri.

### I. Beispiel:

Wenn sich 8 Personen von einem gewissen Vorrathe von Lebensmitteln $3\,^1/_2$ Wochen ernähren können; wie lange können sich davon 16 Personen ernähren?

### I. Auflösung:

Wenn man rücksichtlich der Rechnung die vorige Ordnung beibehalten, und wieder das zweite Glied mit dem dritten multiplizieren, und das Produkt mit dem ersten Gliede dividiren will, so verfahre man auf diese Weise:

1) An die Stelle des zweiten und dritten Gliedes setze man die zwei Bedingungsglieder, und schreibe in die Mitte: wenn 8 Personen sich nähren $3\,^1/_2$ Woche; indem hier das umgekehrte Verhältniß da ist, je mehr es nämlich Personen sind, desto weniger Zeit haben sie daran. (§. 60. Nr. 4.)

| Personen | Wochen |
|---|---|
| 8 | $3\,^1/_2$ |

2) Links an die erste Stelle schreibe man: „16 Personen," und rechts am Ende schreibe man: „$x$ Wochen," daß so die Fragglieder an die äusseren Stellen kommen, wie hier:

| Pers. | Pers. | Woch. | Woch. |
|---|---|---|---|
| 16 | 8 | $3\,^1/_2$ | $x$? |

3) Jetzt verfahre man ganz, wie vorhin bei der geraden Regeldetri, man hebe demnach den Bruch auf, indem man $^7/_2$ anstatt $3\,^1/_2$ setzt, und schreibe 7 an die Stelle des Bruches, den Nenner 2 aber als Faktor zum ersten Gliede 16, man multiplizire 8

mit 7, dann 16 mit 2, und dividire das Produkt 56 mit 32, man erhält $1^{24}/_{32}$ oder $1^{3}/_{4}$ Wochen, weil man den Bruch $^{24}/_{32}$ mit 8 abkürzen kann, wie hier:

| Pers. | Pers. | Woch. | Woch. |
|---|---|---|---|
| 16 | 8 | $3^{1}/_{2}$ | $x$? |
| ×2 | ×7 | ×2 | |
| 32 | 56 | 7 | |

daher 56 : 32 = $1^{24}/_{32}$ oder
32 — $1^{3}/_{4}$ Wochen.
Rest 24

Unter dieser Bedingung können sich also 16 Personen $1^{3}/_{4}$ Wochen ernähren.

II. Auflösung:

1) Wenn man die Vortheile des reesischen Ansatzes benützen will, so schreibe man links am Vertikalstrich die beiden Fragglieder unter einander, indem man sagt: wie lange haben daran 16 Personen? Und rechts setze man die zwei Bedingungsglieder, bei welchen man sagt: wenn sich davon 8 Personen $3^{1}/_{2}$ Wochen ernähren:

| | | |
|---|---|---|
| Woch. | $x$? | 8 Personen |
| Pers. | 16 | $3^{1}/_{2}$ Wochen |

2) Man verfahre, wie vorhin, richte den Bruch ein, und hebe ihn auf; man verkleinere dann mit 8, multiplizire rechts und links, und dividire das rechtsstehende Produkt mit dem links stehenden, wie hier:

| | |
|---|---|
| $x$? | 8 |
| 16 | $3^{1}/_{2}$ |

daher

| | |
|---|---|
| $x$? | ~~8~~ |
| ~~16~~ | 7 |
| 2 | 7 |
| 2 | |
| 4 | |

und 7 : 4 = $1^{3}/_{4}$ Wochen
4
Rest 3

16 Personen haben also wieder daran $1^{3}/_{4}$ Wochen.

Zur Probe kehre man die Aufgabe um, und sage: wenn 16 Personen den Vorrath in $1\frac{3}{4}$ Wochen verzehren, wie lange haben daran 8 Personen?

| Personen | Wochen |
|---|---|
| 16 | $1\frac{3}{4}$ |

ferner:

| Pers. | Pers. | Woch. | Woch. |
|---|---|---|---|
| 8 | 16 | $1\frac{3}{4}$ | $x$? |
| ×4 | ×7 | ×4 | |
| 32 | 112 | 7 | |

daher 112 : 32 | $3\frac{16}{32} = 3\frac{1}{2}$ Wochen
96
16

8 Personen haben also wieder daran $3\frac{16}{32}$ oder $3\frac{1}{2}$ Wochen, weil man den Bruch $\frac{16}{32}$ mit 16 abkürzen kann.

Die Probe kann man auch reesisch machen, wenn man am Vertikalstriche links die jetzigen Frageglieder unter einander setzt, und sagt: wie lange haben daran 8 Personen? Und rechts die jetzigen Bedingungsglieder; indem man ferner sagt: wenn 16 Personen sich davon ernähren können $1\frac{3}{4}$ Wochen?

| Woch. $x$? | 16 Pers. |
|---|---|
| Pers. 8 | $1\frac{3}{4}$ Woch. |

daher

| | |
|---|---|
| $x$? | ~~16~~ 2 |
| ~~8~~ | 7 |
| ~~4~~ | |
| 2 | ~~4~~ |
| 2 | 7, also $\frac{7}{2}$ Wochen |

8 Personen können sich also $\frac{7}{2}$ oder $3\frac{1}{2}$ Wochen davon ernähren.

## II. Beispiel:

Wenn das Schäffel Waitzen 8 Gulden 30 kr. kostet, so soll ein Zwei-Pfenning-Brod $7\frac{1}{2}$ Loth wägen; wie schwer wird es seyn, wenn das Schäffel 12 fl. kostet?

### I. Auflösung:

Hier findet das umgekehrte Verhältniß statt, je mehr nämlich das Getraid gilt, desto leichter wird das Brod (§. 60. Nr. 4.); man setze, wie vorhin an, mache aber alle Gulden zu Kreuzern, und verfahre auf die vorige Art:

| Guld. | Guld. | kr. | Loth | Loth |
|---|---|---|---|---|
| 12 | 8 | 30 | $7\frac{1}{2}$ | $x$? |
| ×60 | ×60 | | ×2 | |
| 720 kr. | 480 | | 15 | |
| ×2 | +30 | | | |
| 1440 | 510 kr. | | | |
| | ×15 | | | |
| | 2550 | | | |
| | 510 | | | |
| | 7650 | | | |

daher 765ø : 144ø | $5\frac{45}{144}$ Loth
720
Rest 45

Dasselbe wird also jetzt $5\frac{45}{144}$ Loth, oder $5\frac{5}{16}$ Loth schwer seyn, weil man den Bruch $\frac{45}{144}$ mit 9 abkürzen kann.

### II. Auflösung:

Weil 30 Kreuzer die Hälfte eines Guldens sind, so kann man $\frac{1}{2}$ fl. anstatt 30 kr. setzen; daher schreibe man reesisch:

| Loth $x$? | | ferner | Loth $x$? | $8\frac{1}{2}$ fl. |
|---|---|---|---|---|
| fl. 12 | | | fl. 12 | $7\frac{1}{2}$ L. |

daher

| | |
|---|---|
| $x$? | 17 / 2 (gestrichen) |
| 12 | |
| 2 | 15 / 2 (gestrichen) |
| 2 | |

und, wenn man mit 3 verkleinert:

| | |
|---|---|
| $x$? | 17 |
| 4 | 5 |
| 2 | 85, also $\frac{85}{16} = 5\frac{5}{16}$ Loth |
| 2 | |
| 16 | |

Da 85, mit 16 dividirt, zum Quotienten $5\,^5/_{16}$ gibt. Dasselbe ist demnach wieder $5\,^5/_{16}$ Loth schwer.

Zur Probe sage man umgekehrt: wenn beim Preise des Schäffels zu 12 fl. das Brod $5\,^5/_{16}$ Loth schwer ist, wie schwer ist es beim Preise des Schäffels von 8 fl. 30 kr.?

| fl. | kr. | fl. | Loth | Loth |
|---|---|---|---|---|
| 8 | 30 | 12 | $5\,^5/_{16}$ | $x$? |
| ×60 | | ×60 | ×16 | |
| 480 | | 720 | 85 | |
| +30 | | ×85 | | |
| 510 kr. | | 3600 | | |
| ×16 | | 5760 | | |
| 3060 | | 61200 | | |
| 510 | | | | |
| 8160 | | | | |

daher $612\not{0}$ : $816\not{0}$ | $7\,^{408}/_{816}$ Loth
5712
Rest 408

Es wird also beim Preise des Schäffels zu 8 fl. 30 kr. das Brod wieder $7\frac{408}{816}$ oder $7\,^1/_2$ Loth schwer seyn, weil man den Bruch $^{408}/_{816}$ mit 408 verkleinern kann, indem 816 durch 408 theilbar ist (§. 81.).

Wenn man $8\,^1/_2$ fl. anstatt 8 fl. 30 kr. schreibt, so kann man reesisch die Probe auch auf diese Weise machen, wenn man sagt: wie schwer wird das Brod seyn beim Preise des Schäffels zu 8 fl. 30 kr. oder $8\,^1/_2$ fl., wenn es beim Preise von 12 Gulden $5\,^5/_{16}$ Loth schwer ist?

Loth $x$? | 12 fl. daher $x$? | 12
fl. $8\,^1/_2$ | $5\,^5/_{16}$ Loth $^{17}/_2$ | $^{85}/_{16}$

| | |
|---|---|
| $x$? | 12 |
| 17 | 85 |
| 16 | 2 |

und dann durch Abkürzung mit 4 und 2:

| | |
|---|---|
| $x$? | 3 |
| 17 | 85 |
| ~~4~~ | ~~2~~ |
| 2 | 255 |
| 34 | |

Dividirt man endlich 255 mit 34, so erhält man wieder als die gesuchte Schwere des Brodes $7\,^{17}/_{34}$ oder $7\,^{1}/_{2}$ Loth, weil man den Bruch $^{17}/_{34}$ mit 17 abkürzen kann:

| | |
|---|---|
| 255 | |
| : 34 | $7\,^{17}/_{34} = 7\,^{1}/_{2}$ Loth |
| 238 | |
| Rest 17 | |

## III. Beispiel:

Jemand braucht zu einem Kleide 5 Ellen Tuch, wenn das Tuch eine Breite von 2 Ellen hat; wie viel Tuch braucht man dazu, wenn es nur $^{3}/_{4}$ Ellen breit ist?

## I. Auflösung:

Hier findet auch das verkehrte Verhältniß statt, da man desto mehr Tuch braucht, je schmäler oder weniger breit es ist; daher schreibe man: wenn zu einer Breite von 2 Ellen 5 Ellen Tuch erfordert werden, wie viel braucht man bei einer Breite von $^{3}/_{4}$ Ellen?

| Ellen Breite | Ellen |
|---|---|
| 2 | 5 |

ferner

| Ell. Breite | Ell. Breite | | Ellen | | Ellen |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{3}{4}$ | 2 | | 5 | | $x$? |
| | ×5 | also | 40 | | |
| | 10 | | : 3 | | $13\frac{1}{3}$ Ellen. |
| | ×4 | | 3 | | |
| | 40 | | 10 | | |
| | | | : 3 | | |
| | | | 9 | | |
| | | Rest | 1 | | |

Man braucht demnach dazu $13\frac{1}{3}$ Ellen, wenn es nur $\frac{3}{4}$ Ellen breit ist.

II. Auflösung:

Wegen des umgekehrten Verhältnisses schreibe man reesisch an:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Ell. $x$? | 2 E. Br. | daher | 40 | |
| Ell. Br. $\frac{3}{4}$ | 5 | | : 3 | $13\frac{1}{3}$ Ell. |
| | 4 | | 3 | |
| 3 | 40 | | 10 | Man braucht |
| | | | : 3 | also wieder |
| | | | 9 | $13\frac{1}{3}$ Ellen. |
| | | Rest | 1 | |

Zur Probe sage man umgekehrt: wie viel Tuch braucht man bei einer Breite von 2 Ellen, wenn man $13\frac{1}{3}$ Ellen braucht bei einer Breite von $\frac{3}{4}$ Ellen?

Man setze an: Ell. Br. $\frac{3}{4}$ — Ell. $13\frac{1}{3}$

| ferner: Ell. Br. | Ell. Br. | Ell. | Ell. |
|---|---|---|---|
| 2 | $\frac{3}{4}$ | $13\frac{1}{3}$ | $x$? |
| ×4 | | ×3 | |
| 8 | | 40 | |
| ×3 | | ×3 | |
| 24 | | 120 | |

| | | |
|---|---|---|
| weßwegen | 120 | |
| | : 24 | 5 Ellen |
| | 120 | |

—

Man braucht also 5 Ellen bei einer Breite von 2 Ellen.

Reesisch kann man die Probe auch so machen:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| E. $x$? | $^3/_4$ Ell. B. | daher | $x$? | $\frac{3}{4}$ |
| Br. Ell. 2 | $13\,^1/_3$ | | 2 | 40 |
| | | | 4 | 3 |
| | | | 3 | |
| | | | 8 | 40 |

| | |
|---|---|
| Weßwegen wieder 40 | 5 Ellen |
| : 8 | |

Man braucht demnach wieder 5 Ellen.

Anmerkung: 1) Weil bei ganzen Zahlen auch schon die Auflösung der Aufgaben der einfachen verkehrten Regeldetri vorgekommen ist, so war hier die Wiederholung der dort angeführten Regeln nicht mehr nöthig.

2) Der gegenwärtige Ansatz, wo die zwei Bedingungsglieder als die mittleren, und die zwei Frageglieder als die äusseren Glieder geschrieben werden, ist bequemer, als der bei ganzen Zahlen gezeigte Ansatz, wo man bei der verkehrten Regeldetri das erste Glied mit dem zweiten multipliziren, und das Produkt mit dem ersten dividiren mußte. Man darf sich bei der Auflösung der Aufgaben der einfachen verkehrten Regeldetri nur die Regel merken, daß man allemal, um die gesuchte Zahl zu finden, die zwei Bedingungsglieder mit einander multipliziren, und das erhaltene Produkt mit dem bekannten Fragegliede dividiren muß.

3) Wie die Auflösung sämmtlicher Regeldetri=Aufgaben in der Gestalt der geometrischen Proportion gemacht wird, zeige ich nicht mehr, theils damit dieses Volks=Rechenbuch nicht zu weitläufig wird, theils aber auch und vorzüglich deßwegen, weil man sich an die strengen Schulformen ungerne gewöhnt.

Wer darnach rechnen will, den verweise ich, wie ich es bereits in der Vorrede bemerkte, auf den I. und II. Theil meines Lehrbuches der Arithmetik, Kempten bei Tobias Dannheimer.

4) Auch hier könnte man, wie es in der vierten Anmerkung des §. 92. bemerkt worden ist, der Deutlichkeit wegen beim gewöhnlichen Regeldetri-Ansatze, wo die reesische Form nicht vorkommt, zwischen dem ersten und zweiten Gliede einen Vertikalstrich ziehen.

## §. 94.

## Die zusammengesetzte gerade Regeldetri.

### I. Beispiel:

Wenn 200 fl. Kapital in 1 Jahre zu 5 Prozent 10 fl. Zins geben; welchen Zins geben 600 fl. Kapital in 6 Jahren zu $4\frac{1}{2}$ Prozent?

### I. Auflösung:

Kapital, Zeit, und Prozente stehen mit dem zu bestimmenden Zinse im geraden Verhältnisse; denn je größer das Kapital ist, je längere Zeit es angelegt wird, und je mehr Zins man jährlich vom Hundert bezahlt, desto mehr Zins erhält man. (§. 60. Nr. 3.)

1) Daher schreibe man links an die Stelle des ersten Gliedes die Bedingungsglieder unter einander, welche das Kapital von 200 fl., dann die Zeit von 1 Jahre, und die 5 Prozente ausdrücken, wie hier:

| | |
|---|---|
| Kap. | fl. 200 |
| Jahr | 1 |
| Proz. | 5 |

2) Rechts an die Stelle des zweiten Gliedes schreibe man den bekannten Zins, also die 10 fl., wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| Kap. | fl. 200 | 10 fl. Zins |
| Jahr | 1 | |
| Proz. | 5 | |

3) An die Stelle des dritten Gliedes schreibe man die Frageglieder 600 fl. Kap., dann 6 Jahr, und $4\frac{1}{2}$ Proz., und an die Stelle des vierten Gliedes schreibe man den gesuchten Zins $x$ fl.?

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Kap. | 200 | 10 fl. Z. | K. fl. | 600 | Z. fl. x? |
| Jahr | 1 | | Jahr | 6 | |
| Proz. | 5 | | Proz. | $4\frac{1}{2}$ | |

4) Man richte den Bruch ein, setze $\frac{9}{2}$ anstatt $4\frac{1}{2}$, und schreibe den Nenner 2 als Faktor zum ersten Gliede; dann multiplizire man mit einander die Faktoren der zwei mittleren Glieder, nämlich 600, dann 6, ferner 9 und 10, und thue eben dieses bei den Faktoren des ersten Gliedes, nämlich bei 200, dann bei 1, ferner bei 5 und bei 2, und dividire das erste Produkt 324000 mit dem Produkte 2000, es gibt der gefundene Quotient 162 fl. den verlangten Zins; wie man hier sieht:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Kap. fl. | 200 | 10 fl. Z. | K. fl. | 600 | Z. fl. x? |
| Jahr | 1 | | Jahr | 6 | |
| Proz. | 5 | | Proz. | 9 | |
| | 2 | | | 2 | |

| dann | daher |
|---|---|
| 200 | 600 |
| ×1 | ×6 |
| 200 | 3600 |
| ×5 | ×9 |
| 1000 | 32400 |
| ×2 | ×10 |
| 2000 zweites Produkt; | 324000 erstes Produkt; |

endlich

| | |
|---|---|
| 1 | |
| 324000 | 162 fl. |
| : 2000 | |

Es geben also 600 fl. Kapital in 6 Jahren zu $4\frac{1}{2}$ Prozent unter der gesetzten Bedingung 162 fl. Zins.

## II. Auflösung:

Will man nach reesischer Form durch Abkürzung oder Verkleinerung die Auflösung vornehmen, so verfahre man auf diese Weise:

1) Man mache den Vertikalstrich, setze links

„x fl. Zins,“ und rechts die Fragеglieder „600 fl. Kap., dann 6 Jahr und $4\frac{1}{2}$ Proz.“ unter einander.

2) Links setze man in eben dieser Ordnung die gleichnamigen Bedingungsglieder „200 fl. Kap., dann 1 Jahr und 5 Proz.“, und rechts hinüber den bekannten Zins, nämlich die 10 fl.

3) Rechts und links streiche man zur Abkürzung nach Aufhebung des Bruches gleich viel Nullen und die nämlichen Zahlen aus, und dividire, wenn es angeht, mit der nämlichen Zahl.

4) Endlich multiplizire man die Zahlen rechts und die Zahlen links mit einander, und man dividire das Produkt der rechtsstehenden Zahlen mit dem Produkte der linksstehenden, wie hier:

1)

| | |
|---|---|
| Z. fl. $x$? | 600 fl. K. |
| | 6 Jahr |
| | $4\frac{1}{2}$ Pr. |

2)

| | |
|---|---|
| Z. fl. $x$? | 600 fl. K. |
| K. fl. 200 | 6 J. |
| J. 1 | $4\frac{1}{2}$ Pr. |
| Pr. 5 | 10 fl. Z. |

3)

| | |
|---|---|
| $x$? | 6~~00~~ |
| ~~200~~ | ~~6~~ |
| 1 | 9 |
| ~~5~~ | ~~2~~ |
| ~~2~~ | ~~10~~ |
| | ~~2~~ |
| | 3 |

4)

| | |
|---|---|
| $x$? | 6 |
| 1 | 9 |
| 1 | 3 |
| | 162 fl. |

Weil 1 nicht dividirt, so erhält man wieder 162 fl. als den gesuchten Zins.

### II. Beispiel:

Zur Probe für die vorstehende Auflösung des I. Beispieles setze man die Aufgabe:

Wenn 600 fl. Kapital in 6 Jahren zu $4\frac{1}{2}$ Prozent 162 fl. Zins geben, welchen Zins geben 200 fl. Kapital in 1 Jahr zu 5 Prozenten?

### I. Auflösung:

Weil hier wieder durchgehends das gerade Ver-

hältniß statt findet, so verfahre man ganz auf die so eben angezeigte Weise:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Kap. fl. | 600 | 162 fl. Z. | Kap. fl. | 200 | Z. fl. $x$? |
| J. | 6 | 2 | J. | 1 | |
| Pr. | 9 | | Pr. | 5 | |
| | ~~2~~ | | | | |

dann

$$\begin{array}{r} 600 \\ \times 6 \\ \hline 3600 \\ \times 9 \\ \hline 32400 \end{array}$$

daher

$$\begin{array}{r} 162 \\ \times 200 \\ \hline 32400 \\ \times 5 \\ \hline 162000 \\ \times 2 \\ \hline 324000 \end{array}$$

endlich

| | |
|---|---|
| 3240~~00~~ | 10 fl. |
| : 324~~00~~ | |
| —0 | |

Es geben also wieder 200 fl. Kapital in 1 Jahr zu 5 Prozenten unter der angegebenen Bedingung 10 fl. Zins.

## II. Auflösung:

Nach reesischer Form mittels angebrachter Abkürzungen verfahre man auf diese Weise:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1) | Z. fl. $x$? | 200 fl. K. | | |
| | | 1 J. | | |
| | | 5 Pr. | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2) | Z. fl. $x$? | | 200 fl. K. |
| | K. fl. | 600 | 1 J. |
| | J. | 6 | 5 Pr. |
| | Pr. | $4\frac{1}{2}$ | 162 fl. Z. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3) | | $x$? | ~~200~~ |
| | 3 | ~~600~~ | 1 |
| | 3 | ~~6~~ | 5 |
| | | 9 | 162 |
| | | ~~2~~ | ~~2~~ |
| | | 81 | 810 |

daher

| | |
|---|---|
| 810 | 10 fl. |
| : 81 | |
| —0 | |

Man bekommt also wieder den vorigen Zins, nämlich 10 fl.

## §. 95.

### Die zusammengesetzte verkehrte Regel-Detri.

### I. Beispiel:

Eine Festung ist auf $1\frac{1}{2}$ Jahr für 12000 Mann mit Getraid versehen, wenn man täglich einem Manne 2 Pfund Brod gibt; wie viele Lothe Brod darf man täglich einem Manne geben, wenn sich vom nämlichen Getraidvorrathe 15000 Mann 10 Monate ernähren sollen?

### I. Auflösung:

1) Je größer die Besatzung ist, und je längere Zeit sie sich vom nämlichen Vorrathe ernähren muß, eine desto kleinere Portion kann man täglich einem Manne geben; deßwegen sind hier die Bestimmungs-Größen mit den zu bestimmenden Größen im verkehrten Verhältnisse (§. 60. Nr. 4.), und man hat eine Aufgabe der zusammengesetzten verkehrten Regeldetri.

2) Daher schreibe man an die Stelle des zweiten und dritten Gliedes die Bedingungsglieder, und zwar 64 Loth anstatt 2 Pfund, wie hier:

| | |
|---|---|
| M. 12000 | Loth 64 |
| J. $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ | |

2) Damit die Glieder, welche die Zeit bestimmen, gleichnamig werden, so mache man die Monate zu Jahren; ein Monat ist der 12te Theil eines Jahres, also 10 Monate geben $\frac{10}{12}$ oder $\frac{5}{6}$ eines Jahres. Nun schreibe man an die erste Stelle links die bekannten Frageglieder „15000 Mann und $\frac{5}{6}$ Jahr," und an die letzte Stelle rechts die gesuchten Lothe $x$, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| M. 15000 | M. 12000 | L. 64 | L. $x$.? |
| J. $\frac{5}{6}$ | J. $\frac{3}{2}$ | | |

3) Man hebe links den Bruch $^5/_6$ auf, indem man den Nenner 6 ausstreicht, und zu den mittleren Gliedern als Faktor setzt, und rechts hebe man den Bruch $^3/_2$ auf, indem man den Nenner 2 ausstreicht, und ihn links an die erste Stelle als Faktor setzt. Jetzt multiplizire man alle an der Stelle der zwei mittleren Glieder stehenden Zahlen, und thue dieses auch mit allen an der Stelle des ersten Gliedes stehenden Zahlen; und dividire endlich das erhaltene erste Produkt mit dem zweiten, so gibt der gefundene Quotient die verlangte Schwere des Brodes, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| M. 15000 | M. 12000 | L. 64 | L. $x$? |
| J. ×5 | J. 3 | ×6 | |
| ~~6~~ | ~~2~~ | 384 | |
| 2 | 6 | ×3 | |
| 75000 | | 1152 | |
| ×2 | | ×12000 | |
| 150000 | | 2304000 | |
| | | 1152 | |
| | | 13824000 | |

daher

| | |
|---|---|
| 13824~~000~~ | $92\,^{24}/_{150}$ Loth $= 92\,^4/_{25}$ Loth, weil man den Bruch $^{24}/_{150}$ mit 6 abkürzen kann. |
| : 150~~000~~ | |
| 1350 | |
| 324 | |
| : 150 | |
| 300 | |
| 24 | |

Man darf also unter der gesetzten Bedingung täglich einem Manne $92\,^4/_{25}$ Loth, oder 2 Pfund $28\,^4/_{25}$ Loth geben, da 32 Loth ein Pfund betragen.

## II. Auflösung:

Will man nach reesischer Form durch Abkürzung oder Verkleinerung die Auflösung vornehmen, so verfahre man auf diese Weise:

1) Man mache den Vertikalstrich, setze links das Zeichen der gesuchten Lothe, nämlich „L. $x$?" und darunter die bekannten Frageglieder, als „15000 M. und $^5/_6$ Jahr."

2) Rechts schreibe man alle Bedingungsglieder unter einander, also „12000 M., dann $1\,^1/_2$ Jahr $= {}^3/_2$ Jahr, und 64 Loth."

3) Man hebe die Brüche durch Ausstreichung der Nenner und derer Versetzung auf die andere Seite des Vertikalstriches auf, und verkleinere dann auf die mögliche Weise.

4) Endlich multiplizire man die Zahlen rechts mit einander, und eben so die Zahlen links, und man dividire das Produkt der rechts stehenden Zahlen mit dem Produkte der links stehenden Zahlen, wie hier:

1)

| | |
|---|---|
| L. $x$? | |
| M. 15000 | |
| J. $\frac{5}{6}$ | |

2)

| | |
|---|---|
| L. $x$? | 12000 M. |
| M. 15000 | $\frac{3}{2}$ J. |
| J. $\frac{5}{6}$ | 64 L. |

3)

| | |
|---|---|
| L. $x$? | 12~~000~~ |
| M. ~~15000~~ | 3 J. |
| J. 5 | ~~2~~ |
| ~~6~~ | 64 |
| ~~2~~ | ~~6~~ |
| 5 | ~~3~~ |
| 25 | 2304 |

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 3 \\ \hline 36 \\ \times 64 \\ \hline 144 \\ 216\phantom{0} \\ \hline 2304 \end{array}$$

daher

$$\begin{array}{r} 2304 \\ :25 \\ 225 \\ \hline 54 \\ :25 \\ 50 \\ \hline \text{Rest } 4 \end{array}$$

$92\,^4/_{25}$ Loth $=$ 2 Pf.
$28\,^4/_{25}$ Loth.

## II. Beispiel:

Zur Probe für die vorstehende Auflösung des I. Beispieles setze man die Aufgabe: —

Eine Besatzung von 15000 Mann kann 10 Monate oder $^5/_6$ Jahr von einem Vorrathe ernährt werden, wenn man täglich einem Manne 2 Pfund 28 $^4/_{25}$ Loth, oder 92 $^4/_{25}$ Loth Brod gibt; wie viele Lothe Brod darf man täglich einem Manne geben, wenn vom nämlichen Getraidvorrathe 12000 Mann 1 $^1/_2$ oder $^3/_2$ Jahr ernährt werden sollen?

### I. Auflösung:

Weil man hier wegen des nämlichen Verhältnisses wieder eine Aufgabe der zusammengesetzten verkehrten Regeldetri hat, so verfahre man ganz auf die vorige Weise, nämlich:

| | |
|---|---|
| M. 15000 | Loth 92 $\frac{4}{25}$ |
| J. $\frac{5}{6}$ | |

dann

| | | | |
|---|---|---|---|
| M. 12000 | M. 15000 | L. 92 $\frac{4}{25}$ | L. $x$? |
| J. $\frac{3}{2}$ (2 durchstrichen) | J. $\frac{5}{6}$ (6 durchstrichen) | ×25 | |
| 25 | 2 | 464 | |
| 6 | | 184 | |
| 12000 | | 2304 | |
| ×3 | | ×15000 | |
| 36000 | | 11520000 | |
| ×25 | | 2304 | |
| 180000 | | 34560000 | |
| 72 | | ×5 | |
| 900000 | | 172800000 | |
| ×6 | | ×2 | |
| 5400000 | | 345600000 | |

endlich

| | |
|---|---|
| 3456ØØØØØ | 64 L. = 2 Pf. |
| : 54ØØØØØ | |
| 324 | |
| 216 | |
| : 54 | |
| 216 | |
| — | |

Man darf also wieder jedem Manne täglich 64 Loth, oder 2 Pfund geben.

### II. Auflösung:

Nimmt man die Auflösung in reesischer Gestalt mittels der Verkleinerung oder Abkürzung vor, so verfahre man ebenfalls ganz auf die vorige Weise:

| | | |
|---|---|---|
| L. | $x$? | 15000 M. |
| M. | 12000 | $\frac{5}{6}$ J. |
| J. | $\frac{3}{2}$ | $92\frac{4}{25}$ L. |

Es ist $92\frac{4}{25}$

×25

464
184

2304

daher

| | |
|---|---|
| $x$? | 15000 |
| 12000 | 5 |
| 3 | 6 |
| 2 | 2304 |
| 25 | 2 |
| 6 | 3 |
| 5 | 4608 |
| 72 | |

endlich

4608 : 72 = 64 Loth = 2 Pfund.
432
288
288
—

Man darf also wieder jedem Manne täglich 64 Loth oder 2 Pfund geben.

## §. 96.

### Die zusammengesetzte gerade und verkehrte Regeldetri zugleich.

#### Beispiel:

Wenn 20 Arbeiter in 15 Tagen, im Falle sie täglich 8 Stunden arbeiten, eine Mauer verfertigen, die 40 Fuß lang, $1^1/_2$ oder $^3/_2$ Fuß dick, und 20

Fuß hoch ist; wie viel Zeit werden 40 Arbeiter, die täglich 10 Stunden arbeiten, zu 2 Mauern verwenden, wovon jede 50 Fuß lang, 2 Fuß dick, und 30 Fuß hoch ist?

Auflösung:

Weil die Auflösung dieser Aufgabe ohne Verkleinerung nach dem gewöhnlichen Regeldetri-Ansatze zu beschwerlich wäre, so verfahre man mittels der Abkürzungen in reesischer Form auf diese Weise:

1) Damit man die ganze Aufgabe mit einem Blicke übersehen, und leichter untersuchen kann, in welchem Verhältnisse die Größen zu einander stehen, mache man sich einen so genannten Vorbereitungs-Ansatz, indem man links alle Bedingungsglieder, und rechts alle Frageglieder in eben dieser Ordnung unter einander schreibt, und allemal die gleichartigen Größen durch einen Doppelpunkt (:) trennt, wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Arb. | 20 | : | 40 |
| St. | 8 | : | 10 |
| M. | 1 | : | 2 |
| F. L. | 40 | : | 50 |
| F. D. | $\frac{3}{2}$ | : | 2 |
| F. H. | 20 | : | 30 |
| Tag | 15 | : | $x$? |

2) Nun vergleiche man alle Bestimmungsgrößen mit den zu suchenden Tagen, damit man weiß, ob das gerade oder verkehrte Verhältniß da ist, und mache zur Unterscheidung beim verkehrten Verhältnisse an die Größen einen Querstrich (—), und beim geraden Verhältnisse ein Kreuz (+). Die Arbeiter und Stunden stehen mit den Tagen im verkehrten Verhältnisse, dagegen aber stehen die Anzahl der Mauern und ihre Größe im geraden Verhältnisse; desto weniger Tage braucht man nämlich, je mehr es Arbeiter sind, und je mehr Stunden sie täglich arbeiten: und desto mehr Tage braucht man, je mehrere Mauern man errichten soll, je länger, dicker und höher diese werden sollen; deswegen bezeichnet man die Größen so:

| | | | |
|---|---|---|---|
| — Arb. | 20 | : | 40 |
| — St. | 8 | : | 10 |
| + M. | 1 | : | 2 |
| + L. | 40 | : | 50 |
| + D. | $\frac{3}{2}$ | : | 2 |
| + H. | 20 | : | 30 |
| T. | 15 | : | $x$? |

3) Man mache den Vertikalstrich, schreibe links das Zeichen der gesuchten Tage „T $x$?", und rechts 15 Tage; dann schreibe man unter $x$ wegen des verkehrten Verhältnisses die Frageglieder „40 Arb. und 10 St.", und wegen des geraden Verhältnisses darunter die Bedingungsglieder „1 M., dann 40 F. Länge, ferner $\frac{3}{2}$ F. Dicke, und 20 F. Höhe;" und rechts hinüber setze man der Ordnung nach allemal die gleichartigen und gleichnamigen Größen, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| T. | $x$? | |
| Arb. | 40 | |
| St. | 10 | |
| M. | 1 | |
| F. L. | 40 | |
| F. D. | $\frac{3}{2}$ | |
| F. H. | 20 | |

dann

| | | | |
|---|---|---|---|
| T. | $x$? | 15 | T. |
| Arb. | 40 | 20 | Arb. |
| St. | 10 | 8 | St. |
| M. | 1 | 2 | M. |
| F. L. | 40 | 50 | F. L. |
| F. D. | $\frac{3}{2}$ | 2 | F. D. |
| F. H. | 20 | 30 | F. H. |

4) Man hebe den Bruch auf, und nehme die möglichen Verkleinerungen vor:

| | |
|---|---|
| $x$ | 15 |
| 4~~0~~ | ~~20~~ |
| 1~~0~~ | ~~8~~ |
| 1 | ~~2~~ |
| 4~~0~~ | ~~50~~ |
| 3/~~2~~ | ~~2~~ |
| | ~~30~~ |
| | 2 |
| ~~20~~ | 30 |
| ~~5~~ | |
| ~~2~~ | |
| 1 | |

Weil 1 nicht dividirt, so hat man jetzt 30 Tage als die gesuchte Zahl gefunden; in dieser Zeit werden nämlich die 2 Mauern nach den gesetzten Bedingungen errichtet werden.

Anmerkung: Weil jetzt für alle möglichen Fälle, in Absicht auf die Aufgaben der Regeldetri, die Regeln aufgestellt sind, so dürfte man zur Probe bei diesem Beispiele, wo 13 Glieder oder Sätze gegeben sind, jedes bekannte Glied als unbekannt annehmen, und man würde es, wenn die Rechnung richtig ist, und man auf die eben gezeigte Weise verfährt, wieder finden.

---

# II. Abschnitt.

## Von verschiedenen, im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungsfällen.

### §. 97.

### 1.) Aufgaben der Regeldetri mit vorkommenden Reduktionen.

Beispiel:

Wie viel Gulden kosten 16 Zentner, wenn 1 Quintl $2\frac{1}{2}$ Häller kostet?

Auflösung:

Weil früherhin schon gezeigt wurde, daß man bei dem gewöhnlichen Regeldetri-Ansatze die Zentner auf Quintl reduziren, dann nach der einfachen geraden Regeldetri den Werth derselben in Hällern berechnen, und diese auf Gulden reduziren mußte, so verfahre man kürzer nach dem reesischen Ketten-Ansatze, oder nach der Kettenregel auf diese Weise:

1) Man setze nach gleichen Namen und Werthen an, „wie viel Gulden kosten 16 Zentner, wenn 1 Zentner 100 Pfund, 1 Pfund 32 Loth, und 1 Loth 4 Quintl hat, ferner wenn 1 Quintl $2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$ Häller kostet, dann 8 Häller 1 Kreuzer, und 60 Kreuzer 1 Gulden geben?

| | |
|---|---|
| fl. $x$? | 16 Ct. |
| Ct. 1 | 100 ℔. |
| ℔ 1 | 32 L. |
| L. 1 | 4 Q. |
| Q. 1 | $\frac{5}{2}$ H. |
| H. 8 | 1 kr. |
| kr. 60 | 1 fl. |

2) Man hebe den Bruch auf, und verkleinere auf die mögliche Weise:

| | |
|---|---|
| $x$ | 16 |
| 1 | 100 |
| 1 | 32 |
| 1 | 4 |
| 1 | $\frac{5}{2}$ |
| 8 | 1 |
| 60 | 1 |

| | |
|---|---|
| $x$ | 16 . 2 |
| 1 | 100 |
| 1 | 32 |
| 1 | 4 . 2 |
| 1 | 5 |
| 8 | 2 |
| 60 | |
| 2 | 1 |
| 3 | 1 |
| 3 | 3200 |

$$320 \times 2 = 640, \quad 640 \times 5 = 3200$$

endlich

| | |
|---|---|
| 22 | |
| 3200 | 1066 $\frac{2}{3}$ fl. |
| : 3333 | |
| Rest 2 | |

16 Zentner kosten also unter dieser Bedingung 1066 $^2/_3$ fl., oder 1066 fl. 40 kr., da $^1/_3$ fl. gleich 20 kr., also $^2/_3$ fl. gleich 40 kr.

P r o b e:

Zur Probe sage man umgekehrt: was kostet 1 Quintl, wenn 16 Zentner 1066 $^2/_3$ fl. kosten?

Daher setze man nach der Kettenregel an:

Wie viel Häller kostet 1 Quintl, wenn 4 Quintl 1 Loth, 32 Loth ein Pfund, und 100 Pfund 1 Zentner geben, und wenn 16 Zentner 1066 $^2/_3$ fl. oder

$^{3200}/_3$ fl. kosten, dann 1 Gulden 60 Kreuzer, und 1 Kreuzer 8 Håller hat?

| | | |
|---|---|---|
| Hllr. | $x$? | 1 Q. |
| Q. | 4 | 1 L. |
| L. | 32 | 1 Pf. |
| Pf. | 100 | 1 Ztr. |
| Ztr. | 16 | $\frac{3200}{3}$ fl. |
| fl. | 1 | 60 kr. |
| kr. | 1 | 8 Hllr. |

daher

| | |
|---|---|
| $x$ | 1 |
| 4 | 1 |
| 32 | 1 |
| 100 | 1 |
| 16 | 3200 |
| | 3 |
| 1 | 60 |
| 1 | 8 |
| 3 | 2 |
| 8 | 20 |
| 2 | 5 |
| 2 | 5 |

also 5 : 2 | $2\frac{1}{2}$ Hllr.
4
Rest 1

1 Quintl kostet also wieder $2\frac{1}{2}$ Håller.

Anmerkung: Man sieht hier, daß sich solche Aufgaben auf vorstehende Weise nach dem Ketten-Ansatze oder der Kettenregel sehr bequem ansetzen und berechnen lassen.

## §. 98.

## 2.) Die einfache Gesellschafts-Regel.

Wenn mehrere Personen eine gewisse Summe zusammen legen, und nur nach der Größe der Einlagen der gemeinschaftliche Gewinnst oder Verlust vertheilt wird, so hat man die einfache Gesellschafts-Regel.

Dabei muß man alle Einlagen in eine Summe bringen, und nach der einfachen geraden Regeldetri ansetzen: wenn auf die Summe aller Einlagen der ganze Gewinnst trifft, wie viel trifft auf die jedesmalige Einlage?

### I. Beispiel:

Drei Kaufleute legen eine Summe zusammen; der erste 360 fl., der zweite 580 fl., und der dritte

660 fl.; sie gewinnen 400 fl., was betrifft jedem seiner Einlage gemäß?

Auflösung:

1) Man bringe diese drei Einlagen in eine Summe.

Es ist diese gleich 1600 fl., da

A „ 360 fl.
B „ 580 „
C „ 660 „
Summe = 1600 fl.

2) Man setze nun an:

| | Einl. fl. | Gewin. fl. | E. fl. | G. fl. |
|---|---|---|---|---|
| a) | 1600 | 400 | 360 | $x$? |

360
×400
14400̸0̸ : 160̸0̸
144
—0

90 fl. Gewinnst des ersten.

dann

| | E. fl. | G. fl. | E. fl. | G. fl. |
|---|---|---|---|---|
| b) | 1600 | 400 | 580 | $x$? |

580
×400
23200̸0̸ : 160̸0̸
16
72
: 16
64
80
: 16
80
—

145 fl. Gewinnst des zweiten.

| | E. fl. | G. fl. | E. fl. | G. fl. |
|---|---|---|---|---|
| c) | 1600 | 400 | 660 | $x$? |

×400

264000 : 1600 — 165 fl. Gewinnst des dritten.

(264 Ø Ø : 16 Ø Ø)

16
104
: 16
96
80
: 16
80
—

P r o b e:

Zur Probe bringe man die drei Gewinnste in eine Summe; diese muß 400 fl. betragen, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| Erster Gewinnst | = | 90 fl. |
| Zweiter „ | = | 145 „ |
| Dritter „ | = | 165 „ |
| Zusam. als ganzer Gewinnst | = | 400 fl. |

II. B e i s p i e l:

Zur Probe des vorausgehenden I. Beispieles kann man auch die Aufgabe setzen: drei errichten eine Gesellschaft, und legen zusammen 1600 fl.; der erste gewinnt 90 fl., der zweite 145 fl. und der dritte 165 fl., wie groß war die Einlage eines jeden?

A u f l ö s u n g:

1) Man addire die drei Gewinnste:

| | | |
|---|---|---|
| Erster Gewinnst | = | 90 fl. |
| Zweiter „ | = | 145 „ |
| Dritter „ | = | 165 „ |
| Summe als ganzer Gewinnst | = | 400 fl. |

2) Nun setze man an: zum ganzen Gewinnste von 400 fl. gehören 1600 fl. Einlage, wie viel Einlage gehört zum jedesmaligen Gewinnste?

| | G. fl. | E. fl. | G. fl. | fl. |
|---|---|---|---|---|
| a) | 400 | 1600 | 90 | $x$? |

```
 1600
  ×90
───────
 1440⌀⌀ | 360 fl. Einlage des
 : 4⌀⌀  | ersten.
   12
───────
   24
  : 4
   24
───────
   —0
```

| dann | G. fl. | E. fl. | G. fl. | fl. |
|---|---|---|---|---|
| b) | 400 | 1600 | 145 | $x$? |

```
    145
  ×1600
───────
    870
   145
───────
 232000

weßhalb 2320⌀⌀ | 580 fl. Einlage des
        : 4⌀⌀  | des zweiten.
          20
       ───────
          32
         : 4
          32
       ───────
          —0
```

endlich

| | G. fl. | E. fl. | G. fl. | E. fl. |
|---|---|---|---|---|
| c) | 400 | 1600 | 165 | $x$? |

```
    165
  ×1600
───────
    990
   165
───────
 2640⌀⌀ | 660 fl. Einlage
 : 4⌀⌀  | des dritten.
   24
───────
   24
  : 4
   24
───────
   —0
```

Diese drei gefundenen Einlagen betragen wirklich zusammen die ganze Einlage von 1600 fl.; nämlich

| | | |
|---|---|---|
| A | = | 360 fl. |
| B | = | 580 „ |
| C | = | 660 „ |
| Ganze Einlage | = | 1600 fl. |

III. Beispiel:

Drei Personen errichten eine Gesellschaft. Die erste legt ein 120 fl., die zweite 150 fl., und die dritte 180 fl.; sie handeln einige Zeit, und verlieren 124 fl. welcher Verlust trifft nun jede Person im Verhältnisse zur Einlage?

Auflösung:

1) Man bringe die drei Einlagen in eine Summe:

| | | |
|---|---|---|
| Erste Einlage | = | 120 fl. |
| Zweite „ | = | 150 „ |
| Dritte „ | = | 180 „ |
| Ganze Einlage | = | 450 fl. |

2) Nun setze man an: auf die ganze Einlage von 450 fl. trifft der ganze Verlust von 124 fl.; was trifft auf die jedesmalige Einlage?

| | E. fl. | V. fl. | E. fl. | V. fl. |
|---|---|---|---|---|
| a) | 450 | 124 | 120 | $x$? |

$$\begin{array}{r} 124 \\ \times 120 \\ \hline 248 \\ 124 \\ \hline 14880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1488\not{0} \\ :\ 45\not{0} \\ 135 \\ \hline 138 \\ :\ 45 \\ 135 \\ \hline \text{Rest}\ \ 3 \end{array}$$

$33\,^3/_{45}$ fl. $= 33\,^1/_{15}$ fl., Verlust des ersten, da man den Bruch $^3/_{45}$ mit 3 abkürzen kann.

| | E. fl. | V. fl. | E. fl. | V. fl. |
|---|---|---|---|---|
| dann b) | 450 | 124 | 150 | $x$? |

124 × 150
620
124
1860 ∅ : 45 ∅
180
60 : 45
45
Rest 15

$41\,^{15}/_{45}$ fl. = $41\,^{5}/_{15}$ fl. Verlust des zweiten, der Bruch mit 3 verkleinert.

| | E. fl. | V. fl. | E. fl. | V. fl. |
|---|---|---|---|---|
| endlich c) | 450 | 124 | 180 | $x$? |

124 × 180
992
124
2232 ∅ : 45 ∅
180
432 : 45
405
Rest 27

$49\,^{27}/_{45}$ fl. = $49\,^{9}/_{15}$ fl. Verlust des dritten, da man wieder den Bruch mit 3 verkleinert.

Diese drei Verluste geben zusammen wirklich den ganzen Verlust von 124 fl., nämlich:

A = $33\,^{1}/_{15}$ fl.
B = $41\,^{5}/_{15}$ „
C = $49\,^{9}/_{15}$ „

Ganzer Verlust = 124 fl.

Anmerkung: 1) Bei diesem letzten Beispiele verkleinerte ich die Brüche zur Erleichterung des Addirens bei der Probe absichtlich so, daß immer der nämliche Nenner 15 blieb.

2) Ohne besondere Anweisung kann man aus den bei der einfachen geraden Regeldetri aufgestellten Regeln

ermessen, wie sich solche Aufgaben auch bequem durch den reesischen Ansatz mittelst der Abkürzung oder Verkleinerung auflösen lassen.

3) Ganz nach der nämlichen Anweisung, wie bei der einfachen Gesellschafts=Rechnung, werden auch folgende Aufgaben gelöset:

a) Die Vermischungs=Rechnung, welche die Regeln angibt, nach welchen die Größe der verschiedenen Bestandtheile bestimmt wird, woraus eine Sache nach einem festgesetzten Verhältnisse zusammengesetzt werden soll.

b) Die Steuer=Rechnung, bei welcher im Verhältnisse zur Steuer, welche die Mitglieder des Staates bezahlen müssen, die Größe gewisser Lasten oder Vortheile bestimmt wird.

c) Die Brandassekuranz=Rechnung, bei welcher gewöhnlich bekannt gemacht wird, was man jährlich vom Hundert zu bezahlen hat, um darnach die Beiträge der einzelnen Mitglieder nach dem angenommenen Werthe ihrer Gebäude zu berechnen.

## §. 99.

### 3.) Die zusammengesetzte oder doppelte Gesellschafts=Rechnung.

Dieselbe findet statt, wenn nebst der Einlage auch die Zeit, binnen welcher dieselbe zum gemeinschaftlichen Zwecke hergegeben wird, zu berücksichtigen ist, um die Größe des Gewinnstes oder Verlustes zu berechnen.

Dabei muß man allemal die Einlage mit ihrer Zeit multipliziren, dann die erhaltenen Produkte addiren, und hierauf nach den Regeln der einfachen Gesellschafts=Rechnung verfahren.

### I. Beispiel:

Drei Kaufleute machen eine Gesellschaft. Der Kaufmann A legt 500 fl. 4 Monate, B 800 fl. 6 Monate, und C 1000 fl. 8 Monate ein; sie gewinnen zusammen 396 fl.; was trifft nun jedem im Verhältnisse zur Einlage und Zeit zugleich?

## Auflösung:

1) Man multiplizire allemal die Einlage mit der Zeit, und bringe die drei Produkte in eine Summe; es ist

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | 500 × 4 | = | 2000 |
| B | 800 × 6 | = | 4800 |
| C | 1000 × 8 | = | 8000 |
| Summe | | = | 14800 |

2) Man setze nach der einfachen geraden Regeldetri an:

| | Summe | G. fl. | Produkt | G. fl. |
|---|---|---|---|---|
| a) | 14800 | 396 | 2000 | $x$? |

```
  396
×2000
───────
7920ØØ    │ 53 76/148 fl. = 53 19/37 fl.,
: 148ØØ   │ Gewinnst von A, da
  740     │ man den Bruch 76/148
───────     mit 4 verkleinert.
  520
: 148
  444
───────
Rest 76
```

$53\frac{76}{148}$ fl. $= 53\frac{19}{37}$ fl., Gewinnst von A, da man den Bruch $\frac{76}{148}$ mit 4 verkleinert.

dann

| | Summe | G. fl. | Produkt | G. fl. |
|---|---|---|---|---|
| b) | 14800 | 396 | 4800 | $x$? |

```
  396
×4800
───────
 3168
1584
───────
19008ØØ   │ 128 64/148 fl. = 128 16/37 fl.,
: 148ØØ   │ Gewinnst von B, weil
  148     │ man den Bruch 64/148
───────     mit 4 verkleinern kann.
  420
: 148
  296
───────
 1248
: 148
 1184
───────
Rest 64
```

$128\frac{64}{148}$ fl. $= 128\frac{16}{37}$ fl., Gewinnst von B, weil man den Bruch $\frac{64}{148}$ mit 4 verkleinern kann.

endlich

| | Summe | G. fl. | Produkt | G. fl. |
|---|---|---|---|---|
| e) | 14800 | 396 | 8000 | $x$? |

$$
\begin{array}{r}
396 \\
\times 8000 \\
\hline
31680\emptyset\emptyset \\
: 148\emptyset\emptyset \\
296 \\
\hline
208 \\
: 148 \\
148 \\
\hline
600 \\
: 148 \\
592 \\
\hline
\text{Rest } 8
\end{array}
$$

$214\,{}^{8}/_{148}$ fl. $= 214\,{}^{2}/_{37}$ fl., Gewinnst von C, weil man den Bruch ${}^{8}/_{148}$ mit 4 verkleinern kann.

3) Zur Probe zähle man diese drei Gewinnste zusammen, es muß ihre Summe den ganzen Gewinnst von 396 fl. betragen:

| | | |
|---|---|---|
| A | $53\,{}^{19}/_{37}$ | fl. |
| B | $128\,{}^{16}/_{37}$ | „ |
| C | $214\,{}^{2}/_{37}$ | „ |
| Summ = | 396 | fl. |

## II. Beispiel:

Drei Personen A, B und C legen in dem Verhältnisse eine Summe Geldes zusammen, daß B zweimal so viel als A, und C dreimal so viel als B hergibt. Die erste Person A bleibt in der Gesellschaft 10, die zweite Person B 12, und die dritte Person C 15 Monate. Es ergab sich kein Gewinnst, und für diesen Fall war es ausbedungen, daß die Vertheilung der Gesammteinlage in Rücksicht auf das Verhältniß der ursprünglichen Einlagen, und zugleich auch in Absicht auf das Zeitverhältniß geschehen soll; was trifft nun unter dieser zweifachen Bedingung jeder Person von der gemeinschaftlichen Einlage, welche in 620 fl. besteht?

## Auflösung:

1) Gesetzt, die Person A habe anfangs 1 fl. eingelegt, dann hat B oder die zweite Person 2 fl., und C oder die dritte Person 6 fl. eingelegt, da 2 zweimal so groß, als 1, und 6 dreimal so groß, als 2 ist, multiplizire man wegen des Zeitverhältnisses 1 mit 10, dann 2 mit 12, und 6 mit 15, man erhält die Produkte 10, dann 24 und 90.

2) Die drei gefundenen Zahlen 10, dann 24 und 90 bringe man in eine Summe, es ist:

$$10 + 24 + 90 = 124.$$

3) Man setze nach der einfachen geraden Regeldetri an:

| | Summe | E. fl. | Produkt | E. fl. |
|---|---|---|---|---|
| a) | 124 | 620 | 10 | $x$? |

```
 620
 ×10
─────
6200 | 50 fl. Einlage der Per-
:124 | son A.
 620 |
─────
   0
```

| | Summe | E. fl. | Produkt | E. fl. |
|---|---|---|---|---|
| b) | 124 | 620 | 24 | $x$? |

```
  620
  ×24
─────
  248
 124
─────
14880 | 120 fl. Einlage der Per-
: 124 | son B.
  124 |
─────
  248
: 124
  248
─────
    0
```

| | Summe | C. fl. | Produkt | C. fl. |
|---|---|---|---|---|
| c) | 124 | 620 | 90 | $x$? |

$$\begin{array}{r|l} 620 & \\ \times 90 & \\ \hline 55800 & 450 \text{ fl. Einlage der Person C.} \\ :124 & \\ 496 & \\ \hline 620 & \\ :124 & \\ 620 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

3) Zur Probe zähle man diese drei Einlagen zusammen, ihre Summe muß die ganze Einlage von 620 fl. betragen:

| | | |
|---|---|---|
| Einlage der Person | A = | 50 fl. |
| " " " | B = | 120 " |
| " " " | C = | 450 " |
| Als Summe die ganze Einlage | = | 620 fl. |

Anmerkung: Die gleichen Resultate erhält man, wenn man annimmt es habe die erste Person 2 fl., sohin die zweite 4 fl., und die dritte 12 fl. eingelegt, oder es habe die erste Person 3 fl., mithin die zweite 6, und die dritte 18 fl. eingelegt. Weil aber zugleich auch die Vertheilung der Gesammteinlage nach dem genannten Zeitverhältnisse geschehen muß, so ist nicht zu erwarten, daß die drei gefundenen Zahlen in dem Verhältnisse zu einander stehen, das die ursprünglichen Einlagen zu einander haben, und es würde dieses auch in dem Falle nicht zutreffen, wenn man ebenfalls annehmen würde, daß die zweite Zeit doppelt so groß gewesen sey, als die erste, und die dritte dreimal so groß, als die zweite Zeit.

Zur zusammengesetzten Gesellschafts-Rechnung gehören auch die Aufgaben:

a) Drei Bauern pachten eine Wiese um 100 fl.; der erste läßt 30 Stück 24 Tage, der zweite 40 Stück 20 Tag, und der dritte 50 Stück 10 Tag darauf weiden; wie viel hat jeder am Pachtgelde im Verhältnisse zur Menge seines Viehes, und zur Zeit der Benützung zu be-

zahlen? Oder es miethen mehrere Kornhändler einen Boden, und sie sollen den Pachtzins im Verhältnisse des aufbewahrten Quantums des Getraides, und der Zeit bezahlen, binnen welcher es aufbewahrt wird.

b) Wenn mehrere Staatsdiener wegen einer gemeinnützigen Unternehmung eine Belohnung erhalten, die im Verhältnisse zu ihrem Einkommen, und ihrer Diensteszeit zu vertheilen ist; oder wenn mehrere Arbeiter einen gemeinschaftlichen Lohn erhalten, und dieser im Verhältnisse zur Anzahl der Tage, und der Stunden vertheilt werden soll, binnen welchet dieselben gearbeitet haben.

## §. 100.

### 4.) Die Alligations- oder Verbindungs-Regel.

### I. Beispiel:

Ein Getraidhändler hat dreierlei Gersten, nämlich 8 Schäffel zu 5 fl., dann 10 Schäffel zu $5\,^1/_2$ fl., und 12 Schäffel zu 6 fl. Er vermischt diese unter einander; welchen Werth hat das gemischte Schäffel?

### Auflösung:

1) Nach der einfachen geraden Regeldetri berechne man den Werth einer jeden Sorte, nämlich:

a) Wenn 1 Schäffel 5 Gulden kostet, was kosten 8 Schäffel?

Sch. fl. Sch. fl.
1 5 8 $x$?
×8
40 fl., so viel kosten 8 Schäffel der ersten Sorte.

b) Wenn 1 Schäffel $5\,^1/_2$ Gulden kostet, was kosten 10 Schäffel?

Sch. fl. Sch. fl.
1 $5\frac{1}{2}$ 10 $x$?
×2 ×2
2 11 daher 1 | 55 fl. so viel
×10 110 | kosten 10 Sch.
110 : 22 | der zw. Sorte.

c) Wenn 1 Schäffel 6 Gulden kostet, was kosten 12 Schäffel?

| Sch. | fl. | Sch. | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 12 | $x$? |
| | | ×6 | |
| | | 72 fl., | so viel kosten 12 Sch. der dritten Sorte. |

2) Man zähle jetzt die Schäffel von allen drei Sorten zusammen, und thue auch dieses bei ihren so eben berechneten Werthen:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 Schäffel | erste Sorte | gilt | 40 fl. |
| +10 „ | zweite „ | „ | 55 „ |
| +12 „ | dritte „ | „ | 72 „ |
| 30 Schäffel; | | | 167 fl., Werth des gesammten Getraides. |

3) Nun berechne man den Werth eines Schäffels gemischten Getraides, indem man sagt: „30 Schäffel kosten 167 fl., was kostet 1 Schäffel?

| Sch. | fl. | Sch. | fl. | |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 167 | 1 | $x$? | |
| | ×1 | daher | 167 | |
| | 167 | | : 30 | $5\frac{17}{30}$ fl. |
| | | | 150 | |
| | | Rest | 17 | |

Ein Schäffel gemischten Getraides kostet also $5\frac{17}{30}$ fl., oder 5 fl. 34 kr., indem der 30ste Theil eines Guldens ein halben Batzen, oder 2 kr. beträgt, und deßhalb 17 solche Theile 34 Kreuzer geben.

4) Zur Probe setze man nach der einfachen geraden Regeldetri an: wenn 1 Schäffel $5\frac{17}{30}$ fl. kostet, was kosten 30 Schäffel?

| Sch. | fl. | Sch. | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | $5\frac{17}{30}$ | 30 | $x$? |
| ×30 | ×30 | | |
| 30 | 150 | | |
| | +17 | | |
| | 167 fl. | | |

Weil man hier die 167 fl. mit 30 multipliziren, und zugleich mit 30 dividiren soll, so findet man auch ohne diese Multiplikation und Division, daß diese 30 Schäffel wieder 167 fl. kosten.

## II. Beispiel:

Ein Goldschmied hat zweierlei Silber, nämlich 2 Mark 12 löthiges, und 3 Mark 7 löthiges Silber, dieses schmelzt er zusammen; es ist nun die Frage, von welcher Sorte das gemischte Silber ist?

### Auflösung:

1) Man berechne das gute oder ächte Silber, das in 2 Mark, und in 3 Mark enthalten ist, indem man sagt:

a) Ein Mark hält 12 Loth, was halten 2 Mark?

| M. | L. | M. | L. |
|---|---|---|---|
| 1 | 12 | 2 | $x$? |
| | ×2 | | |
| | 24, also 24 Loth feines Silber. | | |

b) Ein Mark hält 7 Loth, was halten 3 Mark?

| M. | L. | M. | L. |
|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 3 | $x$? |
| | ×3 | | |
| | 21, also 21 Loth feines Silber. | | |

2) Man addire die 2 Mark und 3 Mark, und die gefundenen 24 und 21 Loth feines Silber; die erste Summe beträgt 5 Mark, und die zweite 45 Loth feines Silber, wie hier:

| | |
|---|---|
| 2 M. | 24 Loth f. Silb. |
| +3 M. | 21 Loth f. Silb. |
| 5 Mark | 45 Loth feines Silber. |

3) Man berechne nun, was feines Silber auf eine Mark trifft, indem man sagt: In 5 Mark sind 45 Loth feines Silber enthalten, wie viel feines Silber hält eine Mark?

| M. | L. | M. | L. |
|---|---|---|---|
| 5 | 45 | 1 | $x$? |
| | ×1 | | |
| | 45 \| 9 Loth feines Silber. | | |
| | : 5 | | |

Es war also das gemischte Silber 9 löthiges Silber, weil man ein Silber 9 löthig nennt, wenn in einer Masse von einer Mark, oder 16 Lothen, 9 Loth ächtes oder feines Silber enthalten sind, das ist, ein solches, welches keinen Zusatz von einem anderen Metalle enthält.

4) Zur Probe sage man: Wie viel feines Silber ist in 5 Mark enthalten, wenn in einer Mark 9 Loth enthalten sind?

| M. | L. | M. |
|---|---|---|
| 1 | 9 | 5 |
| | ×5 | |
| | 45, also 45 Loth f. Silber. | |

## III. Beispiel:

Ein Weinwirth hat dreierlei Weine, von der ersten Sorte 2 Eimer die Maaß zu 10 kr., von der zweiten Sorte 3 Eimer die Maaß zu 32 kr., und von der dritten Sorte 4 Eimer 16 Maaß, die Maaß zu 18 kr. Diese dreierlei Weine werden unter einander gemischt; wie hoch kommt die Maaß des gemischten Weines?

### Auflösung:

1) Man berechne den Werth jeder einzelnen Sorte, indem man sagt:

a) Eine Maaß kostet 10 kr., was kosten 2 Eimer, oder, wenn man die 2 Eimer zu Maaß macht, und den Eimer zu 60 Maaß rechnet, was kosten 120 Maaß?

| M. | kr. | Eimer | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 2 | $x$? |

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 60 \\ \hline 120 \text{ Maaß} \\ \times 10 \\ \hline 1200 \text{ kr.} \end{array}$$

1200 kr., oder 20 fl., da 1200 mit 60 dividirt 20 gibt.

$$\begin{array}{r|l} 120\not{0} \text{ kr.} & 20 \text{ fl.} \\ : 6\not{0} & \\ 12 & \\ \hline -0 & \end{array}$$

b) Eine Maaß kostet 12 kr., was kosten 3 Eimer 32 Maaß, oder 212 Maaß, da der Eimer 60 Maaß hält?

| M. | kr. | Eimer | M. | fl. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 12 | 3 | 32 | $x$? |

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 60 \\ \hline 180 \text{ Maaß} \\ +32 \text{ Maaß} \\ \hline 212 \text{ Maaß} \\ \times 12 \\ \hline 424 \\ 212 \phantom{0} \\ \hline 2544 \text{ kr.} \end{array}$$

Die 2544 kr. mache man zu Gulden.

$$\begin{array}{r|l} 2544 \text{ kr.} & 42 \text{ fl. } 24 \text{ kr.} \\ : 60 & \\ 240 & \\ \hline 144 & \\ : 60 & \\ 120 & \\ \hline \text{Rest } 24 \text{ kr.} & \end{array}$$

Die 3 Eimer 32 Maaß betragen also 42 fl. 24 kr.

c) Eine Maaß kostet 18 kr., was kosten 4 Eimer 16 Maaß, oder 256 Maaß?

| M. | kr. | E. | M. | fl. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 18 | 4 | 16 | x? |

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 60 \\ \hline 240 \text{ M.} \\ +16 \text{ M.} \\ \hline 256 \text{ M.} \\ \times 18 \\ \hline 2048 \\ 256 \\ \hline 4608 \text{ kr.} \end{array}$$

Die 4608 kr. mache man durch die Division mit 60 zu Gulden:

$$\begin{array}{r|l} 44 & \\ 4608 & 76 \text{ fl. } 48 \text{ kr.} \\ : 660 & \\ \hline \text{Rest } 48 \text{ kr.} & \end{array}$$

Die 4 Eimer 16 Maaß kosten also 76 fl. 48 kr.

2) Man bringe alle drei Weinsorten in eine Summe, und auch ihre so eben berechneten Werthe, und reduzire das ganze Quantum des Weines auf Maaß, und ihren Gesammtbetrag auf Kreuzer, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| a) | 2 Eimer | |
| | +3 „ | 32 Maaß |
| | +4 „ | 16 „ |
| | 9 Eimer | 48 Maaß |
| | ×60 M. | |
| | 540 M. | |
| | +48 M. | |
| | 588 M. | |

b) 20 fl.
+42 „ 24 kr.
+76 „ 48 „
139 fl. 12 kr.
×60
8340 kr.
+12 „
8352 kr.

3) Man berechne nun eine Maaß des gemischten Weines, indem man sagt: 588 Maaß kosten 8352 kr., was kostet 1 Maaß?

| M. | kr. | M. | kr. |
|---|---|---|---|
| 588 | 8352 | 1 | $x$? |

8352
×1
8352 : 588 = $14\frac{120}{588}$ kr., oder $14\frac{10}{49}$ kr.; da man den Bruch $\frac{120}{588}$ mit 4 und 3 abkürzen kann.
588
2472
: 588
2352
Rest 120

Multiplizirt man $^{10}/_{49}$ kr. mit 8, und reduzirt man so die Kreuzer auf Häller, so erhält man $^{80}/_{49}$ Häller, oder $1\,^{31}/_{49}$ Häller, da $^{10}/_{49} \times 8 = {}^{80}/_{49} = 1\,^{31}/_{49}$.

Es kostet also eine Maaß gemischten Weines 14 kr. $1\,^{31}/_{49}$ Häller.

4) Zur Probe wird man den nämlichen Erlöß des ganzen Gemisches finden, wenn man ansetzt:

Eine Maaß gemischten Weines kostet $14\,^{10}/_{49}$ kr., was kosten 9 Eimer 48 Maaß?

| M. | kr. | E. | M. | fl. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $14\frac{10}{49}$ | 9 | 48 | $x$? |
| ×49 | ×49 | ×60 | | |
| 49 | 126 | 540 | | |
| | 56 | +48 | | |
| | 686 | 588 M. | | |
| | +10 | | | |
| | 696 | | | |

Man multiplizire 696 mit 588, und dividire das Produkt mit 49:

| | | |
|---|---|---|
| 696 | daher 409248 kr. | 8352 kr. |
| ×588 | : 49 | |
| 5568 | 392 | |
| 5568 | 172 | |
| 3480 | : 49 | |
| 409248 kr. | 147 | |
| | 254 | |
| | : 49 | |
| | 245 | |
| | 98 | |
| | : 49 | |
| | 98 | |
| | — | |

Diese 8352 kr. mache man durch die Division mit 60 zu Gulden:

| | |
|---|---|
| 251 | |
| 8352 kr. | 139 fl. 12 kr. |
| : 6660 | |
| Rest 12 kr. | |

Die 9 Eimer 48 Maaß gemischten Weines kosten demnach wirklich wieder 139 fl. 12 kr.

## IV. Beispiel:

Ein Wirth hat 150 Maaß guten Wein, die Maaß zu 30 kr.; wie viel Wasser darf er darunter gießen, wenn die Maaß 25 kr. kosten soll?

### Auflösung:

1) Man subtrahire den Preis 25 kr. vom Preise 30 kr., der Unterschied beträgt 5 kr.:

30 kr.
—25 „
Rest 5 kr.

2) Nach der einfachen geraden Regeldetri setze man an:

| kr. | M. | kr. | M. |
|---|---|---|---|
| 25 | 150 | 5 | $x$? |
| | ×5 | | |

750 | 30 Maaß.
: 25

Man darf also 30 Maaß Wasser daran gießen.

3) Zur Probe addire man die 30 Maaß zu 150 Maaß, und berechne den Werth der erhaltenen 180 Maaß zu 25 kr., und den vorigen Werth der anfangs da gewesenen 150 Maaß zu 30 kr., man muß beiderseits das Nämliche erhalten, wenn die Rechnung richtig ist:

a) Wenn 1 Maaß 30 kr. kostet, was kosten 150 Maaß?

| M. | kr. | M. | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | 30 | 150 | $x$? |
| | | ×30 | |
| | | 4500 kr. | |

Die 4500 kr. zu Gulden gemacht.

3
4500 | 75 fl. kosten die 150
: 660 | Maaß zu 30 kr.

b) Wenn 1 Maaß 25 kr. kostet, was kosten 180 Maaß?

| M. | kr. | M. | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | 25 | 180 | $x$? |
| | | ×25 | |
| | | 900 | |
| | | 360 | |
| | | 4500 | |

3
4500 kr. | 75 fl.
: 660

Die 180 Maaß kosten also auch 75 fl.

V. Beispiel:

Jemand hat 20 Mark fein Silber; wie viel darf er Kupfer beisetzen, daß die Mark 13 löthig wird?

Auflösung:

1) Man subtrahire 13 von 16, weil 1 Mark 16 Loth hat, man erhält zum Reste die Zahl 3 Loth.

2) Diese Zahl 3 schreibe man beim Ansatze der einfachen geraden Regeldetri an die dritte Stelle, dagegen aber die 20 Mark an die zweite Stelle, und an die erste Stelle schreibe man 13 Loth, während man die gesuchten Mark Kupfer, sohin $x$ an die vierte Stelle setzt:

| L. | M. | L. | M. |
|---|---|---|---|
| 13 | 20 | 3 | $x$? |

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 3 \\ \hline 60 \\ :13 \\ 52 \\ \hline 8 \end{array}$$

$4\,^8/_{13}$ Mark, so viel Kupfer darf man zusetzen.

3) Zur Probe addire man zu 20 Mark die gefundenen $4\,^8/_{13}$ Mark, man erhält $24\,^8/_{13}$ Mark, und man berechne in Lothen das darin enthaltene feine Silber, und das feine Silber der anfangs gegebenen 20 Mark; es muß beiderseits das Nämliche herauskommen:

a) Wenn ein Mark feines Silber 16 Loth enthält, welches feine Silber enthalten 20 Mark?

| M. | L. | M. | L. |
|---|---|---|---|
| 1 | 16 | 20 | $x$? |

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 20 \\ \hline 320 \end{array}$$

320 Loth feines Silber.

| | M. | L. | M. | L. |
|---|---|---|---|---|
| b) | 1 | 13 | $24\frac{8}{13}$ | $x$? |

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 13 \\ \hline 13 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24\frac{8}{13} \\ \times 13 \\ \hline 72 \\ 24\phantom{0} \\ \hline 312 \\ +8 \\ \hline 320 \end{array}$$

320 Loth.

Weil man mit 13 multipliziren, und mit 13 dividiren soll, so unterläßt man die Multiplikation

und Division; man findet, daß auch in der gemischten Masse von 24 $^{8}/_{13}$ Mark 13 löthigen Silbers 320 Loth feines Silber enthalten sind.

VI. Beispiel:

Es hat Jemand einen Wein, wovon die Maaß 30 kr. kostet, und einen anderen, wovon der Werth für eine Maaß gefunden werden soll; von der ersten Sorte wurden zur Mischung 33 $^{1}/_{3}$ Maaß, und von der zweiten wurden dazu 26 $^{2}/_{3}$ Maaß genommen; wie theuer ist nun die zur Mischung genommene zweite Sorte, wenn 1 Maaß des gemischten Weines 24 kr. kostet?

Auflösung:

1) Man berechne den Werth der ersten Sorte, wovon die Maaß 30 kr. kostet, und zugleich, nachdem man vorhin, um das Quantum des ganzen Gemisches zu finden, 33 $^{1}/_{3}$ Maaß zu 26 $^{2}/_{3}$ addirt hat, den Werth des ganzen Gemisches von 60 Maaß; indem man sagt:

a) Wenn eine Maaß 30 kr. kostet, was kosten 33 $^{1}/_{3}$ Maaß?

| M. | kr. | M. | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | 30 | 33 $\frac{1}{3}$ | $x$? |
| 3 | | $\times$ 3 | |
| 3 | | 100 | |
| | | $\times$ 30 | |
| | | 3000 kr. | 1000 kr., diese geben |
| | | : 3333 | 16 $\frac{4}{6}$ fl. = 16 $\frac{2}{3}$ fl., da man mit 2 verkleinern kann. |

b) Eine Maaß des ganzen Gemisches kostet 24 kr., was kosten 33 $^{1}/_{3}$ Maaß und 26 $^{2}/_{3}$ Maaß, oder 60 Maaß, da 33 $^{1}/_{3}$ Maaß + 26 $^{2}/_{3}$ Maaß = 60 Maaß?

| M. | kr. | M. | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | 24 | 60 | $x$? |
| | $\times$ 60 | | |

1440 kr., diese geben 24 fl., da

```
     2
   144(0 kr. | 24 fl.
 :  66(0     |
```

2) Man subtrahire den ersten Werth $16^2/_3$ fl., von 24 fl., man erhält als Rest $7^1/_3$ fl., wie hier:

$$\begin{array}{lr} & 24 \text{ fl.} \\ & -16\tfrac{2}{3} \text{ ,,} \\ \hline \text{Rest} & 7\tfrac{1}{3} \text{ fl.} \end{array}$$

3) Man berechne daraus den Preis einer Maaß der zweiten Sorte, von welcher $26\frac{2}{3}$ Maaß genommen wurden, indem man sagt: $26^2/_3$ Maaß kosten $7^1/_3$ fl., was kostet eine Maaß?

| M. | fl. | M. | fl. |
|---|---|---|---|
| $26\frac{2}{3}$ | $7\frac{1}{3}$ | 1 | $x$? |
| $\times 3$ | $\times 3$ | 3 | |
| 80 | 22 | | |
| 3 | | | |

Wenn man 22 mit 80 dividirt, so erhält man $^{22}/_{80}$ fl., oder wenn man mit 2 verkleinert, $^{11}/_{40}$ fl.; macht man diese Gulden durch die Multiplikation mit 60, oder auch nach dem Regeldetri-Ansatze zu Kreuzern, so findet man, daß eine Maaß der zweiten Sorte $16^1/_2$ r. kostet; es ist nämlich:

$^{11}/_{40}$ fl. $\times 60 = {}^{660}/_{40}$ kr. $= 16^{20}/_{40}$ kr. $= 16^1/_2$ kr.; oder man sage: ein Gulden gibt 60 kr., wie viel Kreuzer geben $^{11}/_{40}$ fl.?

| fl. | kr. | fl. | kr. |
|---|---|---|---|
| 1 | 60 | 11 | $x$? |
| $\times 40$ | $\times 11$ | 40 | |
| 40 | 660 | | |

```
            22  | 16 20/40 kr. = 16 1/2 kr.
daher      66(0 |
         : 44(0 |
Rest        20
```

4) Zur Probe berechne man, was $26^2/_3$ Maaß

kosten, da 1 Maaß $16\,^1/_2$ kr. kostet, indem man sagt: 1 Maaß kostet $16\,^1/_2$ kr., wie viel Gulden kosten $26\,^2/_3$ Maaß?

| M. | kr. | M. | kr. |
|---|---|---|---|
| 1 | $16\frac{1}{2}$ | $26\frac{2}{3}$ | $x$? |
| 2 | $\times 2$ | $\times 3$ | |
| 3 | 33 | 80 | |
| 6 | $\times 80$ | | |
| | 2640 | | |

daher

$$\frac{2640}{666} = 440 \text{ kr.}$$

(2640 : 6 = 440 kr.)

Die 440 kr. mache man zu Gulden durch die Division mit 60:

$$440 \text{ kr.} : 60 = 7\tfrac{20}{60} \text{ fl.} = 7\tfrac{1}{3} \text{ fl.}$$

Rest 20 kr. — $7\frac{20}{60}$ fl. $= 7\frac{1}{3}$ fl., da man mit 20 verkleinern kann.

Man findet dadurch, daß $26\,^2/_3$ Maaß wirklich $7\,^1/_3$ fl., oder 7 fl. 20 kr. kosten, wenn eine Maaß $16\,^1/_2$ kr. kostet.

Anmerkung: Es gibt bei der Alligations- oder Verbindungsregel noch andere Fälle, die ich der Kürze wegen nicht anführe, da man sie leicht nach dem auflösen kann, was früherhin bei den Aufgaben der Regeldetri, und so eben in diesem §. in Absicht auf jene Regel gesagt wurde.

## §. 101.

### 5.) Die Tara zum und vom Zentner.

Die Tara auf den oder zu dem Zentner findet statt, wenn man jedesmal etliche Pfund zum Zentner gibt, die dann vor der Berechnung des Werthes zu den Zentnern addirt werden.

Die Tara vom Zentner ist da, wenn von gekauften oder verkauften Waaren ein gewisser Ab-

gang in den Waaren abzurechnen ist; wo dann diese Tara vom Zentner abgezogen wird, um das Netto oder die noch vorhandene Waare zu finden.

### I. Beispiel:

Vier mit einer gewissen Waare gefüllte Fässer wägen zusammen 33 Zentner; auf den Zentner gehen 10 Pfund Tara, und jeder Zentner kostet netto 7 ½ fl.; was beträgt das Ganze?

### Auflösung:

1) Man addire zum Zentner oder zu 100 Pfund diese 10 Pfund, und reduzire durch die Multiplikation mit 100 die 33 Zentner auf Pfund, wie hier:

$$\begin{array}{r} 100 \text{ Pf.} \\ +10 \text{ ,,} \\ \hline 110 \text{ Pfund} \end{array} \quad \text{dann} \quad \begin{array}{r} 33 \text{ Ztr.} \\ \times 100 \\ \hline 3300 \text{ Pfund.} \end{array}$$

2) Nun berechne man nach der einfachen geraden Regeldetri den Werth von den 33 Zentnern oder 3300 Pfunden, indem man sagt: Auf 110 Pfund trifft die Zahlung von 7 ½ fl., was trifft auf 3300 Pfund?

$$\begin{array}{cccc} \text{Pf.} & \text{fl.} & \text{Pf.} & \text{fl.} \\ 110 & 7\tfrac{1}{2} & 3300 & x? \\ \times 2 & \times 2 & \times 15 & \\ \hline 220 & 15 & 165 & \\ & & 33 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 4950\not{0} & 225 \text{ fl.} \\ :22\not{0} & \\ 44 & \\ \hline 55 & \\ :22 & \\ 44 & \\ \hline 110 & \\ :22 & \\ 110 & \\ \hline — & \end{array}$$

Die 33 Zentner betragen demnach auf diese Weise 225 fl.

II. Beispiel:

Jemand kauft 8 Zentner Baumöhl; die Tara beträgt von jedem Zentner 10 Pfund, und der Zentner kostet $10\,{}^1/_2$ fl., was kosten jene 8 Zentner?

Auflösung:

1) Weil man die Tara auf einen Zentner weiß, so berechne man sie zuerst auf 8 Zentner:

| Ztr. | Pf. | Ztr. | Pf. |
|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 8 | $x$? |
| | ×8 | | |
| | 80 Pfund Tara von 8 Zentner. | | |

2) Man subtrahire die ganze Tara, nämlich die 80 Pfund von den 8 Zentnern, es bleiben noch 7 Zentner 20 Pfund, oder 720 Pfund, und man berechne jetzt den Preis für diese 720 Pfund, indem man sagt: 100 Pfund kosten $10\,{}^1/_2$ fl., was kosten 720 Pfund?

| Pf. | fl. | Pf. | fl. |
|---|---|---|---|
| 100 | $10\frac{1}{2}$ | 720 | $x$? |
| ×2 | ×2 | ×21 | |
| 200 | 21 | 72 | |
| | | 144 | |
| | | 15120 | |

Man dividire 15120 mit 200:

```
 1512∅  | 75 12/20 fl., oder 75 3/5 fl., weil
: 20∅   | man den Bruch 12/20 mit 4 abkür-
 140    | zen kann.
 ----
  112
: 20
  100
 ----
Rest 12
```

Nach Abzug der Tara kosten also diese 8 Zent-

ner noch 75 3/5 fl., oder 75 fl. 36 kr., da ein Fünftel eines Guldens 12 Kreuzer beträgt.

### III. Beispiel:

Jemand kauft Schmalz in einem Gefäß, das mit jenem 83 Pfund wiegt; das Gefäß wiegt nach ausgeleertem Schmalze 17 Pfund, und das Pfund Schmalz kostet 11 1/2 kr., wie viel ist noch für das Schmalz zu zahlen?

### Auflösung:

1) Man subtrahire die Schwere des Gefäßes, somit 17 Pfund von 83 Pfund, man findet, daß das Schmalz für sich allein 66 Pfund wiegt.

2) Nach der einfachen geraden Regeldetri setze man jetzt an: 1 Pfund kostet 11 1/2 kr., wie viel Gulden kosten 66 Pfund?

| Pf. | kr. | Pf. | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | 11 ½ | 66 | x? |
| ×2 | ×2 | ×23 | dann |
| 2 | 23 | 198 | |
| | | 132 | |
| | | 1518 | |

| | |
|---|---|
| 11<br>1518<br>: 222 | 759 kr. |

Die 759 kr. mache man durch die Division mit 60 zu Gulden:

| | |
|---|---|
| 13<br>75(9 kr.<br>66(0 | 12 fl. 39 kr. |
| Rest 39 kr. | |

Das Schmalz kostet demnach 12 fl. 39 kr.

### IV. Beispiel:

Jemand kauft ein Fuder Heu, welches 34 1/2 Zentner wiegt; der Zentner kostet 11 1/2 Batzen, und nach abgeladenem Heu wiegt der leere Wagen 8 1/4 Zentner, was ist für das Heu zu bezahlen?

### Auflösung:

1) Man subtrahire das Gewicht des Wagens, somit $8\frac{1}{4}$ Zentner von $34\frac{1}{2}$ Zentner, wie hier:

$$
\begin{array}{rl}
 & 34\frac{1}{2} \text{ Zentner} \\
 - & 8\frac{1}{4} \quad \text{"} \\
\hline
\text{Rest} & 26\frac{1}{4} \text{ Zentner.}
\end{array}
$$

2) Man berechne jetzt den Werth des Heues, das für sich allein $26\frac{1}{4}$ Zentner wiegt, indem man sagt: 1 Zentner kostet $11\frac{1}{2}$ Batzen, was kosten $26\frac{1}{4}$ Zentner?

| Ztr. | Batzen | Ztr. | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | $11\frac{1}{2}$ | $26\frac{1}{4}$ | $x$? |
| 2 | ×2 | ×4 | |
| ×4 | 23 | 105 | |
| 8 | | ×23 | |
| | | 315 | |
| | | 210 | |
| | | 2415 | |

Man dividire 2415 mit 8:

$$
\begin{array}{r|l}
17 & \\
2415 & 301\frac{1}{8} \text{ Batzen.} \\
:\ 888 & \\
\hline
\text{Rest}\quad 7 &
\end{array}
$$

Die 301 Batzen mache man zu Gulden durch die Division mit 15, weil 1 Gulden 15 Batzen hat:

$$
\begin{array}{r|l}
301 \text{ Batz.} & 20 \text{ fl. } 1 \text{ Batzen} \\
:\ 15 & \\
30 & \\
\hline
\text{Rest}\ -1 &
\end{array}
$$

Zählt man dazu den vorigen Bruch $\frac{1}{8}$, so findet man, daß dieses Heu 20 fl. $1\frac{1}{8}$ Batzen, oder 20 fl. 1 Batzen und $3\frac{1}{2}$ Kreuzer kostet, da 1 Batzen 4 Kreuzer hat, also $\frac{7}{8}$ Batzen 4 mal $\frac{7}{8}$ kr., oder $\frac{28}{8}$ kr. $= 3\frac{4}{8}$ kr. $= 3\frac{1}{2}$ kr. betragen.

### V. Beispiel:

Einer kauft ein Mäß Buchenholz für 7 fl. 30 kr.; es ging aber nach gemessenem Holze $^1/_2$ Viertel ab; was ist für dieses Holz zu bezahlen?

### Auflösung:

Da das ganze Mäß 4 Viertel, mithin 8 halbe Viertel hält, und ein halbes Viertel abging, so sind noch 7 halbe Viertel zu bezahlen; man setze also an: 8 halbe Viertel kosten 7 fl. 30 kr., oder $7\,^1/_2$ fl., was kosten 7 halbe Viertel.

| hl. V. | fl. | hl. V. | fl. |
|---|---|---|---|
| 8 | $7\,^1/_2$ | 7 | $x$? |

8 × 2 = 16; $7\,^1/_2$ × 2 = 15

15 × 7 = 105

105 : 16 = $6\,^9/_{16}$ fl.
96
Rest 9

Reduzirt man endlich die $^9/_{16}$ fl. auf Kreuzer, so findet man, daß dieses Holz $6\,^9/_{16}$ fl., oder 6 fl. $33\,^3/_4$ kr. kostet, da

60 × 9 = 540

dann 540 : 16 = $33\frac{12}{16}$ kr. $= 33\frac{3}{4}$ kr.
48
60
48
Rest 12

**Anmerkung:** Weil bisher bei Aufgaben dieser Art fast immerhin die Probe gemacht wurde, so werde ich diese letztere nur selten mehr beifügen; wie eine solche gemacht werden muß, ist aus dem bisher Gezeigten zureichend ersichtlich, und bedarf keiner weiteren Anweisung mehr.

## §. 102.

### 6.) Die Gewinnst- und Verlust-Rechnung.

Bei diesen Rechnungen muß man acht haben, wie theuer ein gewisses Maaß oder Gewicht gekauft oder verkauft wird, um am gelösten Gelde zu ermessen, was man gewonnen oder verloren hat.

Was man an einer Waare gewinnen will, muß man zum Hauptgute addiren; hat man aber an einer Waare verloren, so muß man den Verlust vom Hauptgute subtrahiren. Die Zahlen werden dann nach dem gewöhnlichen Regeldetri-Ansatze angesetzt, mit der Berücksichtigung, daß wieder das erste und dritte Glied gleichnamig seyn muß.

I. Beispiel:

Wenn man an einem Pfund Waare 12 kr. gewinnt, wie viel muß man Zentner hingeben, bis man 100 fl. gewinnt?

Auflösung:

Man setze nach der einfachen geraden Regel-Detri an: Für den Gewinnst von 12 kr. gibt man 1 Pfund hin, wie viel muß man zum Gewinnste von 100 fl. hingeben?

| kr. | Pf. | fl. | Ztr. |
|---|---|---|---|
| 12 | 1 | 100 | *x*? |
| | | 60 | |
| | | 6000 kr. | |
| | | ×1 | |
| | | 6000 (gestrichen: 60) \| 500 Pfund | |
| | | : 12 | |

Man muß also 500 Pfund, oder, da der Zentner 100 Pfund hat, zu diesem Gewinnste 5 Zentner hingeben. Weil beim vorstehenden Ansatze das erste Glied Kreuzer ausdrückt, so mußte man zuerst das dritte Glied gleichnamig machen, und deßhalb die 100 fl. durch die Multiplikation mit 60 auf Kreuzer reduziren.

## II. Beispiel:

Jemand kauft einen Zentner Waare, das Pfund zu 24 kr.; wie soll er das Pfund wieder hingeben, daß er 5 fl. am Zentner gewinnt?

### Auflösung:

1) Man berechne zuerst den Werth eines Zentners oder von 100 Pfund beim Preise des Pfundes zu 24 kr.:

| Pfund | kr. | Ztr. |
|---|---|---|
| 1 | 24 | 1 |
| | ×100 | ×100 |
| | 2400 kr. | 100 Pf. |

```
 24ø(0 kr. | 40 fl.
: 6ø(0     |
```

Der Zentner kostet also bei diesem Preise 2400 kr., oder 40 fl., da der Gulden 60 Kreuzer hat.

2) Man addire den beabsichtigten Gewinnst von 5 fl. zu diesen 40 fl., man erhält 45 fl., und sage jetzt: 1 Zentner oder 100 Pfund kosten 45 fl., was kostet 1 Pfund?

| Ztr. | fl. | Pf. | kr. |
|---|---|---|---|
| 1 | 45 | 1 | $x$? |
| ×100 | 60 | | |
| 100 Pf. | 2700 kr. | | |

Man dividire die 2700 kr. mit 100:

```
 27øø kr. | 27 kr.
: 1øø     |
```

Um 27 kr. muß man also das Pfund hingeben, um am Zentner 5 Gulden zu gewinnen.

## III. Beispiel:

Jemand verkauft 6 Zentner 24 Pfund, und gewinnt an jedem Pfund 6 ½ kr.; wie groß ist der ganze Gewinnst?

### Auflösung:

Nach der einfachen geraden Regeldetri setze man an: An einem Pfunde gewinnt man 6 ½ kr., wie viel gewinnt man an 6 Zentnern oder 600 Pfunden?

| Pf. | kr. | - Ztr. | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | $6\frac{1}{2}$ | 6 | $x$? |
| ×2 | ×2 | ×100 | |
| 2 | 13 | 600 Pfund | |
| | ×600 | | |
| | 7800 kr. | | |

daher x
7800 kr. | 3900 kr.
: 2222

Die 3900 kr. mache man durch die Division mit 60 zu Gulden:

33
390(0 kr. | 65 fl.
: 66(0

Im Ganzen gewinnt man also 65 fl.

## IV. Beispiel:

Jemand kauft im Auslande 228 Eimer Wein, jeden Eimer zu 3 fl. 45 kr., und hat 325 fl. Auslagen oder Unkosten, bis der Wein an seinen Bestimmungsort kommt; wenn man nun an diesem Weine 150 fl. gewinnen will, wie theuer muß man den Eimer hingeben?

## Auflösung:

1) Zuerst berechne man den Werth der 228 Eimer, wenn 1 Eimer 3 fl. 45 kr. kostet:

| E. | fl. | kr. | E. | fl. |
|---|---|---|---|---|
| 1 - | 3 | 45 | 228 | $x$? |

×60
180 kr.
+45 kr.
225 kr.
×228
1800
450
450
51300 kr.

Man hat nämlich hier die 3 Gulden auf Kreuzer reduzirt, alle Kreuzer, somit 225 kr. mit 228 multiplizirt, und dadurch 51300 kr. erhalten, die man noch auf Gulden reduzirt:

| | |
|---|---|
| 33 | |
| 51300 | 855 fl. |
| : 6060 | |

Die 228 Eimer kosten also 855 fl.

2) Man zähle zu diesem Werthe die Unkosten, und den zu bezweckenden Gewinnst, man erhält 1330 als Summe, wie man hier sieht:

fl. 855 Werth des angekauften Weines,
„ 325 Unkosten,
„ 150 Gewinnst,

Summe = 1330 fl.

3) Man setze jetzt ferner an, und sage: 228 Eimer sollen den Erlöß von 1330 fl. geben, was soll ein Eimer kosten?

| Eim. | fl. | Eim. | fl. |
|---|---|---|---|
| 228 | 1330 | 1 | $x$? |
| | ×1 | | |
| | 1330 | 5 fl. $\frac{190}{228}$ fl., oder 5 $\frac{5}{6}$ fl., da | |
| | : 228 | man den Bruch $\frac{190}{228}$ mit 2 | |
| | 1140 | und 19 verkleinern kann. | |
| Rest | 190 | | |

Man muß also jetzt den Eimer um 5 $^5/_6$ fl., oder um 5 fl. 50 kr. hingeben, weil ein Sechstel eines Guldens 10 Kreuzer, also 5 solche Sechstel 5 mal 10 kr., oder 50 kr. betragen.

### V. Beispiel:

Jemand schuldet 350 fl., das Vermögen beläuft sich aber nur auf 114 fl. 30 kr., wie viel trifft noch auf den Gulden?

### Auflösung:

Man setze nach der einfachen geraden Regeldetri

an: Auf 350 Gulden treffen 114 fl. 30 kr.; wie viel trifft auf einen Gulden?

| fl. Sch. | fl. kr. V. | fl. Sch. | fl. V. |
|---|---|---|---|
| 350 | 114. 30 | 1 | $x$? |

```
     114. 30
      × 60
    ───────
     6840 kr.
     + 30 kr.
    ───────
     6870 kr.
      × 1
    ───────
     687(0 kr. | 19 22/35 kr.
   : 35 (0     |
     35        |
    ───────
     337
   :  35
     315
    ───────
Rest  22
```

Man reduzire noch die $^{22}/_{35}$ kr. mit 8 auf Häller?

```
   22                 176 | 5 1/35 Häller
   × 8              : 35  |
  ─────               175 |
   176              ──────
               Rest    1
```

Auf einen Gulden Schuld treffen also noch 19 kr. 5 $^{1}/_{35}$ Häller, das ist, anstatt eines Guldens werden nur 19 kr. 5 hl. bezahlt.

## VI. Beispiel:

Eine Person schuldet 369 fl., und fallirt so, daß dem Gläubiger für den Gulden nur 9 Kreuzer 3 Pfenning bezahlt werden; wie viel bekommt der letztere noch an seinem Guthaben?

### Auflösung:

Man setze nach der einfachen geraden Regeldetri an: Für einen Gulden bezahlt man 9 kr. 3 Pf.; wie viel bezahlt man für 369 fl.?

| fl. | kr. | Pf. | fl. | fl. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 9 | 3 | 369 | x? |

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 4 \\ \hline 36 \\ +3 \\ \hline 39 \text{ Pf.} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 369 \\ \times 39 \\ \hline 3321 \\ 1107 \\ \hline 14391 \text{ Pfenning.} \end{array}$$

Die 14391 Pfenning reduzire man durch die Division mit 4 auf Kreuzer, und dann die Kreuzer durch die Division mit 60 auf Gulden:

$$\begin{array}{r} 233 \\ 14391 \text{ Pf.} \\ :\ 4444 \\ \hline \text{Rest}\quad 3 \text{ Pf.} \end{array} \;\Bigg|\; \begin{array}{r} 55 \\ 359(7 \text{ kr.} \\ :\ 66(0 \\ \hline 57 \text{ kr. Rest} \end{array} \;\Bigg|\; 59 \text{ fl.}$$

Anstatt 369 fl. bekommt also der Gläubiger noch 59 fl. 57 kr. 3 pf.

## §. 103.

### 7.) Die Stich= oder Tausch=Rechnung.

Bei dieser Rechnung gibt man Waare für Waare hin. Dabei muß man acht geben, wie viel Waare man durch den Tausch hingibt, und wie viel man dadurch bekommt, und deßhalb muß man im Geldbetrage die beiderseitige Waare berechnen, damit man beurtheilen kann, was man beim Tausche gewinnt oder verliert.

#### I. Beispiel:

Petrus gibt dem Paulus 8 Schäffel Kern, das Schäffel zu 14 fl. 30 kr., und bekommt dafür vom Paulus 18 Schäffel Gersten, das Schäffel zu 6 fl. 45 kr.; was hat der Eine dem Andern noch zu bezahlen?

#### Auflösung:

1) Man berechne den Werth dieser beiden Getraidsorten, indem man sagt:

a) Ein Schäffel Kern kostet 14 fl. 30 kr., was kosten 8 Schäffel?

| Sch. | fl. | kr. | Sch. | fl. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 14 | 30 | 8 | $x$? |

×60
840 kr.
+30 kr.
870 kr.
×8
6960 kr.

Die 6960 kr. mache man zu Gulden:

3
696(0 kr. | 116 fl.
666(0

Die 8 Schäffel Kern kosten also 116 fl.

b) Ein Schäffel Gersten kostet 6 fl. 45 kr., was kosten 18 Schäffel?

| Sch. | fl. | kr. | Sch. | fl. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 45 | 18 | $x$? |

×60
360 kr.
+45
405 kr.
×18
3240
405
7290 kr.

Die 7290 kr. mache man zu Gulden:

1 3
729(0 kr. | 121 fl. 30 kr.
: 666(0
Rest 30 kr.

Die 18 Schäffel Gersten kosten demnach 121 fl. 30 kr.

2) Man subtrahire die kleinere Summe 116 fl. von der größeren 121 fl. 30 kr.

121 fl. 30 kr.
116 „ — „
Rest 5 fl. 30 kr.

Petrus hat also dem Paulus noch 5 fl. 30 kr. zu bezahlen.

## II. Beispiel:

Zwei wollen mit einander tauschen; der erste hat 138 Zentner Blei, den Zentner zu 5 fl. 30 kr., der zweite hat Kupfer, den Zentner zu 12 fl., 50 kr.

Wie viel Kupfer erhält der zweite für die 138 Zentner Blei?

Auflösung:

1) Man berechne den Werth des Bleies, indem man sagt: 1 Zentner kostet 5 fl. 30 kr., oder $5\,^1/_2$ fl., da 30 kr. die Hälfte eines Guldens sind, was kosten 138 Zentner?

| Ztr. | fl. | Ztr. | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | $5\,^1/_2$ | 138 | $x$.? |
| × 2 | × 2 | × 11 | |
| 2 | 11 | 138 | |
| | | 138 | |
| | | 1518 | 759 fl. |
| | | : 222 | |

2) Nun sage man: Für 12 fl. 50 kr. bekommt man 1 Zentner Kupfer; wie viel bekommt man für 759 fl.

| fl. | kr. | Ztr. | fl. | Ztr. |
|---|---|---|---|---|
| 12 | 50 | 1 | 759 | $x$? |
| × 60 | | | × 60 | |
| 720 kr. | | | 45540 kr. | |
| + 50 kr. | | | | |
| 770 kr. | | | | |

Nun dividire man 45540 mit 770:

| | |
|---|---|
| $4554\not{0}$ | $59\,^{11}/_{77}$ Ztr. = $59\,^1/_7$ Ztr., da man den Bruch $^{11}/_{77}$ mit 11 verkleinern kann. |
| : $77\not{0}$ | |
| 385 | |
| 704 | |
| : 77 | |
| 693 | |
| 11 | |

Für 138 Zentner Blei muß man also $59\,^1/_7$ Zentner Kupfer, oder 59 Zentner $14\,^2/_7$ Pfund Kupfer hingeben, da ein Zentner 100 Pfund hat, und der 7te Theil von 100 gleich $14\,^2/_7$ ist.

## §. 104.

### 8.) Wechselrechnungen.

Bei der gemeinen Wechselrechnung werden kleinere Geldsorten in größere, oder umgekehrt, verwandelt; bei der Hauptwechslung hingegen werden die Gelder von einer Stadt in die andere, oder von einem Lande in das andere übersetzt, wobei zu beobachten ist, welche Münze oder welches Geld allemal an den betreffenden Orten gangbar ist, und wie die Gelder mit einander verglichen werden sollen.

#### I. Beispiel:

Wie viel Gulden zu 60 kr. betragen 150 Reichsthaler zu $1\,^1/_2$ fl., oder zu 1 fl. 30 kr.?

#### Auflösung:

Nach der einfachen geraden Regeldetri setze man an, und sage: 1 Reichsthaler beträgt $1\,^1/_2$ fl., was betragen 150 Reichsthaler?

| Rthlr. | fl. | Rthlr. | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | $1\,^1/_2$ | 150 | $x$? |
| ×2 | ×2 | ×3 | |
| 2 | 3 | 45ø : 222 | 225 fl. |

150 Reichsthaler betragen also 225 fl.

#### II. Beispiel:

Wie viel betragen 3000 bayerische Mard'ors in Dukaten zu 5 fl. 20 kr.?

#### Auflösung:

1) Da eine bayerische Mard'or 7 fl. 20 kr. hat, so berechne man den Werth von 3000 Mard'ors in Gulden:

| M. | fl. | kr. | M. | fl. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 20 | 3000 | x? |

× 60
420 kr.
+ 20 kr.
440 kr.
× 3000

1
1320000(0 kr. | 22000 fl.
: 66 (0

2) Jetzt berechne man, wie viel Dukaten zu 22000 fl. erfordert werden, indem man sagt: 5 fl. 20 kr. geben eine Dukate, wie viel Dukaten geben 22000 fl.?

| fl. | kr. | D. | fl. | D. |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 20 | 1 | 22000 | x? |

× 60      × 60
300 kr.      1320000 kr.
+ 20 kr.
320 kr.

Man dividire 1320000 mit 320:

132000(0 | 4125 Dukaten.
: 32 (0
128
40
: 32
32
80
: 32
64
160
: 32
160
—

3000 bayerische Mard'ors zu 7 fl. 20 kr. betragen also 4125 Dukaten zu 5 fl. 20 kr.

### III. Beispiel:

Ein Kaufmann nimmt zu Frankfurt 2450 Reichsthaler per Wechsel zu $1\frac{1}{4}$ vom Hundert; wie viel muß in den Wechselbrief gesetzt und allda erlegt werden?

### Auflösung:

1) Weil bei diesem Wechsel $1\frac{1}{4}$ Reichsthaler vom Hundert Agio gegeben wird, so sage man: 100 Thaler geben $1\frac{1}{4}$ Thaler, was geben 2450 Thaler?

| Thl. | Thl. | Thl. | Thl. |
|---|---|---|---|
| 100 | $1\frac{1}{4}$ | 2450 | $x$? |
| ×4 | ×4 | ×5 | |
| 400 | 5 | 12250 | |

Man dividire 12250 mit 400:

```
        2
      122(50 │ 30 25/40 Thlr. = 30 5/8 Thlr.,
       44(00 │ weil man den Bruch 25/40 mit
   ──────────┘ 5 verkleinern kann.
Rest   25
```

2) Das Agio von $30\frac{5}{8}$ Thaler zähle man zu den 2450 Thalern:

$$\begin{array}{rl} 2450 & \text{Thaler} \\ +30\frac{5}{8} & \text{"} \\ \hline 2480\frac{5}{3} & \text{Thaler.} \end{array}$$

Man muß demnach $2480\frac{5}{8}$ Thaler in den Wechselbrief setzen.

### IV. Beispiel:

Ein Kaufmann remittirt 2500 fl. nach Prag; was wird sein Faktor allda zu empfangen haben, wenn der Wechsel zu $1\frac{1}{2}$ fl. pro % geschlossen worden ist?

### Auflösung:

Da auf Hundert $1\frac{1}{2}$ fl. Agio treffen, so berechne man, was auf 2500 fl. trifft?

| fl. | fl. | fl. | fl. |
|---|---|---|---|
| 100 | $1\frac{1}{2}$ | 2500 | $x$? |
| ×2 | ×2 | ×3 | |
| 200 | 3 | 7500 | |

Man dividire 7500 mit 200:

```
   11
   75(00 | 37 100/200 fl. = 37 1/2 fl.
   22(00 |
--------
Rest 100
```

2) Man zähle diese $37\,^1/_2$ fl. zu den 2500 fl.

$$\begin{array}{r} 2500 \text{ fl.} \\ +\,37\,^1/_2 \text{ „} \\ \hline 2537\,^1/_2 \text{ fl.} \end{array}$$

Man hat also allda $2537\,^1/_2$ fl. zu empfangen.

## §. 105.

### 9.) Zins- und Liedlohns-Rechnung.

Die einfache Zinsrechnung, bei welcher keine Zinseszinse bestimmt werden, geschieht nach den schon angeführten Regeln der einfachen, und der zusammengesetzten geraden Regeldetri. Deßwegen führe ich hier nur noch ein paar Beispiele mit der beigefügten Abkürzung im Rechnen an:

#### I. Beispiel:

Welchen Zins geben 850 fl. Kapital in 1 Jahre zu 5 Prozent?

#### Auflösung:

1) Weil nach dieser Voraussetzung 5 fl. Zins vom Hundert bezahlt werden, so trifft es auf den Gulden 3 Kreuzer oder einen Groschen Zins, indem

| fl. K. | fl. Z. | fl. K. | kr. |
|---|---|---|---|
| 100 | 5 | 1 | $x$? |

```
        1
   ----------
        5 fl., zu kr. gemacht
      × 60
   ----------
      300 | 3 kr.
    : 100 |
      300 |
   ----------
        —
```

2) Weil auf einen Gulden ein Groschen Zins trifft, so treffen auf 850 fl. Kapital, 850 Groschen Zins. Da ferner 20 Groschen einen Gulden geben, so dividire man 850 mit 20, um die Größe des Zinses in Gulden auszudrücken:

```
       1
     85(0  | 42 10/20 fl., oder 42 1/2 fl., da man
     22(0  | 10/20 mit 10 verkleinern kann.
Rest  10
```

850 fl. Kapital geben also $42\frac{1}{2}$ fl., oder 42 fl. 30 kr. Zins.

## II. Beispiel:

Welchen Zins geben 3560 fl. Kapital in 12 Jahren zu 5 Prozent?

## Auflösung:

1) Weil bei der Verzinsung zu 5 Prozenten auf einen Gulden 1 Groschen Zins trifft, so treffen in einem Jahre auf 3560 fl. Kapital, 3560 Groschen Zins, diese geben 178 fl. Zins, da 20 Groschen 1 Gulden geben, wie man hier sieht:

```
    11
    356(0 Grosch. | 178 fl.
  : 222(0         |
```

2) Da dieses Kapital in einem Jahre 178 fl. Zins gibt, so gibt es in 12 Jahren 12 mal 178 fl. Zins; man multiplizire daher 178 mit 12, wie hier:

```
   178
  × 12
  ----
   356
  178
  ----
  2136
```

3560 fl. Kapital geben also in 12 Jahren zu 5 Prozenten 2136 fl. Zins.

### III. Beispiel:

Welches Kapital hat man angelegt, wenn man bei 5 Prozenten in 12 Jahren 2136 fl. Zins bezieht?

### Auflösung:

1) Weil man in 12 Jahren 2136 fl. Zins erhält, so bekommt man in einem Jahre den 12ten Theil von 2136 fl. Zins; man dividire also 2136 mit 12:

```
  2136 | 178 fl.
: 12   |
  12   |
 ----
   93
 : 12
   84
 ----
    96
  : 12
    96
  ----
    —
```

Es treffen demnach 178 fl. Zins auf 1 Jahr.

2) Die 178 fl. mache man zu Groschen, indem man mit 20 multiplizirt:

```
  178 fl.
  ×20
 ---------
 3560 Gr.
```

Da nun zu 1 Groschen das Kapital von 1 Gulden gehört, so gehört zu 3560 Groschen das Kapital von 3560 Gulden.

Man hat demnach 3560 fl. Kapital angelegt, wenn man in 12 Jahren 2136 fl. Zins erhält.

### IV. Beispiel:

Ein Hausbesitzer ist sein Haus ganz schuldig, und bezahlt zu 5 Prozenten jährlich 43 fl. 30 kr. Interesse; welchen Werth hat das Haus?

### Auflösung:

Man mache die 43 fl. 30 kr. zu Groschen, indem

man 43 fl. mit 20 multiplizirt, und wegen der 30 kr. oder eines halben Guldens 10 Groschen addirt:

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 20 \\ \hline 860 \text{ Groschen} \\ +10 \text{ Gr.} \\ \hline 870 \text{ Gr.} \end{array}$$

Weil nun zu 1 Groschen das Kapital von 1 fl. gehört, so gehört zu 870 Groschen auch ein Kapital von 870 fl.; weßhalb das Haus den Werth von 870 fl. hat.

### V. Beispiel:

Eine Magd wird in einen Dienst unter der Bedingung aufgenommen, daß man ihr als Jahr'slohn 18 fl., und 12 Ellen Leinwand gibt; die Magd ist aber nur 39 Wochen im Dienste, was ist man ihr am bedingten Lohne schuldig?

### Auflösung:

1) Man berechne zuerst, was ihr an den 18 fl. trifft, indem man sagt: Für 52 Wochen erhält sie 18 fl., was erhält sie für 39 Wochen?

| W. | fl. | W. | fl. |
|---|---|---|---|
| 52 | 18 | 39 | $x$? |

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 39 \\ \hline 162 \\ 54\phantom{0} \\ \hline 702 \end{array}$$

daher 702 : 52 = $13\frac{26}{52}$ fl. = $13\frac{1}{2}$ fl., da man mit 26 verkleinern kann.

$$\begin{array}{r} 702 \\ :52 \\ 52\phantom{0} \\ \hline 182 \\ :52 \\ 156 \\ \hline 26 \end{array}$$

An Geld hat sie demnach $13\frac{1}{2}$ fl., oder 13 fl. 30 kr. zu fordern.

2) Um zu finden, was ihr an Leinwand gehört, sage man: Für 52 Wochen bekommt sie 12 Ellen; was erhält sie für 39 Wochen?

| W. | Ell. | W. | Ell. |
|---|---|---|---|
| 52 | 12 | 39 | $x$? |

| | | |
|---|---|---|
| 12 | | |
| $\times$ 39 | daher 468 | 9 Ell. |
| 108 | : 52 | |
| 36 | 468 | |
| 468 | — | |

An Leinwand erhält sie 9 Ellen.

## VI. Beispiel:

Ein Bauer dingt einen Knecht, und gibt ihm des Jahres 24 fl. Lohn; der Knecht ist nur 13 Wochen im Dienste, und erhielt in dieser Zeit 8 fl. 30 kr. Vorschuß, was ist einer dem andern noch schuldig?

## Auflösung:

1) Man sage: Für ein Jahr oder 52 Wochen trifft es 24 fl. Lohn, was trifft es für 13 Wochen?

| W. | fl. | W. | fl. |
|---|---|---|---|
| 52 | 24 | 13 | $x$? |

| | | |
|---|---|---|
| 24 | | |
| $\times$ 13 | daher 312 | 6 fl. |
| 72 | : 52 | |
| 24 | 312 | |
| 312 | — | |

An Lohn trifft es also 6 fl.

2) Diese 6 fl. ziehe man von den schon bezahlten 8 fl. 30 kr. ab:

| | |
|---|---|
| 8 fl. | 30 kr. |
| —6 fl. | — kr. |
| 2 fl. | 30 kr. |

Der Knecht bleibt demnach noch die Summe von 2 fl. 30 kr. schuldig.

## §. 106.

## 10.) Die Inventions-Regel.

### I. Beispiel:

Wenn ein Pfund einer gewissen Waare $36\,^1/_4$ kr., und der Zentner 60 fl. 25 kr. kostet; wie viel Pfund hat der Zentner?

### Auflösung:

Nach der einfachen geraden Regeldetri sage man: Für $36\,^1/_4$ kr. bekommt man 1 Pfund, wie viel Pfund bekommt man für 60 fl. 25 kr.?

| kr. | Pf. | fl. | kr. | Pf. |
|---|---|---|---|---|
| $36\frac{1}{4}$ | 1 | 60 | 25 | $x$? |
| $\times 4$ | $\times 4$ | $\times 60$ | | |
| 145 | 4 | 3600 kr. | | |
| | | +25 kr. | | |
| | | 3625 kr. | | |
| | | $\times 4$ | | |
| | | 14500 | 100 Pfund | |
| | | : 145 | | |
| | | 145 | | |
| | | 00 | | |

Auf den Zentner gehen also 100 Pfund.

### II. Beispiel:

Wenn 1 Loth 7 Kreuzer, und die Mark 1 fl. 52 kr. kostet; wie viel Loth hat die Mark?

### Auflösung:

Man setze an, und sage: Für 7 kr. bekommt man 1 Loth, wie viel Loth bekommt man für 1 fl. 52 kr.

| kr. | Loth | fl. kr. | Loth |
|---|---|---|---|
| 7 | 1 | 1 52 | x? |

×60

60 kr.

+52 kr.

4

112 kr. | 16 Loth

: 77

Die Mark hat also 16 Loth.

## §. 107.

## 11.) Von der Progressions-Regel.

### I. Beispiel:

Ein Hauptmann theilet eine gewisse Summe Geldes unter 25 Soldaten so aus, daß der erste 1 fl., der zweite 2 fl., der dritte 3 Gulden ꝛc. und somit jeder nächst folgende um 1 fl. mehr erhält; wie groß war die Summe des ausgetheilten Geldes?

### Auflösung:

1) Man addire die erste Zahl zur letzten, also 1 zu 25, und multiplizire die Summe 26 mit der Anzahl der Soldaten, das ist, mit 25:

```
  26
 ×25
 ---
 130
 52
 ---
 650
```

2) Das Produkt 650 halbire man, das heißt, man dividire es mit 2:

1

650 | 325 fl.

: 222

Die ganze Summe des ausgetheilten Geldes betrug also 325 fl.

## II. Beispiel:

Wenn man alle Zahlen, wie sie in der natürlichen Ordnung fortlaufen, von 1 bis 1000 addiren wollte, wie groß ist ihre Summe?

### Auflösung:

Weil in unserem Zahlsysteme jede folgende Zahl um 1 größer wird, so hat man wieder eine arithmetische Progression oder Reihe; daher verfahre man, wie vorhin:

1) Man addire 1 zu 1000, und multiplizire 1001 mit 1000 als der Anzahl aller Zahlen:

$$\begin{array}{r} 1001 \\ \times 1000 \\ \hline 1001000 \end{array}$$

2) Man dividire 1001000 mit 2:

$$\begin{array}{r|l} 1001000 & 500500 \\ :\ 222222 & \end{array}$$

Die Summe aller Zahlen von 1 bis 1000 beträgt demnach 500500.

## III. Beispiel:

Einer schickt einen Bothen 76 Meilen weit, und gibt ihm für die erste Meile 1 Pfenning, für die zweite 2, für die dritte 3 Pfenning, und so fortgesetzt; wie viel beträgt der ganze Bothenlohn?

### Auflösung:

1) Man addire 1 zu 76, und multiplizire 77 mit 76 als der Anzahl der Meilen:

$$\begin{array}{r} 77 \\ \times 76 \\ \hline 462 \\ 539\phantom{0} \\ \hline 5852 \end{array}$$

2) Die Zahl 5852 dividire man mit 2, oder halbire sie:

| | |
|---|---|
| 1 1 | |
| 5852 | 2926 Pfenning |
| : 2222 | |

3) Die 2926 Pfenning mache man durch die Division mit 4 zu Kreuzer, und diese durch die Division mit 60 zu Gulden:

| | | |
|---|---|---|
| 1 2 | 11 | |
| 2926 Pf. | 731 kr. | 12 fl. |
| : 444 | : 660 | |
| Rest 2 Pf. | 11 kr. | Rest |

Der ganze Bothenlohn beträgt also 12 fl. 11 kr. 2 Pfenning.

IV. Beispiel:

Wie groß ist die 100ste ungerade Zahl, und wie groß ist die Summe der ersten 100 ungeraden Zahlen?

Auflösung:

1) Die ungeraden Zahlen sind 1, 3, 5, 7, 9, ꝛc. dieselben bilden daher, da es 100 solche Zahlen sind, eine arithmetische Progression, wo 1 das erste Glied, dann 100 die Gliederanzahl, und 2 der gemeinschaftliche Unterschied ist.

2) Hier bekommt man das letzte Glied, wenn man die um 1 verminderte Anzahl der Glieder, also 99 mit dem Unterschiede 2 multiplizirt, und 1 zum Produkte hinzählt:

$$\begin{array}{r} 100 \\ -1 \\ \hline 99 \end{array} \quad \text{dann} \quad \begin{array}{r} 99 \\ \times 2 \\ \hline 198 \\ +1 \\ \hline 199 \end{array}$$

Die 100ste ungerade Zahl ist demnach die Zahl 199.

3) Jetzt berechne man die Summen dieser 100 Zahlen, indem man zum letzten Gliede 199 das erste Glied 1 addirt, dann mit 100 multiplizirt, und das Produkt halbirt:

$$\begin{array}{r} 199 \\ +1 \\ \hline 200 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 200 \\ \times 100 \\ \hline 20000 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20000 & 10000 \\ :2 & \end{array}$$

Die Summe der ersten 100 ungeraden Zahlen beträgt demnach die Zahl 10000.

## §. 108.

### 12.) Die Regula Falsi.

Bei der Regula Falsi nimmt man eine beliebige Zahl an, doch so, daß in selber die in der Aufgabe bestimmten Theile ohne Rest aufgehen; mit dieser Zahl verfährt man dann nach den Bedingungen der Aufgabe. Die gefundenen Zahlen addirt man; die Summe gibt für den Ansatz der einfachen geraden Regeldetri das erste Glied, die beliebig angenommene Zahl wird das zweite Glied, und die sonst aus der Aufgabe bekannte Zahl wird das dritte Glied; nach der Regeldetri werden dann die zwei mittleren Zahlen mit einander multiplizirt, und das Produkt wird mit der ersten Zahl dividirt, um die anfangs verlangte Zahl zu finden.

I. Beispiel:

Ein Sohn fragt seinen Vater um sein Alter. Der Vater antwortet: Wenn du noch so alt wärest, dann halb so alt, ferner ein Viertel so alt, und um 1 Jahr älter, dann wärest du 100 Jahre alt.

Auflösung:

1) Man nehme eine Zahl an, die sich durch 2 und 4 ohne Rest theilen läßt, etwa 12.

2) Nun setze man von dieser Zahl das Zweifache, dann die Hälfte, und das Viertel, bringe diese drei Zahlen in eine Summe, und vermindere 100 um 1, weil nach der Bedingung der Aufgabe jene drei Theile 1 weniger als 100 geben:

| | |
|---|---|
| Angenommene Zahl | 12 |
| ihr Zweifaches | = 24 |
| ihre Hälfte | = 6 |
| ihr Viertel | = 3 |
| Summe | = 33 |

3) Jetzt mache man der gegebenen Vorschrift gemäß den Regeldetri-Ansatz, und suche das vierte Glied:

33 12 99 $x$?

$$
\begin{array}{r}
12 \\
\times 99 \\
\hline
108 \\
108\phantom{0} \\
\hline
1188
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
1188 & 36\ \text{J.} \\
:33\ \ 99 & \\
\hline
198 & \\
33\ \ 198 & \\
\hline
- &
\end{array}
$$

Der Sohn war also 36 Jahre alt.

4) Zur Probe setze man von 36 Jahren das Zweifache, dann die Hälfte, und das Viertel, und man muß, wenn man noch 1 addirt, 100 erhalten:

| | |
|---|---|
| Das Zweifache von 36 ist | = 72 |
| die Hälfte davon ist | = 18 |
| das Viertel ist | = 9 |
| und 1 ist | = 1 |
| Summe | = 100 Jahr. |

## II. Beispiel:

Ein Herr wird gefragt, wie viel er Geld in seiner Kassa habe. Dieser antwortete: Er wisse es eigentlich nicht, doch habe er von seinem Diener vernommen, daß ein Drittel, ein Viertel, und ein Fünftel seines Geldes zusammen 4700 fl. betragen.

### Auflösung:

1) Weil bei diesen drei Theilen die Zahlen 3 dann 4 und 5 vorkommen, so multiplizire man diese drei Zahlen mit einander; es ist $3 \times 4 \times 5 = 60$, und 60 ist durch 3, dann durch 4 und durch 5 ohne Rest theilbar.

2) Von dieser Zahl 60 setze man ein Drittel, ein Viertel und ein Fünftel:

| | | |
|---|---|---|
| Angenommene Zahl | | 60 |
| ein Drittel davon | = | 20 |
| ein Viertel „ | = | 15 |
| ein Fünftel „ | = | 12 |
| Die Summe ist | = | 47 |

3) Nun mache man den Regeldetri-Ansatz, und suche das vierte Glied:

47 60 4700 $x$?

×60

282000

Die Zahl 282000 mit 47 dividirt:

282000
: 47 | 6000 fl.
282

—

In der Kassa waren also 6000 fl.

4) Zur Probe setze man von 6000 fl., die angezeigten Theile, ihre Summe muß 4700 geben?

| | | |
|---|---|---|
| Von 6000 fl., ist ein Drittel | = | 2000 fl. |
| „ „ „ „ Viertel | = | 1500 „ |
| „ „ „ „ Fünftel | = | 1200 „ |
| Summe | = | 4700 fl. |

## III. Beispiel:

Jemand fragt einen Schafhirten, wie viel er Schafe habe; er antwortet: Wenn ich noch so viel, halb so viel, ein Drittel so viel, und ein Viertel so viel, und noch 3 hätte, so wären es 373 Schafe.

### Auflösung:

1) Weil bei den Theilen die Zahlen 3 und 4 vorkommen, so multiplizire man 3 mit 4, es ist das Produkt 12 durch 3 und 4 ohne Rest theilbar.

2) Man setze die verlangten Zahlen, und subtrahire 3 von 373, der Rest ist 370.

Die angenommene Zahl 12
ihr Zweifaches oder Duplum = 24
ihre Hälfte = 6
ihr Drittel = 4
ihr Viertel = 3

Summe = 37

3) Man mache den Regeldetri-Ansatz, und suche das vierte Glied:

37  12  370  $x$?

```
     12
   ×370
   ----
     84
    36
   ----
   4440 | 120 Schafe.
  : 37  |
    37  |
   ----
     74
   : 37
     74
   ----
      0
```

Es waren also 120 Schafe.

4) Zur Probe setze man die genannten Theile, ihre Summe muß 373 Schafe geben:

Von 120 ist das Duplum = 240 Sch.
" " " die Hälfte = 60 "
" " " ein Drittel = 40 "
" " " ein Viertel = 30 "
und 3 = 3 "

Summe = 373 Schafe.

§. 109.

## 13.) Von der Ambulations-Regel.

### I. Beispiel:

Ein Bothe macht täglich 6 Meilen, nach 10 Tagen wird ihm ein anderer nachgeschickt, der täglich 8 Meilen zurücklegt; wann wird der zweite den ersten einholen?

Auflösung:

1) Man subtrahire die 6 Meilen von den 8 Meilen, und setze den Rest 2 im Regeldetri-Ansatze als das erste Glied; dann setze man die 6 Meilen als das zweite Glied, und die 10 Tage als das dritte, und man suche das vierte Glied, das die gesuchte Anzahl der Tage ausdrückt:

$$\begin{array}{cccc} 2 & 6 & 10 & x? \\ & \times 10 & & \\ \hline & \not{6}\not{0} & \multicolumn{2}{l}{\text{30 Tage.}} \\ & :\not{2}\not{2} & & \end{array}$$

Der zweite Bothe wird also den ersten in 30 Tagen einholen.

2) Weil es auch die Voraussetzung ist, daß Beide vom nämlichen Orte ausgehen, so berechne man zur Probe den von Beiden zurückgelegten Weg, er muß gleich groß seyn:

a) Der erste Bothe macht täglich 6 Meilen, wie viel Meilen hat er in den 10 Tagen zum voraus zurückgelegt?

| T. | M. | T. | M. |
|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 10 | $x$? |
| | × 10 | | |
| | 60 Meilen. | | |

b) Derselbe macht täglich 6 Meilen, wie viel legt er noch in den 30 Tagen zurück?

| T. | M. | T. | M. |
|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 30 | $x$? |
| | × 30 | | |
| | 180 M. | | |
| und | + 60 M. | | |
| | 240 Meilen legte der erste in Allem zurück. | | |

c) Der zweite legt in einem Tage 8 Meilen zurück, wie viel legt er in 30 Tagen zurück?

| T. | M. | T. | M. |
|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 30 | $x$? |

$$\begin{array}{r} \times 30 \\ \hline 240 \text{ Meilen.} \end{array}$$

Der zweite Bothe macht demnach in 30 Tagen den gleich großen Weg von 240 Meilen, weßhalb sie in dieser Zeit beisammen sind.

II. Beispiel:

Ein Hund jagt einem Fuchs nach; der Fuchs ist 140 Sprünge vor dem Hunde, und so oft der Fuchs 5 Sprünge macht, macht der Hund 7 Sprünge; in wie viel Sprüngen wird der Fuchs eingeholt?

Auflösung:

Man subtrahire 5 von 7, und sage: Um einen Vorsprung von 2 Sprüngen zu bekommen, macht der Hund 7 Sprünge; wie viel Sprünge muß er machen, um einen Vorsprung von 140 Sprüngen zu erhalten?

| Spr. | Spr. | Spr. | Spr. |
|---|---|---|---|
| 2 | 7 | 140 | $x$? |

$$\begin{array}{r|l} \times 7 & \\ \hline 980 & 490 \text{ Sprünge.} \\ : 2 & \end{array}$$

Der Fuchs wird also in 490 Sprüngen eingeholt.

III. Beispiel:

Bekannter Maßen beträgt der Umfang unserer Erdkugel 5400 deutsche Meilen, und man nimmt an, der Umfang eines Zirkels verhalte sich zu seinem Durchmesser, wie 22 zu 7; welchen Durchmesser hat demnach unsere Erde?

Auflösung:

Nach der einfachen geraden Regeldetri sage man: 22 verhält sich zu 7, wie 5400 zum gesuchten Durchmesser, das ist, zum Umfange eines Kreises oder Zirkels von 22 Meilen gehört beinahe ein Durchmesser

von 7 Meilen, welcher Durchmesser gehört zu einem Umfange von 5400 Meilen?

| M. | M. | M. | M. |
|---|---|---|---|
| 22 | 7 | 5400 | $x$? |

$$\begin{array}{r|l} 5400 & \\ \times 7 & \\ \hline 37800 & 1718\,^4/_{22} = 1718 \\ :22 & ^2/_{11} \text{ deutsche Meil.} \\ 22 & \\ \hline 158 & \\ :22 & \\ 154 & \\ \hline 40 & \\ :22 & \\ 22 & \\ \hline 180 & \\ :22 & \\ 176 & \\ \hline \text{Rest } 4 & \end{array}$$

Der Durchmesser der Erde beträgt demnach beinahe $1718\,^4/_{22} = 1718\,^2/_{11}$ deutsche Meilen.

Anmerkung: Wenn man nach genaueren Verhältnißzahlen rechnet, erhält man für den Durchmesser der Erde eine etwas größere Zahl; daher sagt man auch öfters, der Durchmesser der Erde betrage 1720 deutsche, oder geographische Meilen.

### IV. Beispiel:

Wenn der Durchmesser einer runden Säule, welche die Gestalt einer Walze oder eines Zylinders hat, $3\,^1/_2$ Schuh beträgt, wie groß ist der Umfang dieser Säule?

### Auflösung:

1) Nach der einfachen geraden Regeldetri sage man: 7 verhält sich zu 22, wie der Durchmesser von $3\,^1/_2$ Schuh zum gesuchten Umfange, das ist, wenn der Durchmesser eines Kreises oder Zirkels 7 Schuh hat, so beträgt dieser Umfang beinahe 22 Schuh:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 | 22 | $3\frac{1}{2}$ | $x$? |
| $\times 2$ | | $\times 2$ | |
| 14 | | 7 | |

Es ist $x = \frac{22 \times 7}{14} = {}^{22}/_{2} = 11$, das heißt, der Umfang dieser Säule beträgt beinahe 11 Schuh, indem man das Verhältniß des Durchmessers eines Zirkels zu dessen Umfang nicht ganz genau angeben kann.

2) In reesischer Form geschieht die Auflösung, wenn man ansetzt: Welchen Umfang hat eine Säule bei einem Durchmesser von $3^1/_2$ Schuh, im Falle auf 7 Schuh Durchmesser ein Umfang von 22 Schuh trifft?

a) Umf. $x$? | $3\frac{1}{2}$ Sch. D.
Sch. D. 7 | 22 Sch. U.

b) Sch. $x$? | $\frac{7}{2}$
7 | 22
2 | 11

$x = 11$ Schuh.

Man findet wieder, daß der Umfang 11 Schuh beträgt.

## §. 110.

### 14.) Zeitbestimmung beim gemeinschaftlichen Zusammenwirken mehrerer Ursachen.

Wenn die Zeit bekannt ist, in welcher gleichförmig wirkende Ursachen für sich allein eine gewisse Wirkung hervorbringen, so kann man die Zeit, in welcher alle Ursachen zusammenwirken, um die nämliche Wirkung hervorzubringen, auf folgende Weise finden:

1) Man multiplizire, aber allemal mit Weglassung einer anderen jener Zahlen, welche die besonderen Zeiten anzeigen, diese Zahlen mit einander, und auch alle diese Zahlen unter sich.

2) Man zähle die ersten Produkte zusammen,

und dividire mit der erhaltenen Summe das letzte Produkt.

I. Beispiel:

Ein Wasserbehältniß, welches 600 Eimer faßt, kann durch drei Röhre mit Wasser gefüllt werden, und zwar durch das erste in 2, durch das zweite in 3, und durch das dritte Rohr in 4 Tagen; binnen welcher Zeit wird das Gefäß voll, wenn durch alle drei Röhre zugleich Wasser hineinfließt?

Auflösung:

1) Man multiplizire 2 mit 3, dann 2 mit 4, und 3 mit 4, und addire diese drei Produkte:

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 3 \\ \hline 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \\ \times 4 \\ \hline 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ \times 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

und $6 + 8 + 12$ ist zusammen gleich 26.

2) Man multiplizire alle diese drei Zahlen mit einander, und dividire das Produkt mit der vorhin erhaltenen Summe; es ist $2 \times 3 \times 4 = 24$, und 24, dividirt mit 26, gibt $^{24}/_{26}$, oder $^{12}/_{13}$, indem man den Bruch mit 2 verkleinern kann. Man findet dadurch, daß das Behältniß in $^{12}/_{13}$ Tag voll wird, wenn das Wasser durch alle drei Röhre zugleich hineinfließt, und man voraussetzt, daß bei der nämlichen Oeffnung in der nämlichen Zeit immer gleich viel Wasser hineinfließt.

3) Zur Probe berechne man, da man bei diesen Größen das gerade Verhältniß voraussetzt, wie viel Wasser in dieser Zeit bei jedem Rohr hineinkommt, indem man ansetzt: Wie viel Wasser kommt beim ersten Rohr in $^{12}/_{13}$ Tagen in das Behältniß, wenn bei diesem in 2 Tagen das Quantum von 600 Eimern hineinfließt?

Führt man die Berechnung nach dem gewöhnlichen Regeldetri-Ansatze, oder reesisch aus, so findet man, daß in das Behältniß in $^{12}/_{13}$ Tagen Wasser hineinfließt:

a) beim ersten Rohr = 276 $^{12}/_{13}$ Eimer
b) „ zweiten „ = 184 $^{8}/_{13}$ „
c) „ dritten „ = 138 $^{6}/_{13}$ „

sohin zusammen = 600 Eimer.

### II. Beispiel:

Ein Schaf würde von einem Wolfe in 1 Tage, von einem Fuchs in 2 Tagen, und von einem Hunde in 3 Tagen verzehrt; binnen welcher Zeit werden diese drei Thiere gemeinschaftlich das Schaf aufzehren?

### Auflösung:

1) Man multiplizire allemal zwei dieser Zahlen, welche die besonderen Zeiten anzeigen, mit einander, bringe die drei Produkte in eine Summe, und multiplizire auch diese drei Zahlen mit einander. Es ist $1 \times 2 = 2$, dann $1 \times 3 = 3$, ferner $2 \times 3 = 6$, überdieß $2 + 3 + 6 = 11$, und $1 \times 2 \times 3 = 6$.

2) Man dividire das letzte Produkt 6 mit 11 als der Summe der vorigen drei Produkte, man findet $^{6}/_{11}$ als die gesuchte Zeit, das ist, das Schaf wird von diesen Thieren gemeinschaftlich in $^{6}/_{11}$ Tag aufgezehrt.

3) Zur Probe bezeichne man das Gewicht des Schafes mit Q, und berechne, was jedes Thier davon in $^{6}/_{11}$ Tag verzehrt, indem man ansetzt: Was verzehrt in $^{6}/_{11}$ Tag der Wolf, wenn er in 1 Tage das ganze Schaf verzehrt?

a)

| | |
|---|---|
| x? | $^{6}/_{11}$ T. |
| T. 1 | Q. |
| | $^{6}/_{11}$ T. |

b)

| | |
|---|---|
| x? | $\frac{6}{11}$ T. (6 und 11 gestrichen) |
| T. 2 | 3 Q. |
| 11 | $^{3}/_{11}$ Q. |

c)

| | |
|---|---|
| x? | $\frac{6}{11}$ T. (6 und 11 gestrichen) |
| T. 3 (gestrichen) | 2 Q. |
| 11 | $^{2}/_{11}$ Q. |

Es verzehrt also in $^6/_{11}$ Tag vom Schafe
a) der Wolf $= {}^6/_{11}$ Q.
b) der Fuchs $= {}^3/_{11}$ „
c) der Hund $= {}^2/_{11}$ „

sohin zusammen $= {}^{11}/_{11}$ Q. = Q., das heißt, das ganze Schaf.

Anmerkung: Es ist bei solchen Aufgaben die Voraussetzung, daß gleichförmig wirkende Ursachen, das ist, solche vorkommen, welche in der nämlichen Zeit immer auch das Nämliche bewirken. Es ist aber dieses in der Wirklichkeit nicht immer der Fall, wie man es aus den vorstehenden zwei Beispielen ersieht.

## §. 111.

15.) Die Reduktion des bayerischen Geldes auf das österreichische, und umgekehrt.

Da man in Bayern und in Oesterreich nach Gulden, Groschen und Kreuzern, und zwar nach der nämlichen Unterabtheilung rechnet, nur mit dem Unterschiede, daß in Bayern der 24 Guldenfuß, in Oesterreich aber der 20 Guldenfuß gilt, so verhält sich das bayerische Geld zum österreichischen, wie 5 zu 6; deßwegen geben z. B. 6 bayerische Gulden 5 österreichische Gulden:

I. Beispiel:

Wie viel betragen im Kaisergelde 7519 Gulden bayerischen Geldes?

Auflösung:

Nach der einfachen geraden Regeldetri sage man: 6 bayerische Gulden geben 5 österreichische Gulden, was betragen 7519 bayerische Gulden?

| bayer. fl. | öster. fl. | bayer. fl. | öster. fl. |
|---|---|---|---|
| 6 | 5 | 7519 | $x$? |
| | | ×5 | |
| | | 37595 | 6265 $^5/_6$ fl. |
| | | : 6666 | |
| | | Rest 5 | |

7519 fl. bayerischen Geldes betragen also im Kaisergelde 6265 ⁵/₆ fl.

### II. Beispiel:

Wie viel bayerisches Geld nach dem 24 Guldenfuß betragen 833 ¹/₃ österreichische Gulden, da man weiß, daß 5 österreichische Gulden 6 bayerische Gulden geben?

### Auflösung:

| öst. fl. | b. fl. | öst. fl. | b. fl. |
|---|---|---|---|
| 5 | 6 | $833\frac{1}{3}$ | $x$? |
| ×3 | | ×3 | |
| 15 | | 2500 | |
| | | ×6 | |
| | | 15000 | 1000 bayer. fl. |
| | | : 15 | |
| | | 15 | |
| | | — | |

833 ¹/₃ österreichische Gulden im 20 Guldenfuß geben also 1000 bayer. Gulden nach dem 24 Guldenfuß.

Anmerkung: Beim Konventions- oder Zwanzigguldenfuß beträgt die feine Mark 20 Gulden; dagegen aber beträgt sie im Vierundzwanzig-Guldenfuß 24 Gulden.

## §. 112.

### 16.) Die Rechnung mit Siebnern und Siebenzehnern.

Wenn man wissen will, wie viel Siebner und Siebenzehner erfordert werden, um eine gerade Anzahl von Gulden, als 2, 4, 6, 8 ꝛc. zu bezahlen, so multiplizire man die gegebene Zahl von Gulden allezeit mit 5, und das erhaltene Produkt dividire man mit 2, oder halbire es; der Quotient oder das halbe Produkt gibt in gleichen Zahlen die Anzahl der Siebner und Siebenzehner an, mit denen man die genannte Summe bezahlen kann.

Sind aber die gegebenen Gulden ungerade, so

setze man zur gegebenen Zahl eine Null, dividire sie dann mit 4, und vernachläßige den bei der Division bleibenden Rest 2, den man auch bei der Probe nicht mehr braucht.

I. Beispiel:

Wie viel Siebner und Siebenzehner braucht man, um 8 Gulden zu bezahlen?

Auflösung:

1) Man multiplizire die Zahl 8 mit 5, und dividire das Produkt 40 mit 2, wie hier:

```
   8           40 | 20
 × 5         : 22 |
 ----
  40
```

Mit 20 Siebnern, und 20 Siebenzehnern kann man also diese Zahlung leisten.

2) Zur Probe sage man:

a) Ein Siebner hat 7 kr., was betragen 20 Siebner?

```
S.        kr.        S.        fl.
1          7         20        x?
         ×20
       ------
       140 kr.
```

Die 140 kr. zu Gulden gemacht.

```
          2
       14(0 kr. | 2 fl. 20 kr.
     :  6(0     |
     ---------
Rest    20 kr.
```

b) Ein Siebenzehner hat 17 kr., was betragen 20 Siebenzehner?

```
S.        kr.        S.        fl.
1         17         20        x?
         ×20
      --------
       340 kr. | 5 fl. 40 kr.
     :  60     |
       300     |
     ---------
Rest    40 kr.
```

Die Siebner betragen also 2 fl. 20 kr.
Die Siebenzehner „ „ 5 „ 40 „

Zusammen 8 fl.

## II. Beispiel:

Wie viel Siebner und Siebenzehner braucht man zu 5 fl.?

### Auflösung:

1) Man setze zu 5 eine Null, und dividire 50 mit 4, man erhält 12 als Quotienten:

```
   12
   50 | 12
 : 44
Rest 2, den man nicht mehr braucht.
```

2) Zu 12 addire man 9, man erhält die Zahl 21, welche die Anzahl der Siebner bestimmt.

3) Von 12 subtrahire man 3, man erhält als Rest die Zahl 9, welche die Anzahl der Siebenzehner angibt.

4) Zur Probe berechne man, wie beim vorigen Beispiele, was die Siebner und Siebenzehner betragen, ihre Summe muß 5 Gulden geben:

```
    S.      kr.      S.      fl.
a)  1       7        21      x?
                    ×7
                   147 kr. | 2 fl. 27 kr.
                 :  60     |
                   120     |
             Rest   27 kr.

    S.      kr.      S.      fl.
b)  1       17       9       x?
           ×9
          153 kr. | 2 fl. 33 kr.
        :  60     |
          120     |
   Rest    33 kr.
```

c) Die 21 Siebner betragen 2 fl. 27 kr.
Die 9 Siebenzehner „ 2 „ 33 „

Zusammen 5 fl.

Anmerkung: Etwas weitläufiger wird die Auflösung, wenn man bestimmen will, wie man auch jede, in ganzen Zahlen ausgedrückte Kreuzersumme mit lauter Siebnern und Siebenzehnern bezahlen kann; ich führe aber diese der Kürze wegen nicht mehr an.

## §. 113.

### 17.) Die Verwandlung der Bayerthaler in Gulden, und umgekehrt der Gulden in Bayerthaler.

Weil ein Bayerthaler 2 fl. 24 kr. gilt, und deßhalb 24 Sechser hat, so multiplizire man die Thalersumme mit 6, und das erhaltene Produkt mit 4, und man schneide rechts das äußerste oder letzte Ziffer ab. Die Ziffer links zeigen Gulden, und das zur Rechten abgesonderte Ziffer gibt so viele Sechser, als es Einheiten bezeichnet.

Will man die Bayerthaler in Gulden verwandeln, so hänge man der Guldensumme rechts eine Null an, dadurch werden aus den Gulden Sechser. Die dadurch entstandene Sechserzahl dividire man mit 4, man erhält Vierundzwanziger, welche, mit 6 dividirt, die verlangten Bayerthaler geben.

I. Beispiel:

Wie viel Gulden geben 84 Bayerthaler?

Auflösung:

1) Man multiplizire 84 mit 6, und das erhaltene Produkt mit 4:

$$\begin{array}{r} 84 \\ \times 6 \\ \hline 504 \\ \times 4 \\ \hline 2016 \end{array}$$

2) Man schneide eine Ziffer ab, so erhält man 201 fl. 6 Sechser, das ist, 201 fl. 36 kr., wie man hier sieht:

84 Bayerthaler
6 mal

504 Vierundzwanziger
4 mal

201|6 = 201 fl. 6 Sechser = 201 fl. 36 kr.

II. Beispiel:

Wie viel Bayerthaler braucht man, um 108 fl. zu bezahlen?

Auflösung:

1) Man setze zu 108 eine Null, dadurch verwandeln sich die 108 fl. in 1080 Sechser.

2) Man dividire mit 4, man erhält 270 Vierundzwanziger, welche, noch mit 6 dividirt, 45 Bayerthaler geben, mit welchen man 108 fl. bezahlen kann:

108 fl.

| | | |
|---|---|---|
| 2<br>1080 Sechs.<br>: 44 | 3<br>270 Vierundz.<br>: 66 | 45 Bthlr. |

Das ist, zu 108 fl. braucht man 45 Bayerthaler.

## §. 114.

### 18.) Die Verwandlung der Kronenthaler in Gulden, und umgekehrt der Gulden in Kronenthaler.

Weil der Kronenthaler 2 fl. 42 kr., somit 27 Sechser hat, und 27 das Dreifache von 9 ist, da 9 × 3 = 27, so multiplizire man zuerst die Kronenthaler mit 3, und dann mit 9. Hierauf schneide man wieder rechts das letzte Ziffer ab; dieses bedeutet Sechser, die links stehenden Ziffer aber zeigen Gulden an.

Will man Gulden in Kronenthaler verwandeln, so hänge man der Guldenzahl rechts eine Null an,

und verwandle sie dadurch in Sechser, da der Gulden 10 Sechser hat. Dann dividire man die Sechserzahl mit 3, und den erhaltenen Quotienten mit 9, und man bekommt die verlangten Kronenthaler.

I. Beispiel:

Wie viel Gulden geben 37 Kronenthaler?

Auflösung:

1) Man multiplizire 37 mit 3, und das Produkt 111 mit 9, wie hier:

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 3 \\ \hline 111 \\ \times 9 \\ \hline 999 \end{array}$$

2) Man schneide rechts das letzte Ziffer ab, man erhält 99 fl. 9 Sechser, oder 99 fl. 54 kr., wie man hier sieht:

37 Kronenthaler
3 mal
———
111
9 mal
———
99|9, also 99 fl. 9 Sechser, oder 99 fl. 54 kr.

II. Beispiel:

Wie viel Kronenthaler braucht man zu 108 fl.

Auflösung:

1) Man hänge der Zahl 108 eine Null an, und verwandle so die 108 fl. in 1080 Sechser.

2) Man dividire 1080 mit 3, und den Quotienten 360 mit 9, man findet den Quotienten 40, welcher anzeigt, daß man 40 Kronenthaler zu 108 fl. braucht, wie man auch hier sieht:

108 fl.
———

| | | |
|---|---|---|
| 1 | | |
| 1080 Sechs. | 360 | 40 Kronenthaler. |
| : 333 | : 99 | |

# III. Abschnitt.

## Aufgaben mit veränderter Form in der Darstellung der Auflösung, und zwar in Absicht auf Futter- oder Heu, dann Holz- und Torf-Berechnungen.

### I. Futter- oder Heu-Berechnungen.

§. 115.

Beispiele mit geradem Verhältnisse.

I. Beispiel:

Für die Weide von 300 Schafen bezahlte man 60 fl. in der Weidezeit von 80 Tagen. Frage: Wie viele Gulden muß man für 280 Schafe bezahlen, welche 140 Tage weiden?

I. Auflösung:

1) Man mache sich den Vorbereitungs-Ansatz von der linken zur rechten Seite, und drücke die gesuchten Gulden mit $x$ aus, indem man schreibt:

| Schafe | Tage | fl. |
|---|---|---|
| 300 | 80 | 60 |
| 280 | 140 | $x$? |

Hier stehen in der ersten Zeile die Bedingungsglieder, und unten in der zweiten Zeile der Ordnung nach die gleichnamigen Frageglieder, welche letztere allemal dort vorkommen, wo die gesuchte Größe $x$ steht.

2) Man mache den Vertikalstrich, das ist, die Linie von oben nach unten nach der reesischen Form, schreibe links oben das gesuchte Fragegleid „fl. $x$?," und rechts hinüber das gleichnamige Bedingungsglied, sohin „60 fl."

3) Man vergleiche die Anzahl der Schafe und der Tage mit der Zahlung, welche in Gulden ausgedrückt ist, um das vorkommende Verhältniß der Grö-

ßen zu einander zuerkennen, und schreibe nach der Vergleichung allemal sogleich beim reesischen Ansatze die Glieder an:

a) Je mehr Schafe weiden, desto mehr muß man zahlen; es ist ein gerades Verhältniß, daher setze man links das Bedingungsglied „300 Schafe," und rechts das gleichnamige Frageglied „280 Schafe."

b) Je mehr Tage die Schafe weiden sollen, desto mehr muß man bezahlen; man hat wieder ein gerades Verhältniß, deßwegen schreibe man links das Bedingungsglied „80 Tage," und rechts hinüber das gleichnamige Frageglied „140 Tage."

Hat man auf diese Weise für die Berechnung die ganze Aufgabe angesetzt, so führe man die Rechnung wirklich aus, indem man zur Abkürzung links, und rechts drei Nullen ausstreicht, dann beiderseits mit den Zahlen 3, dann 2 und 4 dividirt, und zuletzt die rechts stehenden Zahlen 7 und 14 mit einander multiplizirt, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| 1) | fl. $x$? | 60 fl. |
| a) | Sch. 300 | 280 Sch. |
| b) | T. 80 | 140 T. |

| | | |
|---|---|---|
| 2) | fl. $x$? | 60 . 2 |
| | 300 | 280 . 7 |
| | 4 . 80 | 140 |

$$x = 7 \times 14 = 98 \text{ fl.}$$

Man muß demnach unter der gesetzten Bedingung 98 fl. für die Weide bezahlen.

II. Auflösung:

1) Man mache, wie vorhin, von der linken zur rechten Seite den Vorbereitungsansatz, und stelle die Vergleichung an; man findet, daß die Anzahl der Schafe, und der Tage mit der Größe der Bezahlung im geraden Verhältnisse steht.

2) Man mache den Rechnungsansatz, und führe dann die Rechnung aus, wie es im §. 94. in Absicht auf die Auflösung der Aufgaben der zusammengesetzten geraden Regeldetri in reesischer Form bei der II. Auflösung des I. Beispieles gezeigt wird:

| 1) | | |
|---|---|---|
| fl. $x$? | | 280 Sch. |
| | | 140 T. |

| 2) | | |
|---|---|---|
| fl. $x$? | | 280 Sch. |
| Sch. 300 | | 140 T. |
| T. 80 | | 60 fl. |

| 3) | |
|---|---|
| fl. $x$? | 280 . 7 |
| 300 | 140 |
| 4 . 80 | 60 . 2 |
| 1 | 98 fl. |

Man findet wieder, daß 98 fl. zu zahlen sind.

II. Beispiel:

Jemand hat einen Heustock; er ist im nämlichen Längenmaaße $18\,^2/_5$ Schuh hoch, dann $13\,^1/_3$ Schuh lang, und $10\,^{13}/_{23}$ Schuh breit. Frage: Wie viel Klafter hat dieser Heustock, wenn das Klafter die Form eines genauen Würfels hat, und sohin dessen Höhe, Länge und Breite 6 Schuh beträgt?

Auflösung:

1) Man mache von der linken zur rechten Seite den Vorbereitungsansatz, und drücke die gesuchten Klafter mit $x$ aus:

| Schuh hoch | Schuh lang | Schuh breit | Klafter |
|---|---|---|---|
| 6 | 6 | 6 | 1 |
| $18\frac{2}{5}$ | $13\frac{1}{3}$ | $10\frac{13}{23}$ | $x$? |

Hier sind wieder in der ersten Zeile die Bedingungsglieder, und unten sind in der zweiten Zeile der Ordnung nach die gleichnamigen Frageglieder.

2) Man ziehe den Vertikalstrich nach der reesischen Form, schreibe links oben das gesuchte Frageglied „Kl. $x$?," und rechts hinüber das gleichnamige Bedingungsglied „1 Kl."

3) Man vergleiche die Höhe, Länge und Breite des Heustockes mit dessen Größe, die man in Klaftern ausdrückt, um das vorhandene Verhältniß zu erkennen, und schreibe nach der Vergleichung allemal gleich beim reesischen Ansatze die Glieder an:

a) Je höher der Heustock ist, desto mehr Klafter hat er; es ist ein gerades Verhältniß, daher

setze man links das Bedingungsglied „6 Schuh hoch," und rechts das gleichnamige Frageglied „18 $^{2}/_{5}$ Schuh hoch."

b) Je länger der Heustock ist, desto mehr Klafter hat er; es ist auch ein gerades Verhältniß, deßhalb schreibe man links das Bedingungsglied „6 Schuh lang," und rechts das gleichnamige Frageglied „13 $^{1}/_{3}$ Schuh lang."

c) Endlich je breiter oder tiefer der Heustock ist, desto mehr Klafter hat er; es ist wieder das gerade Verhältniß, man setze also links das Bedingungsglied „6 Schuh breit," und rechts das gleichnamige Frageglied „10 $^{13}/_{23}$ Schuh breit."

Hat man auf diese Weise den ganzen Ansatz vollendet, so richte man zur wirklichen Berechnung die Brüche ein, hebe diese auf, indem man die Nenner ausstreicht, und auf die andere Seite setzt, dann verkleinere man, multiplizire links, und auch rechts die zuletzt gebliebenen Zahlen, und dividire endlich das Produkt der rechts stehenden Zahlen mit dem Produkte der links stehenden Zahlen, wie hier:

| 1) | | |
|---|---|---|
| | Kl. $x$? | 1 Kl. |
| a) | Sch. h. 6 | $18\frac{2}{5}$ Sch. h. |
| b) | Sch. l. 6 | $13\frac{1}{3}$ Sch. l. |
| c) | Sch. br. 6 | $10\frac{13}{23}$ Sch. br. |

| 2) | |
|---|---|
| Kl. $x$? | 1 |
| 6 | $\frac{92}{5}$ |
| 6 | $\frac{40}{3}$ |
| 6 | $\frac{243}{23}$ |

| 3) | |
|---|---|
| Kl. $x$? | 1 |
| 5 . 6 | 92 |
| 3 . 6 | 40 |
| 23 . 6 | 243 |

| 4) | |
|---|---|
| Kl. $x$? | 1 |
| ~~2~~ . ~~5~~ . ~~6~~ | 92 |
| ~~2~~ . ~~3~~ . ~~6~~ | ~~40~~ . ~~8~~ . ~~2~~ |
| 23 . ~~6~~ | ~~243~~ . ~~81~~ |
| ~~2~~ | ~~27~~ . ~~9~~ . 3 |

$$x = \frac{92 \times 3}{23} = {}^{276}/_{23} = 12 \text{ Kl.}$$

Der Heustock hält demnach unter der gesetzten Bedingung 12 Klafter.

4) Will man kürzer verfahren, und man weiß durch die angestellte Vergleichung, daß die Höhe, Länge und Breite des Heustockes mit dessen Größe

im geraden Verhältnisse steht, so kann man die Auflösung auch so bewerkstelligen, wie es im vorstehenden I. Beispiele bei der II. Auflösung geschehen ist; indem man auf diese Weise reesisch ansetzt:

| | |
|---|---|
| Frage: Kl. $x$? | enthält ein Heustock von |
| wenn bei 6 Sch. H. | $18\frac{2}{5}$ Sch. H. |
| 6 Sch. L. | $13\frac{1}{3}$ Sch. L. |
| 6 Sch. Br. | $10\frac{13}{23}$ Sch. Br. |
| derselbe | 1 Klafter hält. |

Verfährt man nun, wie es bei der vorigen Auflösung dieses Beispieles in den dargestellten reesischen Ansätzen geschehen ist, so findet man wieder, daß dieser Heustock 12 Klafter enthält.

### III. Beispiel:

Man hat von einem Heustock 16 Schuh in der Länge, dann $9\,^3/_4$ Schuh in der Breite, und 18 Schuh in der Höhe weggemessen. Frage: Wie hoch kommt dieses Quantum Heu, wenn die Klafter Heu um 15 fl. 48 kr. im Verkaufe bedungen worden ist?

### Vorbereitungs-Ansatz:

| Schuh Länge | Breite | Höhe | |
|---|---|---|---|
| 6 | 6 | 6 | kosten $15\frac{4}{5}$ fl. was kosten |
| 16 | $9\frac{3}{4}$ | 18 | fl. $x$? |

Die erste Zeile enthält wieder die Bedingungsglieder, und die zweite der Ordnung die gleichnamigen Frageglieder.

### I. Auflösung:

1) Man berechne zuerst aus der Länge, Breite und Höhe des Heustockes dessen Größe, und aus dieser den Werth desselben.

2) Je länger, breiter und höher der Heustock ist, desto größer ist er; es ist durchaus das gerade Verhältniß da, deßwegen setzt man reesisch links an den Vertikalstrich das unbekannte Fragegied „Kl. $x$?" und unter dieses die Bedingungsglieder „6 Schuh Länge, 6 Schuh Breite und 6 Schuh Höhe,"

und rechts hinüber die bekannten Fragelieder „16 Schuh Länge, $9^3/_4$ Schuh Breite, und 18 Schuh Höhe" nebst dem bekannten Bedingungsgliede „1 Klafter," indem man sagt: Wie viel Klafter hat ein Heustock von 16 Schuh Länge, $9^3/_4$ Schuh Breite, und 18 Schuh Höhe, wenn man bei einer Länge, Breite und Höhe von 6 Schuh ein Klafter hat?

Richtet man nun beim reesischen Ansatze auf die angezeigte Art den Bruch ein, hebt man diesen auf und verkleinert ihn, so findet man zuletzt 13 Klafter:

| | | |
|---|---|---|
| a) | Kl. $x$? | 16 Sch. L. |
| | Sch. L. 6 | $9\frac{3}{4}$ Sch. Br. |
| | Sch. Br. 6 | 18 Sch. H. |
| | Sch. H. 6 | 1 Klafter. |

| | | |
|---|---|---|
| b) | Kl. $x$? | 16 . 4 . 2 |
| | 4 . 6 | 39 |
| | 3 . 6 | 4 |
| | 2 . 6 | 18 . 3 |
| | | 1 |

$x = {}^{39}/_3 = 13$ Klafter.

3) Da der Heustock 13 Klafter hat, so berechne man jetzt den Werth desselben, indem man nach der einfachen geraden Regeldetri ansetzt (§. 92.): Was kosten 13 Klafter, wenn eine Klafter 15 fl. 48 kr., oder $15^{48}/_{60}$ fl., sohin $15^4/_5$ fl. kostet, da man den Bruch $^{48}/_{60}$ mit 12 verkleinert:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| a) | fl. $x$? | 13 Kl. | b) | fl. $x$? | 13 |
| | Kl. 1 | $15\frac{4}{5}$ fl. | | 1 | 79 |
| | | | | 5 | 5 |

$$x = \frac{79 \times 13}{5} = {}^{1027}/_5 = 205\,{}^2/_5 \text{ fl.}$$

Dieser Heustock kostet demnach $205\,^2/_5$ fl., mithin 205 fl. 24 kr.

II. Auflösung:

1) Wenn man die Größe des Heustockes nicht

berechnen will, so kann man, da die Länge, Breite und Höhe mit dem Werthe desselben im geraden Verhältnisse ist, gleich unmittelbar ansetzen: Welchen Werth hat ein Heustock von 16 Schuh Länge, $9\,^3/_4$ Schuh Breite und 18 Schuh Höhe, wenn eine Klafter Heu von 6 Schuh Länge, 6 Schuh Breite und 6 Schuh Höhe 15 fl. 48 kr., somit $15\,^4/_5$ fl. kostet?

2) Wenn man hierauf den Bruch einrichtet und aufhebt, dann verkleinert, und das Produkt der zuletzt gebliebenen rechts stehenden Zahlen mit dem Produkte der links stehenden dividirt, so findet man wieder, daß der genannte Heustock $205\,^2/_5$ fl., sohin 205 fl. 24 kr. kostet:

a)

| | |
|---|---|
| fl. x? | 16 Sch. L. |
| Sch. L. 6 | $9\,^3/_4$ Sch. Br. |
| Sch. Br. 6 | 18 Sch. H. |
| Sch. H. 6 | $15\,^4/_5$ fl. |

b

| | |
|---|---|
| fl. x? | 16 . 4 . 2 |
| 4 . 6 | $\frac{39}{4}$ . 13 |
| 2 . 6 | 18 . 3 |
| 2 . 5 . 6 | $\frac{79}{5}$ |

$$\text{also } x = \frac{13 \times 79}{5} = {}^{1027}/_5 = 205\,^2/_5 \text{ fl.} = 205 \text{ fl. } 24 \text{ kr.}$$

da 13
× 79
117
91
1027 | $205\,^2/_5$ fl. = 205 fl. 24 kr.
: 5

Anmerkung: 1) Es ist aus den früheren Auflösungen schon bekannt, daß das Verkleinern bei der wirklichen Berechnung oder Ausarbeitung eine Abkürzung gewährt, indeß aber durchaus nicht nothwendig ist; wenn

man demnach nicht mehr zu verkleinern weiß, so multiplizirt und dividirt man auf die angezeigte Art, und man erhält immer das gleiche Resultat, wenn auch die zuletzt gebliebenen Brüche in größeren Zahlen erscheinen.

2) Vergleicht man die hier vorkommenden Auflösungen in der veränderten Form, (wie sie mir von meinem verehrten Freunde, dem Herrn Stadtpfarrer und Distrikts-Schul-Inspektor Langenmayer in Immenstadt, gütigst mitgetheilt wurden,) mit den früher bei den Regeldetri-Aufgaben dargestellten Auflösungen, so unterscheiden sich jene von diesen durch die horizontale oder wagerechte Darstellung des Vorbereitungs-Ansatzes, und auch dadurch, daß man die Glieder beim reesischen Ansatze nach der Vergleichung allemal gleich gehörig anschreibt.

## §. 116.

### Beispiele mit geradem und verkehrtem Verhältnisse zugleich.

#### I. Beispiel:

Ein Güterbesitzer fütterte mit einem Heuquantum von 48 Klafter 215 Tage lang 18 Kühe, derer jeder er täglich 15 Pfund Heu gibt.

Nun besitzt gegenwärtig derselbe 64 Klafter Heu; wie lange kann er damit füttern, wenn er 24 Kühe hält, und jeder täglich 18 Pfund Heu gibt?

#### Auflösung:

1) Man bilde sich den Vorbereitungs-Ansatz, und bezeichne die gesuchte Zeit mit $x$:

| Klafter Heu | Tage | Kühe | Pfund des Tages |
|---|---|---|---|
| 48 | 215 | 18 | 15 |
| 64 | $x$? | 24 | 18 |

2) Man mache den Vertikalstrich, schreibe links oben das unbekannte Frageglied „Tage $x$?“ und rechts hinüber das gleichnamige bekannte Bedingungsglied „215 Tage.“

Ferner sage man:

a) Je mehr Heu man hat, desto mehr Tage kann man füttern; es ist ein gerades Verhältniß, man schreibt also links das Bedingungsglied „48 Klafter," und rechts das gleichnamige Frageglied „64 Klafter."

b) Je mehr Kühe man füttern soll, desto weniger Tage reicht das Heu; man hat ein verkehrtes Verhältniß, man schreibe links das Frageglied „24 Kühe," und rechts das gleichnamige Bedingungsglied „18 Kühe."

c) Endlich je mehr Pfund Heu man täglich einer Kuh gibt, desto weniger Tage hat man an dem Heu; es ist wieder ein verkehrtes Verhältniß, man schreibe also links das Frageglied „18 Pfund," und rechts das gleichnamige Bedingungsglied „15 Pfund."

Hat man auf diese Weise in reesischer Form die Aufgabe ganz angesetzt, so verfahre man auf die bekannte Art, um die gesuchte Anzahl der Tage zu finden:

| 1) | | |
|---|---|---|
| | Tage $x$? | 215 T. |
| a) | Kl. 48 | 64 Kl. |
| b) | K. 24 | 18 K. |
| c) | Pf. 18 | 15 Pf. |

| 2) | |
|---|---|
| T. $x$? | 215 |
| 2 . ~~6~~ . ~~48~~ | ~~64~~ . 8 |
| 3 . ~~24~~ | ~~18~~ |
| ~~18~~ | ~~15~~ . 5 |

$$x = \frac{215 \times 5}{2 \times 3} = {}^{1075}/_{6} = 179\,{}^{1}/_{6} \text{ Tag.}$$

Indem 215 $\times$ 5 = 1075 : 6 = $179\,{}^{1}/_{6}$; $2 \times 3 = 6$.

Unter der gesetzten Bedingung kann man demnach $179\,{}^{1}/_{6}$ Tag lang 24 Kühe füttern.

## II. Beispiel:

Für eine Weide, auf welcher 300 Schafe 80 Tage lang weiden, bezahlt man 60 Gulden. Frage: Wie viele Schafe werden erfordert, wenn die Weide 140 Tage dauern, und man 98 fl. bezahlen soll?

### Auflösung:

1) Man mache den Vorbereitungs-Ansatz:

| Schafe | Tage | fl. |
|---|---|---|
| 300 | 80 | 60 |
| $x$? | 140 | 98 |

2) Man mache in reesischer Form den Vertikalstrich, schreibe links oben das unbekannte Frageglied „Schafe $x$?," und rechts hinüber das gleichnamige bekannte Bedingungsglied „300 Schafe."

Dann sage man:

a) Je mehr Tage die Schafe weiden sollen, desto weniger Schafe dürfen es seyn; es ist ein verkehrtes Verhältniß, man schreibe also links das Frageglied „140 Tage," und rechts das gleichnamige Bedingungsglied „80 Tage."

b) Je mehr man bezahlt, desto mehr Schafe darf man weiden; man hat ein gerades Verhältniß, man schreibe links das Bedingungsglied „60 fl.," und rechts das gleichnamige Frageglied „98 fl."

Hat man auf diese Weise die ganze Aufgabe reesisch angeschrieben, so verfahre man nach den bekannten Regeln, um die gesuchte Anzahl der Schafe zu finden:

| | | |
|---|---|---|
| 1) | Schafe $x$? | 300 Sch. |
| a) | T. 140 | 80 T. |
| b) | fl. 60 | 98 fl. |

| | | |
|---|---|---|
| 2) | Sch. $x$? | ~~300~~ |
| | ~~7~~ . ~~140~~ | ~~80~~ . 40 |
| | ~~2~~ . ~~60~~ | ~~98~~ . ~~49~~ . 7 |

$x = 40 \times 7 = 280$ Schafe.

Es können daher unter der gesetzten Bedingung 280 Schafe weiden.

### III. Beispiel:

Auf einer ganz guten Alpe von 150 Tagwerken können 90 Tage lang 75 Stücke recht gut weiden. Frage: Wie viele Stücke können auf einer Alpe von

384 Tagwerken weiden, wenn man sie 120 Tage lang benützen will?

Auflösung:

1) Man mache den Vorbereitungs-Ansatz, und drücke die gesuchte Anzahl der Stücke mit $x$ aus:

| Tagwerk | Tage | Stück Vieh |
|---|---|---|
| 150 | 90 | 75 |
| 384 | 120 | $x$? |

2) Man mache den Vertikalstrich in reesische Form, schreibe links das unbekannte Fragglied „Stücke $x$?," und rechts hinüber das gleichnamige bekannte Bedingungsglied „75 Stücke."

Hierauf sage man:

a) Je mehr Tagwerk die Alpe hält, desto mehr Stücke kann man weiden; es ist ein gerades Verhältniß, man schreibe links das Bedingungsglied „150 Tagwerk," und rechts das gleichnamige Frageglied „384 Tagwerk."

b) Je mehr Tage das Vieh weiden soll, desto weniger Stücke dürfen es seyn; man hat ein verkehrtes Verhältniß, man schreibe deßhalb links das Frageglied „120 Tage," und rechts hinüber das gleichnamige Bedingungsglied „90 Tage."

Hat man auf diese Art für die Berechnung die ganze Aufgabe reesisch angesetzt, so verfahre man nach den bekannten Regeln, um die gesuchte Anzahl der Stücke zu finden:

| | | |
|---|---|---|
| 1) | Stücke $x$? | 75 Stücke |
| a) | Tagw. 150 | 384 Tagw. |
| b) | Tage 120 | 90 Tage |

| | | |
|---|---|---|
| 2) | Stücke $x$? | 75 . 15 . 5 |
| | 3 . 150 | 384 . 48 |
| | 24 . 120 | 90 . 3 |
| | 8 | |

$x = 48 \times 3 = 144$ Stücke.

Man kann demnach unter der gesetzten Bedingung 144 Stücke weiden.

Anmerkung: 1) Es gewährt eine mehrfache Uebung in der Auflösung solcher Aufgaben, und dient zugleich zur Probe, wenn man anfangs bekannte Glieder als unbekannt annimmt, und diese auf die nämliche Art aus allen übrigen bekannten Gliedern sucht.

2) Würden bei solchen Aufgaben nur Größen vorkommen, die zu einander im verkehrten Verhältnisse stehen, so würde man beim Vertikalstriche alle Frageglieder links, und dann rechts alle Bedingungsglieder setzen, wie es in den §§. 93. und 95. bei den Auflösungen geschehen ist, welche in reesischer Form bei den Aufgaben der einfachen verkehrten, und der zusammengesetzten verkehrten Regeldetri vorkommen.

## II. Holz- und Torf-Berechnungen.

### §. 117.

### Holzberechnungen.

#### I. Beispiel:

Das bayerische Klafter hat als Holzmaaß bei einer Scheiterlänge von $3\frac{1}{2}$ Schuh, in der Breite 6 Schuh, und in der Höhe 6 Schuh, und hat demnach im körperlichen oder Kubik-Maaße 126 bayerische Kubikfuß; unter letzterem versteht man Würfel, welche als regelmäßige Körper in der Länge, Breite und Höhe einen Schuh halten.

Wie viel Klafter hält nun ein Holzstoß, welcher bei gleicher Scheiterlänge von $3\frac{1}{2}$ Schuh, in der Breite 30 Schuh, und in der Höhe 20 Schuh hat?

#### Auflösung:

1) Man mache den Vorbereitungs-Ansatz, und bezeichne mit $x$ die gesuchten Klafter:

| Scheiterlänge | Breite | Höhe | Klafter |
|---|---|---|---|
| Schuh $3\frac{1}{2}$ | Sch. 6 | Sch. 6 | 1 |
| „ $3\frac{1}{2}$ | „ 30 | „ 20 | $x$? |

2) Je länger, breiter und höher ein solcher Holz-

stoß ist, der die Gestalt eines länglichten Würfels hat, desto größer ist er, das ist, desto mehr Klafter hält derselbe; man hat durchaus ein gerades Verhältniß, man schreibe deßhalb in reesischer Form nach Vorschrift der zusammengesetzten geraden Regeldetri (§. 94.) links oben die gesuchte Größe „Klafter $x$?," und rechts hinüber die bekannten Fragegiieder „$3\frac{1}{2}$ Schuh Länge, 30 Schuh Breite, und 20 Schuh Höhe," hierauf schreibe man links die drei Bedingungsglieder „$3\frac{1}{2}$ Schuh Länge, 6 Schuh Breite, und 6 Schuh Höhe," und rechts hinüber das noch übrige Bedingungsglied „1 Klafter."

Hat man auf diese Weise die ganze Aufgabe reesisch angesetzt, so verfahre man nach den angegebenen Regeln, um die gesuchte Größe des Holzstoßes in Klaftern zu finden:

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) | Klafter $x$? | $3\frac{1}{2}$ Sch. L. | |
| | Sch. L. $3\frac{1}{2}$ | 30 Sch. Br. | |
| | Sch. Br. 6 | 20 Sch. H. | |
| | Sch. H. 6 | 1 Klafter | |
| b) | Kl. $x$? | $\frac{7}{2}$ . 2 | |
| | 2 . $\frac{7}{2}$ | 30 . 5 | |
| | 6 | 20 . 10 | |
| | 3 . 6 | 1   50 | $16\frac{2}{3}$ |
| | 3 | : 3 | |

Die Größe dieses Holzstoßes beträgt demnach $16\frac{2}{3}$ Klafter, indem man die zuletzt rechts gebliebenen Zahlen 5 und 10 mit einander multiplizirt, und das Produkt 50 mit 3 dividirt.

### II. Beispiel:

Wenn ein Holzstoß bei einer Scheiterlänge von $3\frac{1}{2}$ Schuh, in der Breite 30 Schuh, und in der Höhe 20 Schuh hat, welchen Werth hat derselbe, wenn das Klafter Holz 8 fl. 30 kr., somit $8\frac{30}{60}$ fl., oder $8\frac{1}{2}$ fl. kostet?

## Auflösung:

1) Man berechne zuerst, wie es beim vorigen Beispiele geschehen ist, die Größe des Holzstoßes in Klaftern, man findet, daß derselbe $16^2/_3$ Klafter hat, wenn man nämlich das Klafter bei einer Scheiterlänge von $3^1/_2$ Schuh, in der Breite zu 6 Schuh, und in der Höhe zu 6 Schuh annimmt.

2) Nun berechne man den Werth des Holzstoßes nach der einfachen geraden Regeldetri (§. 92.), weil bei Waare und Zahlung dafür das gerade Verhältniß vorkommt, und man deßwegen reesisch ansetzt:

Welchen Werth hat ein Holzstoß in der Größe von $16^2/_3$ Klafter, wenn eine Klafter $8^1/_2$ fl. kostet?

a)

| | |
|---|---|
| fl. $x$? | $16\frac{2}{3}$ Kl. |
| Kl. 1 | $8\frac{1}{2}$ fl. |

b)

| | | |
|---|---|---|
| fl. $x$? | 50 | |
| 3 . 1 | 3 | |
| | 17 | |
| 2 | 2 | |
| 6 | 17 | |
| | $\times$ 50 | |
| | 850 | $141\frac{4}{6}$ fl. |
| | : 6 | |

Es kostet demnach dieser Holzstoß $141^4/_6$ fl. = $141^2/_3$ fl., sohin 141 fl. 40 kr.

3) Wenn man die Größe des Holzstoßes nicht wissen will, so kann man den Werth, welcher mit der Länge, Breite unnd Höhe desselben im geraden Verhältnisse steht, kürzer gleich unmittelbar auf diese Weise finden:

a) Vorbereitungs-Ansatz.

| Scheiterlänge | Breite | Höhe | Werth |
|---|---|---|---|
| Schuh $3\frac{1}{2}$ | Sch. 6 | Sch. 6 | $8\frac{1}{2}$ fl. |
| „ $3\frac{1}{2}$ | „ 30 | „ 20 | $x$? |

b) Rechnungs-Ansatz.

1)

| | |
|---|---|
| fl. $x$? | $3\frac{1}{2}$ Sch. L. |
| Sch. L. $3\frac{1}{2}$ | 30 Sch. Br. |
| Sch. Br. 6 | 20 Sch. H. |
| Sch. H. 6 | $8\frac{1}{2}$ fl. |

2)

| | |
|---|---|
| fl. $x$? | $\frac{7}{2} \cdot 2$ |
| $2 \cdot \frac{7}{2}$ | $30 \cdot 5$ |
| | $20 \cdot 10$ |
| $6$ | $\frac{17}{2}$ |
| $2 \cdot 6$ | |

$$x = \frac{5 \times 10 \times 17}{6} = \frac{50 \times 17}{6} = {}^{850}/_{6} = 141\,{}^{4}/_{6} \text{ fl.}$$

Der Holzstoß kostet demnach wieder $141\,{}^{4}/_{6}$ fl., sohin 141 fl. 40 kr.

### III. Beispiel:

Wenn ein Klafter Holz bei einer Scheiterlänge von $3\,{}^{1}/_{2}$ Schuh, in der Breite 6 Schuh, und in der Höhe 6 Schuh hat, und es 10 fl. 40 kr. kostet; was kostet vom nämlichen Holze ein Klafter von gleicher Breite und Höhe, wenn die Scheiter nur 3 Schuh lang sind?

### Auflösung:

1) Man mache den Vorbereitungsansatz und bezeichne mit $x$ den gesuchten Werth des Klafters:

| Scheiterlänge | Werth eines Klafters |
|---|---|
| Schuh $3\frac{1}{2}$ | 10 fl. 40 kr. |
| „ 3 | $x$? |

2) Weil die Breite und Höhe des Klafters die nämliche ist, so richtet sich der Preis nur mehr nach der Länge der Scheiter, und steht mit dieser im geraden Verhältnisse, es gilt nämlich das Klafter bei gleicher Breite und Höhe um so weniger, je kürzer die Scheiter sind.

Deßwegen schreibe man in reesischer Form links am Vertikalstriche den gesuchten Werth „fl. $x$?“ und das Bedingungsglied „$3\,{}^{1}/_{2}$ Schuh Scheiterlänge,“ und rechts am Vertikalstriche das bekannte Frageglied „3 Schuh Scheiterlänge,“ und das Bedingungsglied

„10 fl. 40 kr. oder $10^2/_3$ fl.," indem man sagt: Was kostet ein Klafter bei der Scheiterlänge von 3 Schuh, wenn es bei einer Scheiterlänge von $3^1/_2$ Schuh $10^2/_3$ fl. kostet?

a)
| | |
|---|---|
| fl. $x$? | 3 Sch. L. |
| Sch. L. $3\frac{1}{2}$ | $10\frac{2}{3}$ fl. |

b)
| | |
|---|---|
| fl. $x$? | $\not{3}$ |
| $\not{3} \cdot \frac{7}{\not{2}}$ | $\frac{32}{\not{3}} \cdot 2$ |

$$x = \frac{32 \times 2}{7} = {}^{64}/_7 = 9^1/_7 \text{ fl.}$$

Bei einer Scheiterlänge von 3 Schuh kostet ein Klafter $9^1/_7$ fl., somit beinahe 9 fl. 8 kr. 4 hl., indem der 7te Theil von 1 fl. oder von 60 kr. gleich $8^4/_7$ kr., und $^4/_7$ kr. beinahe 4 hl. ausmachen.

### IV. Beispiel:

Jemand soll bei einer Scheiterlänge von $3^1/_2$ Schuh ein Holzquantum von 50 Klafter liefern; wie viel Holz ist zu liefern, wenn die Scheiter nur 3 Schuh lang sind, um bei der nämlichen Breite und Höhe des Klafters das gleiche Holzquantum abzugeben?

### Auflösung:

1) Man mache den Vorbereitungs-Ansatz, und bezeichne mit $x$ die gesuchte Anzahl der Klafter:

| Scheiterlänge | Holzquantum |
|---|---|
| Schuh $3\frac{1}{2}$ | 50 Klafter |
| „ 3 | $x$? „ |

2) Da die Breite und Höhe des Klafters dieselbe ist, so richtet sich die gesuchte Anzahl der Klafter nur nach der Scheiterlänge, und ist mit dieser im umgekehrten Verhältnisse; je kürzer nämlich die Scheiter sind, desto mehr Klafter muß man abgeben, um das nämliche Holzquantum zu liefern.

Deßhalb schreibe man in reesischer Form links am Vertikalstriche die beiden Frageglieder „$x$? Klafter,

und 3 Schuh Länge," und rechts hinüber die zwei Bedingungsglieder „3 $^1/_2$ Schuh Länge, und 50 Klafter," indem man sagt: Wie viel Klafter muß man liefern bei einer Scheiterlänge von 3 Schuh, wenn man 50 Klafter bei einer Scheiterlänge von 3 $^1/_2$ Schuh abgeben soll?

a) Kl. $x$? | 3 $\frac{1}{2}$ Sch. L.
Sch. L. 3 | 50 Kl.

b) Kl. $x$? | 7
2 . 3 | 2
3 | 50 . 25
×7
3 : 175 | 58 $\frac{1}{3}$ Kl.

Wenn man, wie es hier geschehen ist, 25 mit 7 multiplizirt, und das erhaltene Produkt 175 mit 3 dividirt, so findet man 58 $^1/_3$ Klafter, das ist, man muß 58 $^1/_3$ Klafter Holz abgeben, um bei einer Scheiterlänge von 3 Schuh das nämliche Quantum zu liefern.

3) Zur Probe dürfte man nur nach diesen zwei Scheiterlängen den körperlichen Inhalt des beiderseitigen Klafters berechnen:

a)
6
×6
36
×3 $\frac{1}{2}$
108
+18
126 Kubikschuh

b)
6
×6
36
×3
108 Kubikschuh

Ferner

c)
126
×50
6300 Kubikschuh

d)
108
×58 $\frac{1}{3}$
864
540
6264
+36
6300 Kubikschuh

Weil die Breite und Höhe des Klafters immer 6 Schuh hat, so beträgt bei der Scheiterlänge von $3 \frac{1}{2}$ Schuh die Größe eines Klafters 126 Kubikschuh, und bei der Scheiterlänge von 3 Schuh hat ein Klafter 108 Kubikschuh. Nun geben aber 126 Kubikschuh mit 50 multiplizirt als Produkt 6300 Kubikschuh, und 108 Kubikschuh mit $58 \frac{1}{3}$ multiplizirt geben auch als Produkt 6300 Kubikschuh, da 58 mal 108 gleich 6264, und ein Drittel von 108 gleich 36, sohin $108 \times 58 \frac{1}{3} = 6264 + 36 = 6300$.

## §. 118.

## Torf=Berechnungen.

### I. Beispiel:

Wenn das Klafter Holzmaaß zugleich auch als Maaß für Torf oder Wasen gebraucht wird, und deßhalb in der Länge $3 \frac{1}{2}$ Schuh, und in der Breite und Höhe 6 Schuh hat, und sohin im körperlichen Inhalte 126 Kubikschuh beträgt, wie viele Klafter hält ein Torf= oder Wasenbehältniß, welches in der Form eines länglichten Würfels in der Länge 30 Schuh, in der Breite 20 Schuh, und in der Höhe 8 Schuh mißt?

### Auflösung:

1) Man mache den Vorbereitungs=Ansatz, und bezeichne mit $x$ die gesuchte Anzahl der Klafter:

| Länge | Breite | Höhe | Klafter |
|---|---|---|---|
| Schuh $3\frac{1}{2}$ | Sch. 6 | Sch. 6 | 1 |
| „ 30 | „ 20 | „ 8 | $x$? |

2) Je länger, breiter und höher das Behältniß ist, desto mehr Klafter hält es; man hat durchaus das gerade Verhältniß, daher schreibe man reesisch links das unbekannte Frageglied „Kl. $x$?," und rechts hinüber die bekannten Frageglieder „30 Sch. L., 20 Sch. Br., und 8 Sch. H.," dann links schreibe man die Bedingungsglieder „$3 \frac{1}{2}$ Sch. L., 6 Sch. Br., und 6 Sch. H.," und rechts hinüber das Bedingungsglied „1 Kl."

Verfährt man hierauf auf die bekannte Weise, so findet man die gesuchte Anzahl der Klafter:

| | |
|---|---|
| a) Kl. $x$? | 30 Sch. L. |
| Sch. L. $3\frac{1}{2}$ | 20 Sch. Br. |
| Sch. Br. 6 | 8 Sch. H. |
| Sch. H. 6 | 1 Kl. |

| | |
|---|---|
| b) Kl. $x$? | 30 . 5 |
| $\frac{7}{2}$ | 20 . 2 |
| 6 | 8 |
| 3 . 6 | 1 |

$$x = \frac{5 \times 20 \times 8}{7 \times 3} = {}^{800}/_{21} = 38\,{}^{2}/_{21} \text{ Klafter.}$$

Dieses Torf-Behältniß faßt demnach $38\,{}^{2}/_{21}$ Klafter.

II. Beispiel:

Wenn ein Torf-Behältniß die vorige Größe, somit 30 Schuh Länge, 20 Schuh Breite, und 8 Schuh Höhe hat, welchen Werth hat der darin enthaltene Torf, wenn es ganz damit angefüllt ist, und ein Klafter Torf 3 fl. 30 kr. kostet?

Auflösung:

Man bezeichne beim Vorbereitungs-Ansatze den gesuchten Werth dieses Torfes mit $x$?

| Länge | Breite | Höhe | Werth |
|---|---|---|---|
| Sch. $3\frac{1}{2}$ | Sch. 6 | Sch. 6 | $3\frac{1}{2}$ fl. |
| „ 30 | „ 20 | „ 8 | $x$? |

2) Man berechne, wie es bei der Auflösung der vorigen Aufgabe geschehen ist, die Größe dieses Torf-Behältnisses, man findet, daß es $38\,{}^{2}/_{21}$ Klafter hält.

3) Nach der einfachen geraden Regeldetri setze man nun, weil Waare und Zahlung dafür zu einander im geraden Verhältnisse stehen, die Aufgabe an: Was kosten $38\,{}^{2}/_{21}$ Klafter, wenn 1 Klafter 3 fl. 30 kr., somit $3\,{}^{1}/_{2}$ fl. kostet?

a)

| | |
|---|---|
| fl. $x$? | $38\frac{2}{21}$ Kl. |
| Kl. 1 | $3\frac{1}{2}$ fl. |

b)

| | |
|---|---|
| fl. $x$? | $\frac{800}{21} \cdot 400$ |
| $21 \cdot 1$ | |
| $3 \cdot 2$ | $\frac{7}{2}$ |

$$x = {}^{400}/_{3} = 133\,{}^{1}/_{3} \text{ fl.}$$

Es kostet demnach dieser Torf 133 ¹/₃ fl., sohin 133 fl. 20 kr.

4) Wenn man die Größe des Torfquantums nicht wissen will, so findet man nach der zusammengesetzten geraden Regeldetri, da die Länge, Breite und Höhe des Behältnisses oder Torfstoßes im geraden Verhältnisse steht, den gesuchten Werth des Torfes, wenn man ansetzt:

Was kostet ein Torf, der in einem Behältnisse, oder auch sonst in der Form eines länglichten Würfels aufgeschichtet ist, welcher 30 Schuh in der Länge, 20 Schuh in der Breite, und 8 Schuh in der Höhe hat, wenn ein Klafter bei 3 ¹/₂ Schuh Länge, und bei 6 Schuh Breite und 6 Höhe 3 ¹/₂ fl. kostet?

a)

| | |
|---|---|
| fl. $x$? | 30 Sch. L. |
| Sch. L. $3\frac{1}{2}$ | 20 Sch. Br. |
| Sch. Br. 6 | 8 Sch. H. |
| Sch. H. 6 | $3\frac{1}{2}$ fl. |

b)

| | |
|---|---|
| fl. $x$? | $30 \cdot 5$ |
| $\frac{7}{2}$ | $20 \cdot 2$ |
| | $8 \cdot 4$ |
| $3 \cdot 6$ | $\frac{7}{2}$ |
| $2 \cdot 6$ | |

$$x = \frac{5 \times 20 \times 4}{3} = {}^{400}/_{3} = 133\,{}^{1}/_{3} \text{ fl.}$$

Dieses Torfquantum kostet demnach unter der gesetzten Bedingung wieder 133 ¹/₃ fl., oder 133 fl. 20 kr.

Anmerkung: Da ich im vorigen Abschnitte bei der Auflösung der Aufgaben fast immer den gewöhnlichen

Regelbetri-Ansatz wählte, so führte ich in diesem Abschnitte die Auflösungen nach der reesischen Form aus, die sich dabei auch als die kürzeste, und zuverläßigste Verfahrungsart bewährt.

---

# IV. Abschnitt.

## Vom Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzeln.

### §. 119.

### Erklärungen.

1) Wenn man eine Zahl mit sich selbst multiplizirt, somit 2 mal als Faktor setzt, so heißt man das erhaltene Produkt ein Quadrat oder eine Quadratzahl; daher ist z. B. 4 das Quadrat oder die Quadratzahl von 2, und 9 ist die Quadratzahl von 3, indem 2 mal 2 gleich 4, und 3 mal 3 gleich 9 ist, oder $2 \times 2 = 4$, und $3 \times 3 = 9$.

2) Wenn man eine Zahl mit sich selbst multiplizirt, und das Produkt wieder mit der vorigen Zahl, so nennt man das dadurch erhaltene Produkt einen Kubus oder eine Kubikzahl; daher ist 8 der Kubus von 2, und 27 der Kubus von 3; denn 2 mal 2 ist 4, und 2 mal 4 ist 8, dann 3 mal 3 ist 9, und 3 mal 9 ist 27, oder $2 \times 2 \times 2 = 4 \times 2 = 8$, und $3 \times 3 \times 3 = 9 \times 3 = 27$.

3) Quadratwurzel ist diejenige Zahl, die, mit sich selbst multiplizirt, die vorige Zahl wieder gibt; daher ist 2 die Quadratwurzel von 4, und 3 ist die Quadratwurzel von 9, weil 2 mal 2 gleich 4, und 3 mal 3 gleich 9 ist.

Für die Quadratwurzel hat man dieses Zeichen $\sqrt{}$; wenn demnach dasselbe vor einer Zahl steht, so bedeutet es, daß man daraus die Quadratwurzel ausziehen soll, und man schreibt z. B. $\sqrt{4} = 2$,

und $\sqrt{9} = 3$, das heißt, die Quadratwurzel von 4 ist 2, und von 9 ist dieselbe 3.

4) Kubikwurzel heißt die Zahl, welche, dreimal als Faktor gesetzt, den Kubus wieder gibt; daher ist z. B. 2 die Kubikwurzel von 8, und 3 die Kubikwurzel von 27; denn 2 mal 2 ist 4, und 2 mal 4 ist 8, dann 3 mal 3 ist 9, und 3 mal 9 ist 27.

Für die Kubikwurzel hat man dieses Zeichen $\sqrt[3]{\phantom{x}}$; deßwegen bedeutet z. B. $\sqrt[3]{8}$ oder $\sqrt[3]{27}$, man soll aus 8 oder aus 27 die Kubikwurzel ausziehen.

Anmerkung: Anstatt Quadrat sagt man auch die zweite Potenz=Würde oder Dignität, und anstatt Kubus sagt man die dritte Potenz=Würde oder Dignität.

## §. 120.

### Tafeln zum Ausziehen der Quadrat= und Kubik=Wurzeln.

Um zum Ausziehen der Quadratwurzeln die benöthigte Tafel zu erhalten, multiplizire man die ersten 9 Zahlen, mithin die Zahlen von 1 bis 9 mit sich selbst; die herauskommenden Produkte geben die verlangten Quadrate, und zu diesen letzteren sind jene ersten 9 Zahlen wieder die Quadratwurzeln.

Damit man zum Ausziehen der Kubikwurzeln die gehörige Tafel erhält, multiplizire man der Ordnung nach die Quadratzahlen mit den ersten 9 Zahlen, die neuen Produkte geben die Kubikzahlen, zu welchen jene Zahlen von 1 bis 9 wieder die Kubikwurzeln sind, wie man aus nachstehenden zwei Tafeln ersieht, wo z. B. „$\sqrt{4}$ ist 2, oder $\sqrt[3]{8}$ ist 2," zu lesen ist, die Quadratwurzel von 4 ist 2, oder die Kubikwurzel von 27 ist 3:

a) Tafel der Quadratzahlen und ihrer Wurzeln.

1 mal 1 ist 1, und $\sqrt{1}$ ist 1,
2 mal 2 ist 4, und $\sqrt{4}$ ist 2,
3 mal 3 ist 9, und $\sqrt{9}$ ist 3,

4 mal 4 ist 16, und $\sqrt{16}$ ist 4,
5 mal 5 ist 25, und $\sqrt{25}$ ist 5,
6 mal 6 ist 36, und $\sqrt{36}$ ist 6,
7 mal 7 ist 49, und $\sqrt{49}$ ist 7,
8 mal 8 ist 64, und $\sqrt{64}$ ist 8,
9 mal 9 ist 81, und $\sqrt{81}$ ist 9.

b) Tafel der Kubikzahlen und ihrer Wurzeln.

1 mal 1 ist 1, und $\sqrt[3]{1}$ ist 1,
2 mal 4 ist 8, und $\sqrt[3]{8}$ ist 2,
3 mal 9 ist 27, und $\sqrt[3]{27}$ ist 3,
4 mal 16 ist 64, und $\sqrt[3]{64}$ ist 4,
5 mal 25 ist 125, und $\sqrt[3]{125}$ ist 5,
6 mal 36 ist 216, und $\sqrt[3]{216}$ ist 6,
7 mal 49 ist 343, und $\sqrt[3]{343}$ ist 7,
8 mal 64 ist 512, und $\sqrt[3]{512}$ ist 8,
9 mal 81 ist 729, und $\sqrt[3]{729}$ ist 9.

## §. 121.

### Die Regeln für das Ausziehen der Quadratwurzeln.

1) Man theile die gegebene Quadratzahl von der rechten zur linken Seite in Klassen, und gebe jeder Klasse zwei Ziffern, mit Ausnahme der letzten Klasse links, die auch eine Ziffer haben darf, im Falle die Ziffernanzahl ungerade ist; die Wurzel erhält dann allemal so viel Ziffern oder Stellen, als solche Klassen vorhanden sind.

2) Nach der ersten Tabelle des vorigen §. ziehe man aus der ersten Klasse links die Quadratwurzel aus; ist jene keine genaue Quadratzahl, so nehme man das nächst kleinere Quadrat, und schreibe die gefundene Wurzel rechts neben die Quadratzahl hin.

3) Diese Wurzel erhebe man zum Quadrate, ziehe dieses von der ersten Klasse ab, und setze zum Reste die nächste Klasse.

4) Die gefundene Wurzel nehme man doppelt, schreibe sie als Divisor unter den Rest und die beigesetzte Klasse so, daß rechts noch eine Ziffer frei bleibt; und man dividire damit.

5) Den Quotienten schreibe man rechts als den zweiten Wurzeltheil, und neben den Divisor hin, und multiplizire mit jenem den Divisor, sammt dem beigesetzten Wurzeltheile.

6) Man ziehe das Produkt ab, setze zum Reste die nächste Klasse, betrachte die schon gefundenen Wurzeltheile als einen, und setze das eben angezeigte Verfahren so lange fort, bis man nach und nach alle Klassen herabgesetzt, und die ganze Wurzel gefunden hat.

7) Kann man einmal nicht dividiren, so schreibe man eine Null in die Wurzel, setze die nächste Klasse herab, und verfahre dann wieder auf die vorige Weise.

8) Die angenommene Quadratwurzel ist zu groß, wenn ein Produkt herauskommt, das größer ist, als im Quadrate die Zahl, von der man abziehen soll. Daß aber die Wurzel nicht zu klein ist, muß der Rest allemal kleiner seyn, als die Summe von der doppelten Wurzel und 1.

### I. Beispiel:

Einige Personen haben bei einer Mahlzeit 17 Gulden 1 Batzen verzehrt; jede Person bezahlte so viel Batzen, als es Personen waren; wie viel waren es Personen, und wie viel Batzen zahlte jede?

### Auflösung:

Man reduzire zuerst die Gulden auf Batzen durch die Multiplikation mit 15, da der Gulden 15 Batzen hat:

$$\begin{array}{r} 17 \text{ fl.} \\ \times 15 \\ \hline 85 \\ 17\phantom{0} \\ \hline 255 \text{ Batzen} \\ +1 \text{ B.} \\ \hline 256 \text{ Batzen.} \end{array}$$

Jetzt ziehe man aus 256 die Quadratwurzel auf folgende Weise aus:

1) Man theile 256 in Klassen, man erhält 2 Klassen, weßhalb auch die Wurzel 2 Ziffern bekommt.

$$\sqrt{2 \mid 56} \{$$

2) Aus 2 ziehe man die Quadratwurzel, diese ist 1, schreibe sie rechts, dann sage man, 1 mal 1 ist 1, und 1 ziehe man von der ersten Klasse 2 ab:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{\ } 2 & 56 \{ 1 \\ 1 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

3) Zum Reste 1 setze man die nächste Klasse 56, nehme 1 doppelt, schreibe 2 unter 5, weil oben nur eine Ziffer frei seyn darf, und dann dividire man, und schreibe den Quotienten 6 rechts neben 1, und neben den Divisor 2:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{\ } 2 & 56 \{ 16 \\ 1 & \\ \hline \multicolumn{2}{r}{156} \\ \multicolumn{2}{r}{: \ 26} \end{array}$$

4) Man multiplizire 26 mit 6, und ziehe das Produkt von 256 ab:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{\ } 2 & 56 \{ 16 \\ 1 & \\ \hline \multicolumn{2}{r}{156} \\ \multicolumn{2}{r}{: \ 26} \\ \multicolumn{2}{r}{156} \\ \hline \multicolumn{2}{r}{—} \end{array}$$

Es ist also $\sqrt{256} = 16$, das ist, es waren

16 Personen, und jede verzehrte 16 Batzen, oder 1 fl. 4 kr.

5) Zur Probe sage man: Eine Person verzehrte 16 Batzen, was verzehrten 16 Personen?

| Pers. | Batz. | Pers. | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | 16 | 16 | $x$? |

```
  16
×16
————
  96
 16
————
 256 Batz.   | 17 fl. 1 Batzen verzehr-
: 15         | ten diese 16 Personen.
  15         |
————
 106
: 15
 105
————
Rest  1 Batzen.
```

## II. Beispiel:

Ein großer Saal ist mit 54756 Quadersteinen in der Gestalt eines regulären Viereckes bedeckt; wie viel solche Steine sind der Länge und Breite nach in einer Linie gelegt?

## Auflösung:

Man ziehe aus 54756 die Quadratwurzel auf folgende Weise aus:

1) Man theile die Zahl 54756 in Klassen, man erhält drei Klassen, und deßhalb bekommt auch die Wurzel 3 Ziffern:

$$\sqrt{\ } \ 5 \mid 47 \mid 56 \ \}$$

2) Man ziehe die Wurzel aus der ersten Klasse aus, schreibe sie rechts, erhebe sie zum Quadrate, und ziehe dieses von der ersten Klasse ab:

```
√ 5 | 47 | 56 } 2
  4
————
  1
```

3) Zum Reste 1 setze man die nächste Klasse 47,

nehme den Quotienten 2 doppelt, und setze 4 unter 4 als Divisor, man dividire, setze den neuen Quotienten rechts neben den vorigen, und neben den Divisor 4, dann multiplizire man 43 mit 3, und subtrahire 129 von 147:

$$\sqrt{5 \mid 47 \mid 56} \; \{ 23$$

4<br>
———<br>
147<br>
: 43<br>
129<br>
———<br>
18

4) Zum Reste 18 setze man die nächste Klasse 56, nehme die zwei Wurzeltheile 23 doppelt, schreibe ihr Duplum 46 so unter 1856, daß von 46 das Ziffer 6 unter 5 kommt; dann dividire man, schreibe den neuen Quotienten 4 rechts neben die Wurzeltheile 23, und neben den Divisor 46; endlich multiplizire man 464 mit 4, und ziehe das Produkt 1856 von 1856 ab, wie hier:

$$\sqrt{5 \mid 47 \mid 56} \; \{ 234$$

4<br>
———<br>
147<br>
: 43<br>
129<br>
———<br>
1856<br>
: 464<br>
1856<br>
———<br>
—

Es ist demnach $\sqrt{54756} = 234$; das heißt, der Länge und der Breite nach liegen in einer Reihe allemal 234 Quadersteine.

5) Zur Probe dürfte man nur die Länge des Saales mit dessen Breite, sohin 234 mit 234 multipliziren, man würde finden, daß dieser mit 54756 Quadersteinen bedeckt ist, indem

$$234 \times 234 = 54756.$$

### III. Beispiel:

Ein Hauptmann will eine Schanze einnehmen und besteigen lassen; der Wassergraben um dieselbe ist 24 Fuß breit, und das Werk 32 Schuh hoch. Wie lange müssen die Sturmleitern seyn, wenn sie diesseits des Grabens angesetzt werden, und über den Graben die Höhe des Werkes erreichen sollen?

### Auflösung:

Nach den Lehrsätzen der Geometrie muß man die Zahlen, welche die Höhe der Mauern, und die Breite des Grabens ausdrücken, mit sich selbst multipliziren, oder zum Quadrate erheben, dann beide Quadrate addiren, und aus der Summe die Quadratwurzel ausziehen; daher geschieht die Auflösung auf diese Weise:

1) Man erhebe 24 und 32 zum Quadrate, und addire diese:

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 48\phantom{0} \\ \hline 576 \end{array} \quad \text{dann} \quad \begin{array}{r} 32 \\ \times 32 \\ \hline 64 \\ 96\phantom{0} \\ \hline 1024 \end{array}$$

ferner:

$$\begin{array}{r} 576 \\ + 1024 \\ \hline \text{Summe} = 1600 \end{array}$$

2) Aus 1600 ziehe man die Quadratwurzel aus:

$$\sqrt{16 \mid 00} = 40.$$
$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline - \end{array}$$

Die Sturmleitern müssen demnach 40 Fuß lang seyn.

3) Zur Probe quadrire man 40, das ist, man multiplizire 40 mit sich selbst, man muß wieder 1600 erhalten, was auch wirklich der Fall ist, da $40 \times 40 = 1600$.

### IV. Beispiel:

Ein Feld hält in der Form eines Quadrates oder

regelmäßigen Viereckes, bei welchem Länge und Breite gleich sind, 254016 Quadratschuh; wie lang und breit ist dieses Feld, da es bekannt ist, daß man die Länge und Breite erhält, wenn man aus dem bekannten Flächeninhalte die Quadratwurzel auszieht?

Auflösung:

1) Man theile die Zahl von der rechten zur linken Seite zu zwei Ziffern in Klassen, und verfahre auf die angegebene Art, um das erste Ziffer der Wurzel zu finden:

√ 25 | 40 | 16 { 5
25
———
40
10

2) Wenn man, wie es hier bereits geschehen ist, die nächste Klasse 40 herabsetzt, und das Duplum der Wurzel 10 so unter 4 schreibt, daß rechts oben eine Stelle, hier die Null, frei bleibt, was allemal geschehen muß, so kann man 4 mit 10 nicht dividiren; man mache jetzt unter 10 einen Querstrich, schreibe 40 herab, und dazu die nächste Klasse 16, also 4016, nehme die jetzt bekannte Wurzel 50 doppelt, schreibe 100 so unter 4016, daß rechts oben 6 frei bleibt, und verfahre dann wieder auf die vorige Weise:

√ 25 | 40 | 16 { 504
25
———
40
10
———
4016
1004
4016
———
—

Man findet 504 als die gesuchte Wurzel, weßhalb die Länge, wie die Breite dieses Feldes 504 Schuh beträgt.

3) Zur Probe multiplizire man 504 mit 504, man erhält wieder 254016 Quadratschuh, indem man

die Aufgabe setzt: Welchen Flächeninhalt hat ein Feld in der Form eines regulären Viereckes, wenn dessen Länge 504 Schuh, und dessen Breite 504 Schuh hält?

$$\begin{array}{r} 504 \\ \times 504 \\ \hline 2016 \\ 2520\phantom{0} \\ \hline 254016 = 504 \times 504. \end{array}$$

## §. 122.

### Die Regeln für das Ausziehen der Kubikwurzeln.

1) Man theile die gegebene Kubikzahl von der rechten zur linken Seite in Klassen, und gebe jeder Klasse drei Ziffern, mit Ausnahme der letzten links stehenden Klasse, die auch eine oder zwei Ziffern haben darf, und mache rechts ein Trennungszeichen; die Wurzel erhält wieder so viele Ziffern, als Klassen vorhanden sind.

2) Nach der zweiten Tabelle des §. 120. ziehe man die Kubikwurzel aus der ersten Klasse, und wenn sie in der Tabelle nicht genau vorkommt, so nehme man die nächst kleinere Kubikzahl, dann schreibe man dieselbe rechts, erhebe sie zum Kubus, und ziehe ihren Kubus von der ersten Klasse ab.

3) Zum Reste setze man die nächste Klasse, man nehme das dreifache Quadrat des ersten Wurzeltheiles, schreibe es so, daß oben noch zwei Ziffern frei bleiben, dann dividire man, und schreibe den Quotienten zum ersten Wurzeltheile rechts hin.

4) Jetzt setze man drei Produkte, nämlich

a) das dreifache Quadrat des ersten Wurzeltheiles multiplizire mit dem zweiten Wurzeltheile; dann

b) das dreifache Quadrat des zweiten Wurzeltheiles multiplizire mit dem ersten Wurzeltheile; und

c) den Kubus des zweiten Wurzeltheiles.

Diese drei Produkte schreibe man so an, daß vom ersten Produkte die letzte Ziffer unter die erste

Ziffer, dann die letzte Ziffer des zweiten Produktes unter die zweite Ziffer, und die letzte Ziffer des dritten Produktes unter die dritte Ziffer der herabgesetzten Klasse zu stehen kommt.

5) Man zähle diese drei Produkte zusammen, wie sie dastehen, und ziehe ihre Summe vom vorigen Reste, und der beigefügten Klasse ab.

6) Zum Reste setze man die nächste Klasse, betrachte die beiden schon gefundenen Wurzeltheile als einen Theil, nehme davon das dreifache Quadrat, schreibe dessen letzte Ziffer unter die erste Ziffer der herabgesetzten Klasse, dann dividire man, und verfahre ganz, wie vorhin.

7) Das nämliche Verfahren wiederhole man so lange, bis man alle Theile der Wurzel gefunden hat.

8) Ist einmal der Divisor zu groß, und man kann nicht dividiren, so schreibe man eine Null in die Wurzel, setze die nächste Klasse herab, und verfahre dann wieder auf die vorige Weise.

9) Die angenommene Kubikwurzel ist zu groß, wenn ein Produkt herauskommt, das größer ist, als die Zahl, von der man in der Kubikzahl abziehen soll. Daß aber die angenommene Kubikwurzel nicht zu klein ist, erkennt man daraus, daß der Rest allemal kleiner seyn muß, als das dreifache Quadrat der Wurzel, dazu gezählt die dreifache Wurzel und 1.

## I. Beispiel:

Ein Pfeiler hat die Gestalt eines Würfels, und hält im Kubikinhalte 474552 Kubikzoll; welche Dicke, Höhe und Breite hat derselbe?

## Auflösung:

Weil beim Würfel oder Kubus die Dicke, Höhe und Breite gleich groß ist, so ziehe man aus der Zahl 474552 die Kubikwurzel auf folgende Weise:

1) Man theile die Zahl 474552 in Klassen, und mache rechts ein Trennungszeichen:

$$\sqrt[3]{474 \mid 552} \{$$

2) Man ziehe nach der Tabelle b. des §. 120. aus 474 die Kubikwurzel aus, schreibe diese rechts, erhebe sie zum Kubus, und ziehe diesen von der ersten Klasse ab:

$$\sqrt[3]{474 \mid 552} \; \{ \; 7$$

```
3/474 | 552 { 7
  343 |
-----
  131
```

3) Zum Reste 131 setze man die nächste Klasse 552, man nehme von 7 das dreifache Quadrat, setze es so als Divisor, daß 7 unter den ersten 5er kommt, und man dividire, und setze den Quotienten rechts als den zweiten Wurzeltheil:

```
3/474 | 552 { 78
  343 | '     Kubus des ersten Theiles
---------
  131552
: 147         dreifache Quadrat des erst. Thl.
```

4) Man ziehe unten einen Strich, setze die aus den Regeln bekannten drei Produkte, und schreibe sie auf die angezeigte Weise an:

```
3/474 | 552 { 78
  343 | '
---------
  131552
: 147
---------
  1176     dreif. Quadrat des erst. Thls. in 2ten,
   1344    dreif. Quadrat des 2ten Thls. in 1ten,
    512    Kubus des 2ten Theiles.
```

5) Man zähle diese Produkte, wie sie da stehen, zusammen, und ziehe ihre Summe 131552 ab:

$\sqrt[3]{474}$ | 552 } 78
343 |

131552
: 147

1176
1344
512

131552 Summe der drei Produkte.

—

Es ist also $\sqrt[3]{474552} = 78$, das heißt, die Mauer hat in der Dicke, Breite und Höhe 78 Zoll.

6) Zur Probe dürfte man nur 78 mit 78, und das erhaltene Produkt 6084 wieder mit 78 multipliziren, und man würde wieder 474552 Kubikfuß erhalten; indem man den körperlichen Inhalt eines Würfels findet, wenn man dessen Länge, Breite und Höhe mit einander multiplizirt.

II. Beispiel:

Es wurden 28 fl. 48 kr., somit 13824 Häller unter einige Personen vertheilt. Jede Person bekam so viele Geldstücke, als es Personen waren, und jedes Geldstück galt so viele Häller, als so viel Geldstücke eine Person bekam. Wie viel waren es Personen, wie viel Häller galten die Geldstücke, und wie viel bekam jede Person?

Auflösung:

Die vorstehende Frage wird gelöst, wenn man aus der Zahl 13824 die Kubikwurzel auszieht, wie hier:

$\sqrt[3]{13}$ | 824 = 24
8 | Kubus des ersten Theiles

5824
: 12 dreifache Quadrat des ersten Theils,

48 dreif. Quadr. des ersten Theils in 2ten,
96 dreif. Quadr. des 2ten Theils in ersten
64 Kubus des zweiten Theiles.

5824

Es waren demnach 24 Personen, jede bekam 24 Geldstücke, und jedes davon galt 24 Häller oder einen Groschen.

Zur Probe setze man nach der einfachen geraden Regeldetri an:

a) Eine Person erhält 24 Geldstücke, was erhalten 24 Personen?

| Pers. | Geldst. | Pers. | Geldst. |
|---|---|---|---|
| 1 | 24 | 24 | $x$? |
| | ×24 | | |
| | 96 | | |
| | 48 | | |
| | 576 Geldstücke. | | |

b) Ein Geldstück gilt 24 Häller, was gelten 576 Stücke?

| Geldst. | Häller | Stücke | fl. |
|---|---|---|---|
| 1 | 24 | 576 | $x$? |
| | | ×24 | |
| | | 2304 | |
| | | 1152 | |
| | | 13824 Häller. | |

Diese Häller mache man zu Gulden:

| | | |
|---|---|---|
| 526 | 54 | |
| 13824 Hllr. | 172(8 kr. | 28 fl. |
| : 8888 | : 66(0 | |
| | 48 kr. Rest. | |

Man erhält wieder 28 fl. 48 kr.

### III. Beispiel:

Wie lang, wie breit, und wie hoch muß ein würfelförmiges Gefäß seyn, damit es 1728 Kubikfuß Wasser hält?

### Auflösung:

Man ziehe aus 1728 die Kubikwurzel:

$$\sqrt[3]{1|728} = 12$$

```
 1 | 728 = 12
 1 | ,
 ---------
   728
 : 3
 ---------
   6
   12
    8
 ---------
   728
 ---------
```

Das Gefäß muß demnach 12 Schuh lang, 12 Schuh breit, und 12 Schuh hoch seyn.

IV. Beispiel:

Man ziehe aus 748613312 die Kubikwurzel.

Auflösung:

```
 3
 √ 748 | 613 | 312 = 908
   729 |  ,     ,
 -----------
   19613
 : 243
 -----------------
   19613312
    24300
 -----------------
   194400
     17280
       512
 -----------------
   19613312
 -----------------
```

Die Kubikwurzel von 748613312 ist demnach 908.

Hier konnte man 196 mit 243 nicht dividiren; deßwegen hat man eine Null als den zweiten Wurzeltheil geschrieben, dann zu 19613 die nächste Klasse 312 gesetzt, und mit dem dreifachen Quadrate von 90, folglich mit 24300 dividirt. Ferner ist 194400 das dreifache Quadrat des ersten und zweiten Theiles in den dritten, dann 17280 ist das dreifache Qua-

drat des dritten Theiles in den ersten und zweiten, und 512 ist der Kubus des dritten Theiles 8.

## §. 123.
### Ausziehung der Quadrat- und Kubik-Wurzeln durch Annäherung.

Wenn bei Ausziehung der Quadrat- oder Kubik-Wurzel zuletzt noch ein Rest bleibt, so ist das Quadrat oder der Kubus keine genaue Quadrat- oder Kubik-Zahl, und es können dann die Wurzeln auf folgende Weise bestimmt werden:

1) Wie beim Ausziehen der Quadrat- oder Kubik-Wurzel zum Herabsetzen keine Klasse mehr vorhanden ist, und zuletzt noch ein Rest bleibt, so setze man anstatt der nächsten Klasse allemal beim Quadrate zwei, und beim Kubus drei Nullen bei, verfahre dann nach den angegebenen Regeln, und thue dieses, weil hier das Ausziehen der Wurzel nie aufhört, so oft, als es die Genauigkeit der vorliegenden Aufgabe erfordert.

2) In der Wurzel mache man, wie die Ziffer der ganzen Zahl aufhören, ein Komma, und schreibe rechts die Ziffer hin, die sich beim Ausziehen der Wurzel, mittels der Nullen ergeben.

In der Wurzel bedeuten dann die Ziffer links eine ganze Zahl, und die Ziffer rechts, nach dem Komma, den Zähler eines Dezimal- oder Zehntheiligen Bruches, unter den man als Nenner die Zahl 1 mit so viel Nullen schreibt, als der Zähler Stellen hat.

### I. Beispiel:

Man erhält den Flächeninhalt eines geradlinigten ebenen Dreieckes, bei welchem alle Seiten oder Grenzlinien gleich lang sind, wenn man jedesmal die Quadratwurzel von 3 mit dem Quadrate der halben Seite multiplizirt. Wie groß ist nun das Areal oder der Flächeninhalt eines solchen Dreieckes, wenn jede Seite desselben 80 Schuh lang ist?

Auflösung:

1) Da es bei dieser Aufgabe für die erforderliche Genauigkeit genügt, wenn im Zähler des Bruches zwei Ziffer vorkommen, so ziehe man aus der Zahl 3 durch Annäherung die Wurzel bis auf zwei Dezimalstellen aus:

$\sqrt{3} = 1,73$; man macht nämlich nach dem ersten Wurzeltheile 1 das Komma, setzt zu den Resten 2 und 11 anstatt der nächsten Klasse allemal zwei Nullen, und verfahrt dann auf die bekannte Art.

```
      1
  -------
    200
     27
    189
  -------
    1100
     343
    1029
  -------
Rest  71
```

2) Als die Quadratwurzel von 3 hat man bei zwei Dezimalstellen die Zahl 1, 73, somit $1\,{}^{73}/_{100}$ gefunden.

Nun halbire man 80, man erhält 40, maltiplizire 40 mit 40, man bekommt 1600 als das Quadrat der halben Seite und multiplizire die Wurzel $1\,{}^{73}/_{100}$ mit 1600; es ist

$$1\,{}^{73}/_{100} \times {}^{1600}/_{1} = \frac{173 \times 16\not{0}\not{0}}{1\not{0}\not{0}} = 2768,$$

wenn man nämlich den Bruch $1\,{}^{73}/_{100}$ einrichtet, und dafür ${}^{173}/_{100}$ setzt.

Der Flächeninhalt dieses Dreieckes hält demnach 2768 Quadratschuh.

II. Beispiel:

Wenn ein Zimmer genau die Gestalt eines Würfels hat, und dessen Länge, Breite und Höhe 12 Schuh beträgt, wie lang, breit und hoch muß ein anderes Zimmer seyn, das auch die Gestalt eines Würfels hat, und doppelt so groß, als das vorige seyn soll?

Auflösung:

1) Man erhält die gesuchte Länge, Breite und

Höhe des doppelt großen Zimmers, wenn man die 12 Schuh, welche die Länge, Breite und Höhe des ersten Zimmers ausdrücken, mit der Kubikwurzel von 2 multiplizirt.

Man ziehe nun aus der Zahl 2 die Kubikwurzel bis auf eine Dezimalstelle aus, im Falle es für die Genauigkeit dieser Aufgabe genügt, wenn man auch noch die zehnten Theiles eines Schuhes ausdrückt:

$\sqrt[3]{2} = 1, 2;$ man macht nämlich nach dem ersten Wurzeltheile 1 das Komma, setzt zum Reste 1 anstatt der nächsten Klasse drei Nullen, und verfahrt dann auf die bekannte Weise.

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 1000 \\ 3 \\ \hline 6 \\ 12 \\ 8 \\ \hline 728 \\ \hline \text{Rest}\ 272 \end{array}$$

2) Als die Kubikwurzel von 2 hat man bei einer Dezimalstelle die Zahl 1, 2, mithin $1\,{}^2/_{10}$ gefunden.

Man multiplizire jetzt die Zahl 12 mit der Kubikwurzel $1\,{}^2/_{10}$, oder $1\,{}^2/_{10}$ mit 12, man findet $14\,{}^4/_{10}$ als das Produkt; indem

$$1\,{}^2/_{10} \times 12 = {}^{12}/_{10} \times {}^{12}/_1 = {}^{144}/_{10} = 14\,{}^4/_{10}$$

Die Länge, Breite und Höhe des doppelt großen Zimmers ist demnach beinahe gleich $14\,{}^4/_{10}$ Schuh, oder 14 Schuh 4 Zoll, wenn man nämlich im Dezimal- oder zehntheiligen Maaße den Schuh oder Fuß in 10 Zoll abtheilt.

Anmerkung: 1) Im vorstehenden ersten Beispiele hätte man wohl beim Ausziehen der Quadratwurzel aus 3 sagen können, in 20 sey 2 neun, oder achtmal enthalten; man muß aber 9 oder 8 rechts neben 2 setzen, und 29 oder 28 geht in 200 nicht 9 oder 8 mal, deßwegen hat man 7 als den zweiten Wurzeltheil genommen. — Eben so hat man im zweiten Beispiele bei der Ausziehung der Kubikwurzel aus 2 gesagt, 3 in 10 gehe 2 mal, und nicht

3 mal, weil im letzten Falle eine Summe der drei Produkte herausgekommen wäre, die größer wäre, als 1000, wo man also nicht hätte abziehen können.

2) Wenn man aus einem Bruche eine Quadrat- oder Kubik-Wurzel ausziehen soll, so zieht man eine solche aus dem Zähler, und aus dem Nenner aus, und dividirt die Wurzel des Zählers mit der Wurzel des Nenners. Wäre der Bruch ein gemischter Bruch, so müßte man vorhin den Bruch einrichten, und dann wieder auf die nämliche Weise verfahren.

---

# Anhang,

## welcher Zahlverhältnisse zu verschiedenen Uhren enthält.

### §. 124.

#### Zahlen zu einer Minuten-Uhr.

| | Zähne. | | Trieb. |
|---|---|---|---|
| Schnecken-Rad hat | 48 | - | 12 |
| Groß Boden-Rad | 54 | - | 6 |
| Klein Boden-Rädlein | 48 | - | 6 |
| Kron-Rädlein | 48 | - | 6 |
| Steig-Rädlein | 15 | - | - |

| Zähne. | Trieb. | Zähne. | Trieb. |
|---|---|---|---|
| 40 - | 10 | 48 - | 12 |
| 56 - | 7 | 54 - | 6 |
| 54 - | 6 | 40 - | 5 |
| 40 - | 5 | 40 - | 5 |
| 15 - | - | 15 - | - |

Oder:

| Zähne. | Trieb. | Zähne. | Trieb. |
|---|---|---|---|
| 48 - | 12 | 40 - | 10 |
| 60 - | 7 | 53 - | 6 |
| 54 - | 6 | 50 - | 6 |
| 45 - | 6 | 45 - | 5 |
| 15 - | - | 13 - | - |

Letztere zwei Zahlen wechseln dennoch so viel Spindelstreiche, als erstere machen, und zur Haltung der akkuraten Stunde angewendet sind.

Wenn eine sehr kleine Uhr zu machen ist, so halten Einige für besser, solche mit 6 Rädern zu machen, um einen größeren Zahn und Trieb zu bekommen; dabei ist dann zu bemerken, daß 6 Räder einen stärkeren Zug als 5 vonnöthen haben, und es können zu 6 Rädern folgende Zahlen gebraucht werden.

| Zähne. | | Trieb. | Zähne. | | Trieb. |
|---|---|---|---|---|---|
| 40 | : | 10 | 48 | : | 12 |
| 42 | : | 7 | 40 | : | 8 |
| 36 | : | 6 | 36 | : | 6 |
| 30 | : | 6 | 30 | : | 6 |
| 24 | : | 6 | 25 | : | 5 |
| 13 | : | – | 13 | : | – |

Die zwei ersten oberen Zahlen machen zwar etwas Mehrers von Spindelstreichen, wie es auch seyn soll; denn je kleiner das Werk, desto geschwinder geht es.

## §. 125.

### Zahlen zu einer Repetir-Uhr.

| | | | Oder: | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 | : | 10 | | 50 | : | 10 |
| 60 | : | 6 | | 56 | : | 6 |
| 54 | : | 6 | | 54 | : | 6 |
| 48 | : | 6 | | 46 | : | 6 |
| 13 | : | – | | 15 | : | – |

Diese Zahlen wechseln.

Lauf- oder Schlagwerke dazu

| mit 4 Rädern sammt dem Windfang | | | mit 5 Rädern sammt dem Windfang | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 48 | : | 6 | 42 | : | 6 |
| 45 | : | 5 | 35 | : | 5 |
| 40 | : | 5 | 30 | : | 5 |
| 35 | : | 5 | 25 | : | 5 |
| Windfang — | : | – | 20 | : | 5 |
| | | | Windfang — | : | – |

## §. 126.

### Zahlen zu einer Stund-Uhr auf englische Art.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Schnecken-Rad | 48 | : | 12 |
| | 54 | : | 6 |
| | 48 | : | 6 |
| | 48 | : | 6 |
| | 54 | : | - |

NB. Ein Trieb, welcher ein Zwölfer ist, soll am Schnecken-Rade ausgeführt werden, welcher Trieb das ganze Stundweiser-Rad mit 36 Zähnen treibt.

## §. 127.

### Eine Minuten-Uhr sammt dem Schlagwerke.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Schnecken-Rad | 48 | : | 12 |
| | 54 | : | 6 |
| | 48 | : | 6 |
| | 48 | : | 6 |
| | 15 | : | - |
| | Schlagwerk dazu | | |
| | 66 | : | 6 |
| | 48 | : | 6 |
| | 35 | : | 6 |
| | 30 | : | 5 |
| | 25 | : | 5 |
| Windfang | — | : | - |

## §. 128.

### Zahlen zu Häng- und Kasten-Uhren, mit der Feder und dem Perpendikel.

NB. Wenn diese mit den Schnecken gemacht werden, so gehen sie akkurater zur Stund, als wenn sie mit dem angeschraubten Feder-Haus gemacht werden.

Für eine Häng-Uhr das Gehwerk.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Schnecken-Rad | 64 | : | 8 |
| Viertel-Rad | 48 | : | 6 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Boden-Rad | 42 | : | 6 |
| Kron-Rad | 63 | : | 6 |
| Steig-Rad | 15 | : | – |

| Oder: | | | Oder: | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 64 | : | 8 | 72 | : | 8 |
| 56 | : | 7 | 64 | : | 8 |
| 42 | : | 6 | 42 | : | 6 |
| 36 | : | 6 | 35 | : | 5 |
| 13 | : | – | 13 | : | – |

Will man das Schlagwerk dazu machen, so sind es folgende Zahlen:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Schnecken-Rad | 64 | : | 8 | |
| Hammer-Rad | 60 | : | 6 | und 10 Schlag- |
| Herz-Rad | 54 | : | 6 | Nägel. |
| Anschlag-Rad | 48 | : | 6 | |
| Windfang | — | : | – | |

Das Schloß-Rad hat 78 Zähne, und der Trieb, der dieses treibt, hat 10 Zähne, und es muß der Trieb vom Hammer-Rade ausgeführt werden.

Oder:

Das Schlagwerk.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 64 | : | 8 | |
| | 56 | : | 8 | und 8 Schlag-Nägel. |
| | 60 | : | 6 | |
| | 54 | : | 6 | |
| Windfang | — | : | – | |

Bei dieser letzteren Zahl hat das Schloß-Rad auch 78 Zähne und der Trieb 8.

## §. 129.

### Zahlen zu einer Repetir-Uhr.

Das Gehwerk nehme man oben an, oder wie hier:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Schnecken-Rad | 64 | : | 8 |
| | 48 | : | 6 |
| | 42 | : | 6 |
| | 36 | : | 6 |
| | 15 | : | – |

Viertel = Laufwerk.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Schnecken = oder Federhaus = Rad | 64 | = | 8 |
| Hammer = Rad, und 10 Schlag = Nägel | 60 | = | 6 |
| Schöpf = Rädel | 60 | = | 6 |
| = = = | 54 | = | 6 |
| Windfang | — | = | – |

Ganzes Stund = Schlagwerk.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Schnecken = oder Federhaus = Rad | 96 | = | 8 |
| Hammer = Rad | 60 | = | 6 |
| und 15 Schlag = Nägel. | | | |
| Schöpf = Rädel | 60 | = | 6 |
| = = = | 54 | = | 6 |
| Windfang | — | = | – |

Die Anrichtung zu diesem Repetirwerke wird sowohl im Viertel = als ganzen Stund = Schlagwerke mit dem fallenden Rechen gemacht, und es lösen alle Viertelstunden die ganzen Stunden aus.

Obiges Gehwerk setze man nochmal hieher:

| | | |
|---|---|---|
| 64 | = | 8 |
| 48 | = | 6 |
| 42 | = | 6 |
| 36 | = | 6 |
| 15 | = | – |

Dieses Gehwerk kann mit folgenden Zahlen auf noch so lang gehend übersetzt werden; wie hier zwei zu sehen sind:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 72 | = | 8 | Oder: | 80 | = | 8 |
| Viertel = Rad | 66 | = | 6 | | 72 | = | 6 |
| | 54 | = | 6 | | 48 | = | 6 |
| | 42 | = | 6 | | 42 | = | 6 |
| | 15 | = | – | | 15 | = | – |

Bei obigen Zahlen geht das Viertel = Rad in zwei Stunden einmal herum; daher ein Jeder das Viertelwerk darnach anzurichten wissen wird, es kann auch das Viertelwerk nicht anders als mit der Luft gemacht werden.

Das Stunden = Schlagwerk dazu ist folgendes:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 96 | = | 8 | |
| Hammer=Rad | 72 | = | 6 | und 12 Schlagnägel. |
| | 60 | = | 6 | |
| | 54 | = | 6 | |
| Windfang | — | = | – | |

Das Schloß=Rad hat 52 Zähne, und 8 im Triebe, und es muß der Trieb am Hammer= oder Schlagnägel=Rad ausgeführt werden.

Zum Ueberfluß will ich das Viertel=Schlagwerk dazu auch hieher setzen, als:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Schnecken= oder Feder=Haus=Rad | 80 | = | 8 | |
| Hammer= oder Schlag=Nägel=Rad | 80 | = | 8, | 20 Schlagnägel. |
| | 60 | = | 6 | |
| | 54 | = | 6 | |
| Windfang | — | = | – | |

Noch ein anderes Gehwerk auf 8 Tage übersetzt, es soll aber mit dem Schnecken und der Kette gemacht werden.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 96 | = | 8 |
| Viertel=Rad | 72 | = | 6 |
| | 48 | = | 6 |
| | 42 | = | 6 |
| | 15 | = | – |

Schlagwerk dazu

| | | | |
|---|---|---|---|
| Federhaus=Rad | 66 | = | 8 |
| Schlagnägel=Rad und 18 Schlagnägel. | 72 | = | 6 |
| | 66 | = | 6 |
| | 60 | = | 6 |
| Windfang | — | = | – |

Das Schloß=Rad hat 52 Zähne, und im Trieb 12, und es muß der Trieb auch am Schlagnägel=Rad ausgeführt, oder angeschiftet werden.

## §. 130.

### Eine Zahl von vier Rädern mit dem Schnecken und der Kette.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Schnecken=Rad | 66 | = | 6 |
| Boden=Rad | 55 | = | 5 |
| Kron=Rad | 50 | = | 5 |
| Steig=Rad | 21 | = | 5 |

Bei dieser Zahl kommt das Schnecken=Rad in 4 Stunden einmal herum, und es wird das Weiser=Werk vom Schnecken=Rad ausgeführet.

Gehwerk auf eine andere Art.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 72 | = | 8 | Oder: | 77 | = | 7 |
| Viertel=Rad | 60 | = | 5 | | 55 | = | 5 |
| | 50 | = | 5 | | 45 | = | 5 |
| | 21 | = | 5 | | 21 | = | – |

Das Schlagwerk dazu.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Feder=Haus oder Schnecken=Rad | 64 | = | 8 |
| Hammer= oder Schlagnägel=Rad und 10 Schlagnägel. | 60 | = | 6 |
| | 60 | = | 6 |
| | 54 | = | 6 |
| Windfang | — | = | – |

Das Schloß=Rad hat 78 Zähne und 10 im Trieb, und es muß der Trieb vom Hammer=Rad ausgeführt werden.

## §. 131.

### Zahlen zu einer Stock=Uhr mit Kette und Schnecken.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Schnecken=Rad | 60 | = | 6 |
| Boden=Rad | 55 | = | 5 |
| Kron=Rad | 45 | = | 5 |
| Steig=Rad | 21 | = | – |

Bei dieser Zahl kommt das Schnecken=Rad ebenfalls in 4 Stunden einmal herum, und es wird der Weiser vom Schnecken=Rad ausgeführt. Als Schlagwerk dazu kann das nächste obige genommen werden.

## §. 132.

### Zahlen zu Gewicht-Uhren mit dem Perpendikel.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen-Rad | 64 | : | 8 |
| Boden-Rad | 54 | : | 6 |
| Kron-Rad | 48 | : | 6 |
| Steig-Rad | 17 | : | – |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Oder: | | | Oder: | | |
| 72 | : | 8 | 72 | : | 9 |
| 64 | : | 8 | 54 | : | 6 |
| 48 | : | 6 | 48 | : | 6 |
| 17 | : | – | 17 | : | – |
| Oder: | | | Oder: | | |
| 72 | : | 9 | 72 | : | 8 |
| 56 | : | 7 | 54 | : | 6 |
| 40 | : | 5 | 42 | : | 6 |
| 17 | : | – | 19 | : | – |
| Oder: | | | Oder: | | |
| 72 | : | 8 | 64 | : | 9 |
| 54 | : | 6 | 56 | : | 7 |
| 48 | : | 6 | 42 | : | 6 |
| 15 | : | – | 21 | : | – |
| Oder: | | | Oder: | | |
| 80 | : | 10 | 70 | : | 10 |
| 72 | : | 8 | 63 | : | 6 |
| 44 | : | 6 | 45 | : | 6 |
| 17 | : | – | 17 | : | – |

Erst obige Zahlen sind lauter Geh-Werke, und es kommt bei jeder solcher Zahl das Walzen-Rad in zwei Stunden einmal herum; letztere zwei Zahlen wechseln, sie sind doch den andern Zahlen an den Spindelstreichen gleich, und das Walzen-Rad kommt in 2 Stunden einmal herum.

Viertel Schlag-Werk dazu.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen-Rad | 80 | : | 8 |
| und 20 Schlagnägel | — | : | – |
| Herz-Rad | 60 | : | 6 |
| und ein doppeltes Herz | — | : | – |
| Das Anschlag-Rädlein | 60 | : | 6 |
| Windfang | — | : | – |

Bei diesem Viertel=Werke kommt das Walzen-Rad in 2 Stunden auch einmal herum: daher die Viertelstund=Einfälle oder Kerben doppelt zu machen sind.

Das ganze Stund=Schlagwerk dazu.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Walzen=Rad | 60 | = | 10 | und 12 Schlag= |
| Herz=Rad | 60 | = | 6 | Nägel. |
| Anschlag=Rad | 60 | = | 6 | |
| Windfang | — | = | – | |

Das Schloß=Rad hat 52 Zähne und 8 im Trieb, und der Trieb muß vom Walzen=Rad ausgeführt werden.

Oder:

Ein anderes gutes Stund=Schlagwerk.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Walzen=Rad | 65 | = | 10 | und 13 Schlagnägel. |
| Herz=Rad | 60 | = | 6 | und ein doppeltes Herz. |
| Anschlagrädl | 60 | = | 6 | |
| Windfang | — | = | – | |

Bei diesen Zahlen muß das Schloß=Rad 48 Zähne haben, und 8 im Trieb, und es muß der Trieb auch vom Walzen=Rad ausgeführt werden.

## §. 133.

## Zahlen zu einer Repetir=Uhr mit Gewicht und Perpendikel.

Gehwerk auf 2 Stunden übersetzt.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen=Rad | 64 | = | 8 |
| Boden=Rad | 54 | = | 6 |
| Kron=Rad | 48 | = | 6 |
| Steig=Rad | 17 | = | – |

Viertel=Schlagwerke.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Walzen=Rad | 80 | = | 8 | und 20 Schlagnägel. |
| Herz=Rad | 60 | = | 6 | und ein doppeltes Herz. |
| Anschlagrädl | 60 | = | 6 | |
| Windfang | — | = | – | |

Weil das Viertel=Werk auch auf zwei Stunden übersetzt, das ist, weil das Walzen=Rad in den Vierteln in 2 Stunden einmal herum kommt, so

müssen die Einfäll-Kerblein im Walzen-Rad auch doppelt gemacht werden.

Es muß das Walzen-Rad auch 8 Auflösungen oder 8 Auslös-Zapfen oder Nägel haben, und so die ganzen Repetir-Stunden auslösen.

Das ganze Stund-Schlag- oder Repetir-Werk.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Walzen-Rad | 72 | - | 12 | |
| Hammer- oder Schlag-Nägel-Rad | 60 | - | 10 | und 12 Schlagnägel. |
| Herz-Rad | 60 | - | 6 | und ein doppeltes Herz. |
| Anschlag-Rädl | 60 | - | 6 | |
| Windfang | — | - | – | |

Das Schloß-Rad hat 156 Zähne, und 6 im Trieb, und es muß der Trieb vom Schlagnägel-Rad ausgeführt werden.

Oder:

Das Schloß-Rad kann 130 Zähne haben, aber darnach 5 im Trieb.

## §. 134.

### Eine Gewicht-Uhr mit dem Perpendikel, welche durch die Verschiebung der 3 Viertel, als 1, 2, 3, und die ganze Stunden auf ein Laufwerk schlägt.

Gehwerk ist schon öfters oben gesetzt worden.

| | | |
|---|---|---|
| 64 | - | 8 |
| 54 | - | 6 |
| 48 | - | 6 |
| 17 | - | – |

Laufwerk:

Walzen-Rad hat Zähne 100 - 12
25 Schlag-Nägel, die müssen aber auf beiden Seiten durch die Verschiebung schlagen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Herz-Rad mit dreifachem Herz | 72 | - | 6 |
| Anschlag-Rädlein | 60 | - | 6 |
| Windfang. | — | - | – |

Das Schloß-Rad hat 96 Zähne, und 16 im

Trieb. Es werden die Einfäll-Kerben der drei Viertel und ganzen Stunden auf ein Schloß-Rad gemacht.

### §. 135.

### Eine Gewicht-Uhr mit dem Perpendikel, auf 8 Tage übersetzt.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzenrad | 80 | : | 10 |
| Boden-Rad | 64 | : | 8 |
| Klein Boden-Rad | 54 | : | 6 |
| Kron-Rad | 48 | : | 6 |
| Steig-Rad | 17 | : | – |

Hier ist das Zeigerwerk nicht vom Walzen-Rad, sondern vom großen Boden-Rad auszuführen.

Schlagwerk:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen-Rad | 80 | : | 10 |
| Hammer-Rad | 60 | : | 10 |
| und 12 Schlag-Nägel. | | | |
| Herz-Rad | 60 | : | 6 |
| und ein doppelt Herz | | | |
| Anschlag-Rädlein | 60 | : | 6 |
| Windfang. | — | : | – |

Das Schloß-Rad hat 52 Zähne, und 8 im Trieb, und muß der Trieb am Hammer-Rad ausgeführt werden.

### §. 136.

### Zu einer unübersetzten Gewicht- und Perpendikel-Uhr.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen-Rad | 56 | : | 8 |
| Boden-Rad | 42 | : | 6 |
| Kron-Rad | 36 | : | 6 |
| Steig-Rad | 15 | : | – |

Oder mit drei Rädern:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen-Rad | 96 | : | 6 |
| Kron-Rad | 60 | : | 5 |
| Steig-Rad | 23 | : | – |

Schlagwerk dazu.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen = Rad | 60 | = | 10 |
| und 8 Schlag = Nägel. | | | |
| Herz = Rad | 54 | = | 6 |
| und ein einfaches Herz. | | | |
| Anschlag = Rad | 48 | = | 6 |
| Windfang | — | = | – |

Das Schloß = Rad hat 39 Zähne und 4 im Trieb.

## §. 137.

## Zahlen zu Gewicht = Uhren mit der Unruhe.

Erstlich ein einfaches = und unübersetztes Gehwerk.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen = Rad | 66 | = | 6 |
| Mittel = Rad | 54 | = | 6 |
| Steig = Rad | 17 | = | – |

Schlagwerk:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen = Rad | 48 | = | 8 |
| und 8 Schlag = Nägel | | | |
| Herz = Rad | 48 | = | 6 |
| und ein einfaches Herz. | | | |
| Anschlag = Rädlein | 42 | = | 6 |
| Windfang | — | = | – |

Das Schloß = Rad hat 39 Zähne, und 4 im Trieb.

Obiges Werk ist mit folgenden Zahlen auf zwei Stunden übersetzt.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen = Rad | 72 | = | 9 |
| Mittel = Rad | 65 | = | 5 |
| Steig = Rad | 23 | = | – |

Das Viertel = und Stund = Laufwerk kann oben bei den Perpendikel = Uhren, welche auf zwei Stunden übersetzt sind, genommen werden.

Mit 4 Rädern auf 8 Tage übersetzt.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen = Rad | 72 | = | 8 |
| Weiser = Rad | 72 | = | 6 |
| Mittel = Rad | 65 | = | 5 |
| Steig = Rad | 23 | = | – |

Laufwerk:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen-Rad | 70 | : | 10 |
| Hammer-Rad mit 12 Schlag-Nägel | 60 | : | 10 |
| Herz-Rad mit doppeltem Herz | 60 | : | 6 |
| Anschlag-Rädlein | 60 | : | 6 |
| Windfang | — | : | – |

Das Schloß-Rad hat 52 Zähne und 8 im Trieb, welcher vom Schlag-Nägel-Rad auszuführen ist.

Mit 5 Rädern.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen-Rad | 80 | : | 10 |
| Boden-Rad | 72 | : | 8 |
| Weiser-Rad | 72 | : | 6 |
| Mittel-Rad | 65 | : | 5 |
| Steig-Rad | 23 | : | – |

Wenn ein Werk über 4 Räder hat, so wäre es besser, den Aufzug mit dem Schlüssel und Trommel-Walzen zu machen, als mit einer gemeinen Walze, weil das Gewicht sehr schwer seyn muß, und bei solcher Schwere die Gewichter in einer gemeinen Walze gerne sinken. Obiges Werk geht ohne den Taschen-Zug 12 Tage.

Wenn man ein Gewicht in den Taschen-Zug hänget, muß solches noch so schwer seyn.

## §. 138.

Zahlen zu einer langen Perpendikel- oder englischen Probir-Uhr.

| | | |
|---|---|---|
| 96 | : | 8 |
| 64 | : | 8 |
| 60 | : | 8 |
| 40 | : | 8 |
| 12 | : | – |

Oder mit 4 Rädern.

| | | |
|---|---|---|
| 72 | : | 8 |
| 60 | : | 8 |
| 56 | : | 8 |
| 30 | : | – |

## §. 139.

### Zahlen zu einer Thurm-Uhr mit dem Perpendikel.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen-Rad | 80 | = | 10 |
| Kron-Rad | 64 | = | 8 |
| Steig-Rad | 29 | = | - |

Bei dieser Zahl ist am Perpendikel ein Gegenschwung; will man aber den Perpendikel ohne Gegenschwung machen, so brauche man folgende Zahlen:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen-Rad | 80 | = | 10 |
| Kron-Rad | 72 | = | 8 |
| Steig-Rad | 31 | = | - |

Viertel-Werk.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen-Rad | 80 | = | 8 |
| Herz-Rad mit 10 Schlag-Nägeln | 66 | = | 6 |
| Windfang | — | = | - |

Stund-Schlagwerk.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Walzen-Rad | 72 | = | 12 |
| und 6 Schlagnägel. | - | | |
| Herz-Rad | 72 | = | 6 |
| Windfang | — | = | - |

Nun folgen die meisten Zahlen zu den Schloß-Rädern und derer Triebe, wie auch die Zahl der Schläge, oder Schlagnägel. Dann stehen zur linken Hand die Triebe, in der Mitte die Schläge, oder Schlagnägel, und zur rechten Hand die Zähne der Schloß-Räder, wie hier:

| Trieb. | Schlag-Nägel. | Zähne. |
|---|---|---|
| 3 | 6 | 39 |
| 4 | 6 | 52 |
| 5 | 6 | 56 |
| 6 | 6 | 87 |
| 7 | 6 | 91 |
| 4 | 8 | 39 |
| 8 | 8 | 78 |

| Trieb. | Schlag=Nägel. | Zähne. |
|---|---|---|
| 5 | 10 | 39 |
| 10 | 10 | 78 |
| 4 | 12 | 26 |
| 6 | 12 | 39 |
| 8 | 12 | 52 |
| 10 | 12 | 65 |
| 12 | 12 | 78 |
| 14 | 12 | 91 |
| 7 | 14 | 39 |
| 14 | 14 | 78 |
| 8 | 16 | 39 |
| 16 | 16 | 78 |
| 3 | 18 | 13 |
| 6 | 18 | 26 |
| 9 | 18 | 39 |
| 12 | 18 | 52 |
| 15 | 18 | 65 |
| 18 | 18 | 78 |
| 31 | 18 | 91 |
| 14 | 18 | 104 |
| 10 | 20 | 39 |
| 20 | 20 | 78 |
| 22 | 22 | 39 |
| 11 | 22 | 76 |
| 4 | 24 | 23 |
| 8 | 24 | 25 |
| 12 | 24 | 39 |
| 16 | 24 | 52 |
| 20 | 24 | 65 |
| 24 | 24 | 78 |

Es können auch ungerade Schlagnägel, welche sammt Schloß=Räder=Zahlen ihren Trieben und Schlag=Nägeln folgen, gemacht werden; dabei ist aber zu merken, daß die Schlagnägel in die Zähne ihres eigenen Schlagnägel=Rads, wie auch die Trieb,

in welche das Schlagnägel-Rad eingreift, jederzeit ohne Rest aufgehen.

| Trieb. | Schlag-Nägel. | Zähne. |
|---|---|---|
| 7 | 7 | 78 |
| 3 | 9 | 26 |
| 6 | 9 | 52 |
| 9 | 9 | 78 |
| 11 | 11 | 78 |
| 3 | 13 | 18 |
| 4 | 13 | 24 |
| 5 | 13 | 30 |
| 6 | 13 | 36 |
| 7 | 13 | 42 |
| 8 | 13 | 48 |
| 9 | 13 | 54 |
| 10 | 13 | 60 |
| 11 | 13 | 66 |
| 12 | 13 | 72 |
| 13 | 13 | 78 |
| 14 | 13 | 84 |
| 15 | 13 | 90 |
| 16 | 13 | 96 |
| 5 | 15 | 26 |
| 10 | 15 | 52 |
| 15 | 15 | 78 |
| 17 | 17 | 78 |
| 19 | 19 | 78 |
| 7 | 21 | 26 |
| 14 | 21 | 52 |
| 21 | 21 | 78 |
| 23 | 23 | 78 |

## §. 140.

### Zweifache Anweisung, eine Zahl auszurechnen, sie mag wechseln oder nicht.

### Beispiel:

Ich will wissen, wie viel nachstehende Zahl, welche zu einer Gewicht-Perpendikel-Uhr gewidmet ist, Spindel-Streich mache?

| | | |
|---|---|---|
| 64 | : | 8 |
| 54 | : | 6 |
| 48 | : | 6 |
| 17 | : | – |

Erstlich setze den obern Trieb, nämlich 6 gegen die linke Hand, 17 als die Zähne des Steig-Rads in die Mitte, und 48 als die Zähne des Kron-Rads hinten gegen die rechte Hand, und berechne es nach der Regeldetri wie hier:

| 6 | 17 | 48 |
|---|---|---|
| | | 17 |
| | | 336 |
| | | 48 |
| | | 816 |

```
  23  |
 816  | 136
: 666 |
```

Darnach setze den mittlern Trieb, als 6 wieder vornen, 136 in die Mitte, 54 als die Zähne des Boden-Rads hinten gegen die rechte Hand, wie hier:

| 6 | 136 | 54 |
|---|---|---|
| | 54 | |
| | 544 | |
| | 680 | |
| | 7344 | |

```
  112  |
 7344  | 1224
: 6666 |
```

Drittens, setze den untern Trieb, als 8, wieder gegen die linke Hand, 1224 in die Mitte, und 64, als die Zähne des Walzen=Rads, gegen die rechte Hand, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 1224 | 64 |
| | 64 | |
| | 4896 | |
| | 7344 | |
| | 78336 | |

| | |
|---|---|
| 671<br>78336<br>: 8888 | 9792 Spindelstreiche. |

Es thun also obige Zahlen 9792 Spindelstreiche in 2 Stunden, weil das Walzen=Rad in 2 Stunden einmal herum kommt.

Oder:

Mache es also: Dividire den obern Trieb, mithin 6 in 48, als in die Zähne des Kron=Rads, wie hier:

| | |
|---|---|
| 48<br>: 6 | 8 |

Darnach multiplizire diesen Quotienten 8 mit 17, als den Zähnen des Steig=Rads, wie hier:

$$\begin{array}{r} 17 \\ 8 \\ \hline 136 \end{array}$$

Zweitens, dividire den mittlern Trieb, mithin 6 in 54, als in die Zähne des Boden=Rads, wie hier:

| | |
|---|---|
| 54<br>: 6 | 9 |

Dann multiplizire diesen Quotienten mit 136, wie hier:

$$\begin{array}{r} 136 \\ 9 \\ \hline 1224 \end{array}$$

Drittens, dividire mit 8 als dem untern Triebe, in 64, als die Zähne des Walzen=Rades, wie hier:

| | |
|---|---|
| 64 | 8 |
| : 8 | |

Diesemnach multiplizire diesen Quotienten 8 mit 1224, wie hier:

```
 1224
    8
 ----
 9792 Spindelstreiche, wie oben.
```

Letztere Art ist kürzer und leichter, wenn die Zahlen nicht wechseln; wenn aber die Zahlen wechseln, so ist wegen den Brüchen, die meistentheils in den Wechselzahlen vorkommen, die erstere Art besser und leichter; wo dann eine Wechselzahl folget, welche nach erster Art behandelt wird.

Berechne nachstehende Wechselzahl, wie viel Spindelstreiche sie thue.

| | | |
|---|---|---|
| 70 | = | 10 |
| 63 | = | 6 |
| 47 | = | 6 |
| 17 | = | – |

Erstens, setze 6, als den obern Trieb, gegen die linke Hand, 17 als die Zähne des Steigrads, in die Mitte, und 47 als die Zähne des Kronrads, gegen die rechte Hand, und berechne es nach der Regeldetri, wie hier steht:

```
6        17        47
                   17
                  ---
                  329
                   47
                  ---
                  799
```

| | |
|---|---|
| 11 (1 | |
| 799 | $133\frac{1}{6}$ |
| : 666 | |

Zweitens, setze den mittlern Trieb 6 wieder gegen die linke Hand, $133\frac{1}{6}$ in die Mitte, und 63 als

die Zähne des Bodenrads, gegen die rechte Hand, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| 6 | $133\frac{1}{6}$ | 63 |
| $\times 6$ | 799 | |
| 36 | 63 | |
| | 2397 | |
| | 4794 | |
| | 50337 | $1398\,{}^{9}/_{36} = 1398\,{}^{1}/_{4}$, |
| | : 36''' | weil man den Bruch ${}^{9}/_{36}$ |
| | 36 | mit 9 verkleinern kann. |
| | 143 | |
| | : 36 | |
| | 108 | |
| | 353 | |
| | : 36 | |
| | 324 | |
| | 297 | |
| | : 36 | |
| | 288 | |
| | 9 | |

Drittens, setze 10, als den untersten Trieb, gegen die linke Hand, $1398\,{}^{1}/_{4}$ in die Mitte, und 70, als die Zähne des Walzen-Rads, hinten gegen die rechte Hand, wie hier:

| | | |
|---|---|---|
| 10 | $1398\frac{1}{4}$ | 70 |
| $\times 4$ | 5593 | |
| 4ø | 70 | |
| | 39151ø | |

| | |
|---|---|
| 333(3 | |
| 39151 | $9787\frac{3}{4}$ Spindelstreiche. |
| : 4444 | |

Wenn man mit einem Worte, durch eine Zahl, sie mag wechseln oder nicht, ausrechnen will, wie viel das Werk, es mag lang oder kurz gehen, Spin-

delstreiche thun soll, so setze man die Zahlen und Triebe ordentlich an, und verfahre nach einer der beiden angezeigten Arten; kommen dann mehr oder weniger Spindelstreiche, als verlangt wurden, heraus, so sind die Zähne und Triebe entweder zu vermindern, oder zu vermehren, und dieses Verfahren setze man so lange fort, bis man die verlangte Zahl der Spindelstreiche erhält.

Math.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Lechner, Johann B.

Vollständiges Rechenbuch

Augsburg 1838

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- Math 501
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11267559-2